

PSI3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

Lista 3: Grafos, Leis de Kirchhoff e Resposta em Frequência

Grafos e Leis de Kirchhoff

- 1 – No gráfico da Figura 1, considere a árvore $\{ a, e, h, g \}$ e determine todos os correspondentes cortes fundamentais e laços fundamentais.

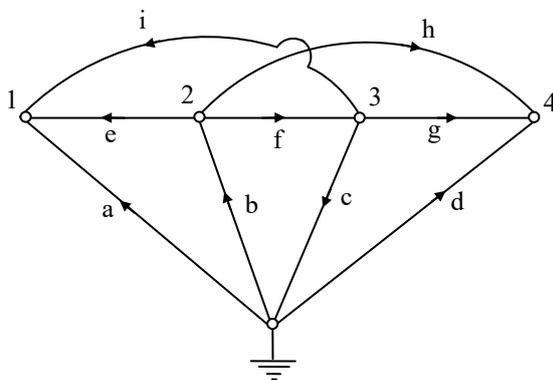


Figura 1

- 2 – a) O gráfico da Figura 1 é planar?
- b) Sabendo que $i_a = 1$, $i_b = 2$, $i_f = 3$ e $i_i = 4$, determine a corrente i_h .
- c) Sabendo que $v_c = 5$, $v_f = -4$ e $v_g = +2$, quais as outras tensões de ramos que podem ser determinadas e quais os seus valores?
- 3 – Escreva as relações entre as tensões nodais da rede da Figura 1 e suas tensões de ramos, usando o nó “0” como referência (considerar convenção de receptor em todos os ramos).
- 4 – Suponha agora que a rede da Figura 1 é excitada há muito tempo por um gerador de tensão senoidal, colocado no ramo a, que fornece a tensão $v_a(t) = 10 \cos 5t$ (volts, segundos). Com isso verifica-se que as tensões nos ramos b, c, d são dadas pelos fasores

$$\hat{V}_b = 5 \angle 30^\circ, \quad \hat{V}_c = 2 \angle -120^\circ, \quad \hat{V}_d = 3 \angle 90^\circ \quad (\text{volts})$$

Determine a corrente i_h , sabendo que no ramo h há um indutor de 2 H.

- 5 – Considere o gráfico orientado representado na Figura 2.

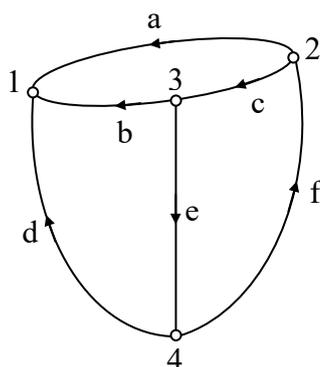


Figura 2

- a) Os cortes fundamentais para uma determinada árvore são $\{ b, c, e \}$; $\{ a, b, d \}$; $\{ d, e, f \}$. Qual a árvore que deu origem a estes cortes?
- b) Os laços fundamentais para uma determinada árvore são $\{ a, b, c \}$; $\{ b, d, e \}$; $\{ b, c, d, f \}$. Qual a árvore associada?
- c) Tomando-se a árvore $\{ a, b, d \}$, escreva a equação de 1ª Lei de Kirchhoff no corte fundamental determinado pelo ramo b. Supondo $i_b(t) = 20 \cos (10t - 45^\circ)$ e $i_e(t) = 20 \cos (10t + 45^\circ)$, determine a corrente $i_c(t)$ como uma cossenoide.

6 – O gráfico orientado do circuito da Figura 3a) está representado na Figura 3b).

- a) Identifique todas as árvores deste gráfico.
- b) Considerando a árvore $\{ a, c, f \}$, determine os cortes fundamentais, e escreva as equações da 1ª Lei de Kirchhoff aplicada a estes cortes.
- c) Escreva as equações da 1ª Lei de Kirchhoff aplicada a todos os nós do circuito, e compare com as equações do item b).
- d) Para a mesma árvore do item b), determine os laços fundamentais e escreva as equações da 2ª Lei de Kirchhoff aplicada a estes laços (**NOTA:** utilize convenção do receptor em **todos** os ramos).
- e) Identifique as malhas* do circuito e escreva as equações da 2ª Lei de Kirchhoff aplicada às malhas (incluindo a malha externa).
- f) As equações obtidas nos itens b), c), d) e e) são linearmente independentes? Explique.
- g) Determine a potência fornecida pelo gerador independente de tensão.

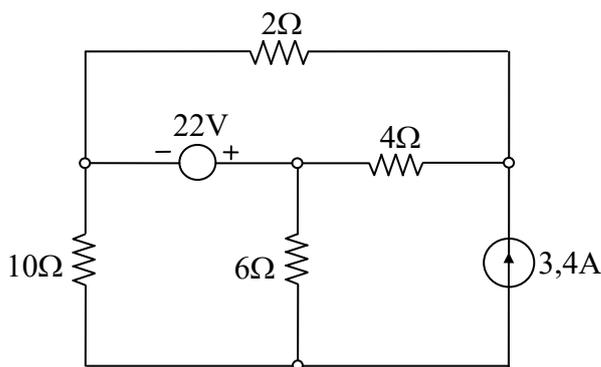


Figura 3a)

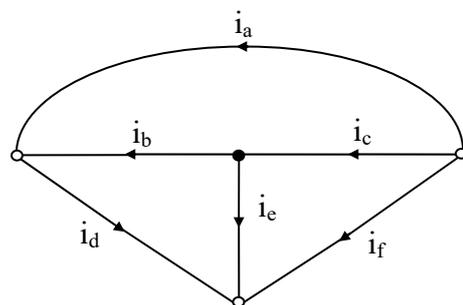


Figura 3b)

* “Nos grafos planares, define-se uma **malha** (interna) como sendo qualquer laço em cujo interior não há nenhum ramo. Ao contrário, a **malha externa** é aquela que contém todos os ramos do grafo e em cujo exterior não há nenhum ramo do grafo.” (L. Q. Orsini e D. Consonni, Curso de Circuitos Elétricos, Vol. 1, p. 81)

Regime Permanente Senoidal e Resposta em Frequência

1 – No circuito da Figura 4, operando em regime permanente senoidal, os amperímetros de ferro móvel A_1 e A_2 indicam, respectivamente 2 e 5 A eficazes. Adotando o fasor \hat{V} como referência de fase (isto é, ângulo nulo),

a) esboce o diagrama de fasores do circuito, representando claramente os fasores indicados na figura.

b) determine o fasor \hat{E}_s .

(ORSINI, Ex. Circ. Elétricos, S.Paulo, Blücher, 1978)

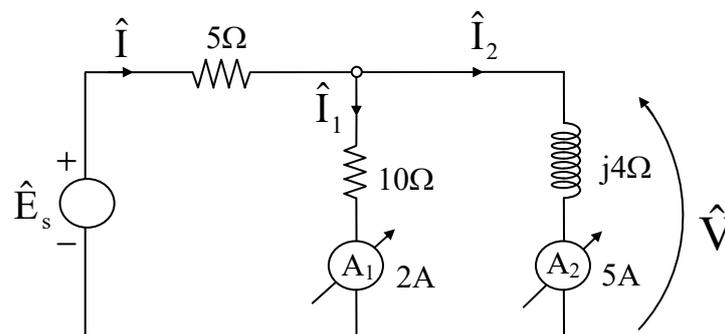
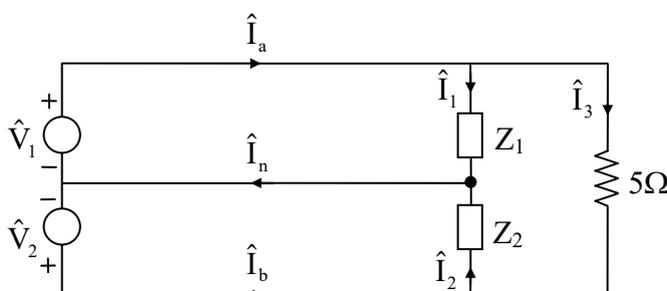


Figura 4

2 – Uma instalação residencial alimentada por uma linha 110/220 V (2 fios a e b de linha, um fio neutro n) pode ser modelada pelo circuito da Figura 5, para efeito de cálculo das correntes de linha.

a) Sabendo que $Z_1 = 4 + j3 \Omega$, $Z_2 = 4 - j3 \Omega$, construa o diagrama fasorial das tensões e correntes no circuito, com as orientações indicadas. Determine o fasor \hat{I}_n graficamente e verifique seu resultado analiticamente.

b) Usando o diagrama de fasores, determine a condição em Z_1 e Z_2 para que $\hat{I}_n = 0$.



DADOS:

$$\begin{cases} \hat{V}_1 = 110 \angle 0^\circ & \text{volts eficazes} \\ \hat{V}_2 = 110 \angle 180^\circ & \text{" "} \end{cases}$$

Figura 5

OBS.: Se $\hat{V}_1 = 110 \angle 0^\circ$ volts eficazes **então** $v_1(t) = 110\sqrt{2} \cos(\omega t)$ (V, s)

3 – Considere o circuito da Figura 6.

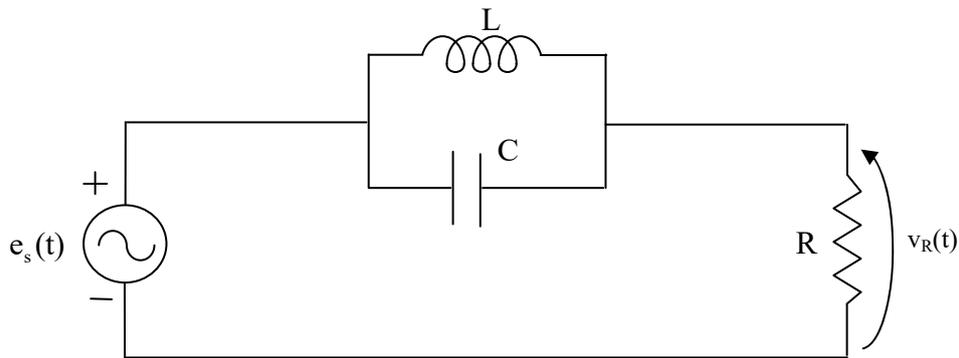


Figura 6

Pede-se:

a) Mostre que a expressão da resposta em frequência $F(j\omega) = \frac{\hat{V}_R}{\hat{E}_s}$ é dada por

$$F(j\omega) = \frac{1 - \omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega LG}$$

em que $G = 1/R$.

b) Esboce o módulo da resposta em frequência $|F(j\omega)|$ em função de ω e explique para que serve esse circuito.

Exercícios com o Simulador Numérico

1. Considere o Exercício 6 g) da Seção Grafos e Leis de Kirchhoff.

Instruções (para o Multisim 14.0):

- Para conferir sua resposta, desenhe o seguinte circuito no *schematic* do Multisim 14.0:

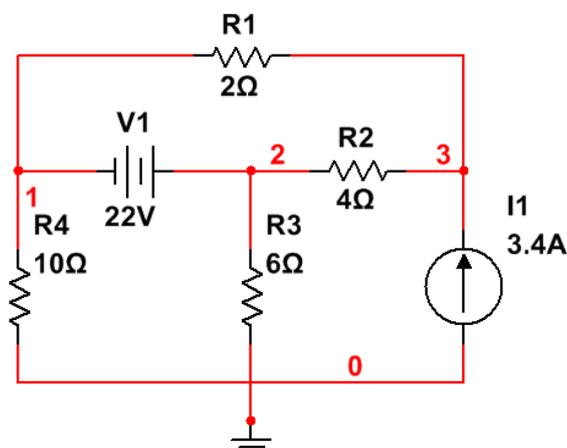


Figura 7: Montagem do circuito elétrico.

(a) Os componentes podem ser selecionados em *Place* → *Component*. Para rodar o componente, digite **CTRL+R**.

- os resistores podem ser encontrados no *Group: Basic, Family: RESISTOR*.
- a fonte de tensão DC pode ser encontrada no *Group: Sources, Family: POWER_SOURCES, Component: DC_POWER*.
- a fonte de corrente DC pode ser encontrada no *Group: Sources, Family: SIGNAL_CURRENT_SOURCES, Component: DC_CURRENT*.

(b) A simulação deve ser uma análise de ponto de operação DC, que calcula o comportamento de um circuito sob a atuação de tensões ou correntes contínuas. Configure a simulação em *Simulate* → *Analyses and simulation*. Em *Active Analysis*, selecione *DC Operating Point*.

- Na aba *Output*, selecione as seguintes variáveis e clique em **Add: I(V1)** (corrente no gerador de tensão) e **P(V1)** (potência recebida pelo gerador de tensão). Prossiga clicando em ► **Run**.

(c) A janela do *Grapher View* deverá mostrar os valores calculados de **I(V1)** e **P(V1)**. Note que o Multisim adota direção positiva de corrente no gerador de tensão indo do + para o - do gerador. Além disso, o *software* considera convenção do receptor para qualquer bipolo.

2. Considere o Exercício 3 b) da Seção **Regime Permanente Senoidal e Resposta em Frequência**, com $R = 100 \Omega$, $L = 800 \text{ mH}$ e $C = 20 \mu\text{F}$.

Instruções (para o Multisim 14.0):

- Para conferir sua resposta, desenhe o seguinte circuito no *schematic* do Multisim 14.0:

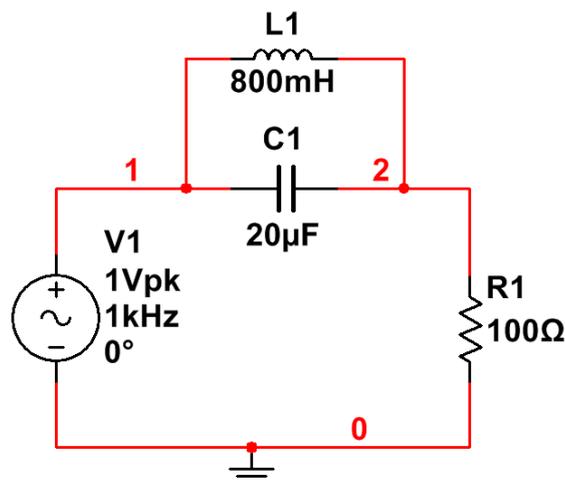


Figura 8: Montagem do circuito elétrico.

(a) Os componentes podem ser selecionados em *Place* → *Component*. Para rodar o componente, digite **CTRL+R**.

- os resistores podem ser encontrados no *Group: Basic*, *Family: RESISTOR*. No mesmo grupo, os capacitores podem ser encontrados em *Family: CAPACITOR* e os indutores, em *Family: INDUCTOR*.
- a fonte de tensão AC pode ser encontrada no *Group: Sources*, *Family: SIGNAL_VOLTAGE_SOURCES*, *Component: AC_VOLTAGE*.

(b) A simulação deve ser uma varredura AC, que calcula o comportamento de um circuito para diferentes valores de frequência do gerador AC, que no caso do circuito da Figura 8, é **V1**. Configure a simulação em *Simulate* → *Analyses and simulation*. Em *Active Analysis*, selecione *AC Sweep*.

- Na aba *Frequency Parameters*, adote o valor de **10 Hz** para *FSTART* e o valor de **100 Hz** para *FSTOP*. A varredura será feita para valores de frequência entre essas duas frequências cíclicas. Em *Sweep Type:*, escolha *Decade*, e em *Number of points per decade:*, digite **1000**.
- Na aba *Output*, clique em *Add expression...* e adicione a seguinte razão de tensões que representará a resposta em frequência,

$$V(2)/V(1).$$

Para efeitos de comparação, adicione também a expressão teórica da resposta em frequência, dada por:

$$\frac{(1-(2*\pi*frequency)^2*800e-3*20e-6)}{(1-(2*\pi*frequency)^2*800e-3*20e-6+i*(2*\pi*frequency*800e-3/100))}.$$

Prossiga clicando em ► **Run**.

(c) A janela do *Grapher View* deverá mostrar os gráficos de módulo e fase da resposta em frequência para o circuito e também os valores da resposta em frequência teórica. Note que as abscissas estão em Hz e não em rad/s. Altere a tensão de pico e a fase do gerador de tensão e verifique se há mudança nos resultados da simulação.