

Catálogo na Fonte - Biblioteca Central/PUC-SP

Educação Matemática: uma introdução / Sílvia Dias Alcântara
Machado ... et al. - São Paulo : EDUC, 1999.

208 p.; 18 cm. - (Série Trilhas)

ISBN 85-283-0158-3

I. Matemática - Estudo e ensino. I. Machado, Sílvia Dias
Alcântara. II. Série.

CDD 510.7

Série Trilhas. Dirigida por
Maria Eliza Mazzilli Pereira

educ

Direção

Maria do Carmo Guedes

Maria Eliza Mazzilli Pereira

Revisão

Myriam Quartim Barbosa

Sonia Montone

Editoração Eletrônica

Artssoft Informática

Capa

Projeto: Ângela Mendes

Realização: Waldir Antonio Alves

Rua Ministro Godói, 1213
05015-001 - São Paulo - SP
Telefax: (011) 3873-3359

TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Luiz Carlos Pais

Introdução

Uma das questões centrais da educação matemática é o estudo do processo evolutivo por que passa a formação do seu objeto de ensino. Na análise dessa evolução é possível identificar diversas fontes de influências que determinam as transformações do saber ensinado na escola. O que descrevemos neste capítulo é a estrutura dessas transformações através da noção de *transposição didática*. Essa noção, que passa por um processo relativamente recente de evolução teórica, e por isso mesmo é susceptível a determinados aspectos polêmicos, pode ser vista como um caso especial da *transposição dos saberes*, esta sendo entendida no sentido mais amplo da evolução das idéias. No caso específico das áreas de ciências e matemática, fica bem mais evidente que essa evolução ocorre sob o balizamento dos chamados paradigmas científicos¹,

1. "Um paradigma é aquilo que os membros de uma comunidade partilham e, inversamente, uma comunidade científica é composta por homens que partilham de um paradigma" (cf. Kuhn, 1975, pp. 219-225).

respeitando determinadas regras e até mesmo certas tradições históricas e culturais. A rigor, as idéias de *transposição* e *saber* estão fortemente interligadas. Quando falamos em transposição, sempre podemos relacionar a existência de um saber específico. Assim como, quando admitimos um determinado saber, é natural pensar na existência de um movimento de transposição.

Além desse contexto geral da evolução do saber, faz sentido ainda falar da transposição dos conhecimentos restrita ao plano da elaboração pessoal e subjetiva. É nesse nível que se esboça toda a complexidade da problemática da aprendizagem. Assim, quando nos referimos à produção de um saber, quer seja no contexto geral, ou no plano pessoal, somos levados a reconhecer a existência de um processo evolutivo que caracteriza a idéia de transposição. É por esta razão que, ao iniciar o estudo da transposição didática, julgamos conveniente destacar uma diferença que pode ser estabelecida entre o *saber* e o *conhecimento*. Mesmo que na prática não se use realçar essa diferença, pensamos que, para fazer uma análise didática, somos levados a revelar sentidos mais precisos para esses termos.

Na linguagem usada no meio científico, o *saber* é quase sempre caracterizado por ser relativamente descontextualizado, despersonalizado e mais associado a um contexto científico histórico e cultural. Assim, por exemplo, quando se fala em saber matemático se refere a uma ciência que tem sua concepção estruturada num contexto próprio. Por outro lado, o *conhecimento* sempre diz respeito ao contexto mais

individual e subjetivo, revelando algum aspecto com o qual o sujeito tem uma experiência direta e pessoal. Nessa concepção o conhecimento está mais associado ao caráter experimental. É evidente que não se pode estabelecer um limite nítido entre a experiência e a teoria. Entretanto, é bom lembrar que entre as várias formas de valorização do pensamento a mais tradicional procura quase sempre distinguir o conhecimento racional do conhecimento sensorial e essa distinção certamente está baseada numa visão dualista da concepção platônica.

No contexto do ensino da matemática, Brousseau (1988) faz uma distinção entre conhecimento e saber, colocando em evidência o aspecto da *utilidade* e remetendo a questão para a análise das *situações didáticas* envolvidas em cada caso. Nessa análise, o saber aparece associado ao problema da validação do conhecimento, que, no caso da matemática, é a questão do raciocínio lógico-dedutivo. Ainda na análise de Brousseau, o conhecimento aparece vinculado mais ao aspecto experimental, envolvendo algum tipo de ação com a qual o sujeito tenha um contato mais pessoal.

O recurso de associar o caráter de utilidade para diferenciar conhecimento e saber é retomado no trabalho de Conne (1996). Para esse autor, que desenvolve uma análise do ponto de vista cognitivo, o saber é considerado como um tipo especial de conhecimento cuja utilidade se faz com um relativo grau de operacionalidade. A utilidade do saber permite ao sujeito um referencial de análise capaz de lhe proporcionar um olhar mais amplo e indagador. É exatamente essa

possibilidade de transformação que permite uma espécie de transposição interna do saber sobre o seu próprio campo epistemológico. Em suma, quando o sujeito passa a ter um relativo domínio sobre um determinado saber, torna-se possível desencadear uma práxis transformadora e também geradora de novos saberes.

A noção de Transposição Didática

No desenvolvimento de toda prática educativa é sempre necessário estabelecer prioridades na condução dos procedimentos pedagógicos. Uma dessas prioridades diz respeito à seleção dos conteúdos que constituem os programas escolares. O conjunto desses conteúdos, que também pode ser chamado de *saber escolar*, tem como fonte original o saber científico. Entretanto, através dos efeitos de todo um processo evolutivo, ocorrem transformações que acabam determinando características bem particulares ao saber escolar. A noção de transposição didática visa estudar esse processo seletivo que ocorre através de uma longa rede de influências envolvendo diversos segmentos do sistema educacional. Essas idéias já aparecem numa primeira definição de transposição didática dada por Chevallard (1991):

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os "objetos de ensino". O "trabalho" que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (p. 39)

O estudo da trajetória percorrida pelo saber escolar permite visualizar as diversas influências recebidas tanto do saber científico como de outras fontes. São influências que moldam não só o aspecto conceitual como também o metodológico. O conjunto das fontes de influências que atuam na seleção dos conteúdos, que deverão compor os programas escolares e que determinam todo o funcionamento do processo didático, recebeu por parte de Chevallard o nome de *noosfera*. Fazem parte da noosfera: cientistas, professores, especialistas, políticos, autores de livros e outros agentes da educação.

O resultado do trabalho seletivo da noosfera se resume não só na determinação dos conteúdos escolares, como também acaba exercendo uma influência considerável na estruturação dos valores, objetivos e métodos que conduzem o processo de ensino. Esta é a idéia inicial que esboça a noção de transposição didática, entretanto, devemos retornar a ela várias vezes na busca permanente de sua verdadeira essência.

A escolha dos conteúdos se manifesta principalmente através dos programas escolares e dos livros didáticos. Mas, embora as fontes de referências sejam preexistentes a essas escolhas e às suas publicações, é possível perceber que alguns dos conteúdos são, na realidade, verdadeiras *criações didáticas* incorporadas aos programas. São criações motivadas por supostas necessidades do ensino, para servirem como recursos para outras aprendizagens. A princípio, tais criações têm portanto uma finalidade educacional plenamente justificável. Todavia, o problema surge quando o seu

uso acaba sendo processado de uma forma puramente automatizada e desvinculada de qualquer aplicação.

Este é o caso, por exemplo, dos *produtos notáveis* que, quando ensinados isoladamente, sem nenhuma relação com algum outro conteúdo algébrico ou geométrico, passam a figurar apenas como objetos de ensino em si mesmos. Para estar atento a essas possíveis distorções se faz necessário cultivar um permanente espírito de *vigilância intelectual*² que deve prevalecer ao longo da análise da transposição didática.

Um exemplo de transposição didática descrito por Chevallard (1982) é o *conceito de distância*. Desde que se pode falar da influência de Euclides na aprendizagem da geometria, a noção de distância entre dois pontos é estudada de uma certa forma espontânea. Entretanto, em 1906 essa noção foi amplamente generalizada pelo matemático Fréchet com o objetivo de trabalhar com os *espaços de funções*³ (Boyer, 1974). Como consequência desse trabalho, a partir de 1971, após passar por uma série de transformações, tal noção foi inserida no currículo escolar francês. Antes dessa data, a noção já era estudada pelos matemáticos mas apenas como uma ferramenta para resoluções de problemas. Após sua inclusão nos progra-

2. A *Vigilância Intelectual* se refere à noção dada por Bachelard (1977). Chevallard (1991) utiliza a expressão “A Vigilância Epistemológica” no capítulo em que estuda a própria existência da transposição didática.

3. Para ver mais detalhes sobre a obra do matemático Fréchet e o seu trabalho na generalização dos espaços de funções veja, por exemplo, Boyer (1974).

mas, ela passou a ser um objeto de estudo em si mesmo e o seu tratamento didático continua a ser modificado, prosseguindo assim o trabalho da transposição didática.

Quando as transformações das idéias matemáticas são analisadas em relação a um determinado conceito específico, como é o caso da noção de distância, trata-se de uma *transposição didática stricto sensu*. Por outro lado, se a análise é desenvolvida no contexto mais amplo, não se atendo a uma noção particular, podemos então falar de uma *transposição didática lato sensu*.

O *movimento da matemática moderna* é um dos exemplos mais marcantes de *transposição didática lato sensu*. O contexto original das idéias defendidas nesse movimento era radicalmente diferente daquele que prevaleceu na proposta curricular. Por outro lado, o resultado prático dessa reforma foi ainda muito diferente da proposta pedagógica que constava no plano das intenções. Acreditava-se na possibilidade de uma abordagem mais estruturalista para o ensino da matemática através de uma visão mais ampla que seria dada, por exemplo, pela ênfase à teoria dos conjuntos, às propriedades algébricas e a uma linguagem topológica para a geometria. Esta tentativa de mudança foi incrementada com o uso de novas técnicas de ensino, esperando com isso que fosse possível obter uma aprendizagem mais “fácil” do que a tradicional. Para isso surgiram diversas *criações didáticas* como é o caso dos *diagramas de Venn*. Tais diagramas, que funcionavam como um instrumento para o matemático, passaram a ser ensinados como um objeto de estudo.

Nesse caso, as reformulações ocorridas na transposição didática resultaram em inversões tão fortes que certamente contribuíram para que o movimento resultasse num grande fracasso. Uma análise das desventuras dessa tentativa de reforma do ensino da matemática é apresentada no trabalho de Kline (1976).

Na realidade é o conjunto das *criações didáticas* que evidencia a diferença que há entre o saber científico e o saber ensinado. É nesse sentido que Astolfi e Develay (1990) observam a existência de uma *epistemologia do professor*, que a rigor se relaciona com a epistemologia da ciência, mas que jamais pode ser identificada com ela. Quando olhamos para essa epistemologia que sustenta toda a prática pedagógica, percebemos em seu interior todo um conjunto de crenças que, normalmente, acabam enrijecidas pelo tempo e podem determinar um olhar puramente pessoal sobre a ciência ensinada. Na mesma linha de raciocínio Joshua e Dupen (1993) lembram que pesquisas sobre o ensino da Física, realizadas na França ao longo da década de 70, alertavam para a necessidade de considerar uma “Física do professor” qualitativamente diferente daquela do físico. Essa diferença, que possivelmente pode ser também encontrada em outras disciplinas, molda o estatuto do saber escolar.

A pesquisa realizada por Becker (1993) analisa também a *epistemologia do professor* no cotidiano escolar. Esse trabalho conclui que o pensamento predominante na prática docente, quanto ao significado epistemológico de sua disciplina, é de natureza essencialmente empírica e que normalmente é muito difícil o professor se afastar dessa posição. O que acaba pre-

dominando é uma visão estratificada e isolada da educação, o que leva a uma prática pedagógica fundamentada sobretudo na repetição e na reprodução do conhecimento. As conseqüências dessa postura educacional são no mínimo extremamente inexpressivas para o aluno. Esse pensamento empírico se refere tanto às idéias pedagógicas quanto à maneira de conceber a função educativa do saber, que é o objeto de seu ensino.

Do saber científico ao saber ensinado

Se o conjunto das transformações sofridas pelo saber for visto como um processo mais amplo, não especificando um determinado conceito, então a *transposição didática* pode ser analisada a partir de três tipos de saberes: o *saber científico*, o *saber a ensinar* e o *saber ensinado*.

O objeto do *saber científico* está mais associado à vida acadêmica embora acreditemos que nem toda produção acadêmica possa representar um saber científico. Trata-se de um saber que normalmente é desenvolvido nas universidades ou institutos de pesquisas, mas que não está diretamente vinculado ao ensino médio e fundamental. O seu reconhecimento e a defesa de seus valores são particularmente sustentados por uma cultura científica e estão ainda vinculados a outras áreas de interesses, tais como a política, a economia, a tecnologia, etc. Tais vínculos se devem ao fato de que, na sociedade atual, o saber científico e, sobretudo, a tecnologia estabeleceram laços de profundas ligações mútuas, a ponto de todo o conforto do

mundo contemporâneo estar hoje submetido a esse comprometimento.

O desenvolvimento do saber científico e de seus possíveis resultados tecnológicos depende, em grande parte, do financiamento da pesquisa. Todavia, quando o Estado se afasta desse financiamento, os recursos necessários são buscados em outras fontes do poder econômico que, entretanto, passam a ditar a finalidade maior da ciência. Esta dependência coloca uma *questão ética do saber científico* que é crucial para a compreensão da ciência contemporânea. Os benefícios oriundos desse tipo de saber científico, financiado pelo poder econômico, são reservados prioritariamente a uma parcela da sociedade comprometida mais com o consumismo do que com a superação das diferenças sociais. Fourez (1988) apresenta, nesse sentido, uma profunda análise sobre as questões éticas do desenvolvimento das ciências.

No que se refere ao aspecto educativo, é evidente que o saber científico deveria contribuir também para o desenvolvimento crítico do aluno dando prioridade aos valores éticos da educação. A finalidade educacional desse saber científico deve estar voltada assim para as questões mais essenciais dos problemas humanos. Para o aluno ter acesso ao conhecimento, é necessário a colocação didática do *problema da linguagem* envolvida no saber científico. Nesse sentido, apesar de parecer evidente que o saber científico não pode ser ensinado na forma como se encontra redigido nos textos técnicos, essa questão se constitui num obstáculo que deve ser considerado no processo de aprendizagem. Essa é a questão da formalização pre-

cipitada da linguagem científica. Para viabilizar a passagem do saber científico para o saber escolar, torna-se necessário um trabalho didático efetivo a fim de proceder a uma reformulação, visando a prática educativa. É necessário portanto recorrer à elaboração de uma forma didática, surgindo assim a importância de uma metodologia fundamentada numa proposta pedagógica.

Quanto ao *saber a ensinar* há também toda uma diversidade de aspectos cuja análise é essencial à questão educacional. Em primeiro lugar trata-se de um saber ligado a uma forma didática que serve para apresentar o saber ao aluno. Em seguida, ocorre uma mudança considerável não só no conteúdo em si como também nos objetivos de sua utilização. Na passagem do saber científico ao saber a ser ensinado ocorre a criação de um verdadeiro modelo teórico que ultrapassa os próprios limites do saber matemático. A partir dessa teoria surgem os materiais de apoio pedagógico que fornecem o essencial da intenção de ensino. Nessa etapa há portanto a predominância de uma teoria didática cuja finalidade está voltada para o trabalho do professor.

Nessa perspectiva é preciso destacar que, enquanto a descoberta da ciência está diretamente vinculada ao saber acadêmico, o trabalho do professor envolve mais uma simulação de descoberta do saber. Enquanto o *saber científico* é apresentado à comunidade científica através de artigos, teses, livros especializados e relatórios, o *saber a ensinar* se limita quase sempre aos livros didáticos, programas e outros materiais de apoio.

O processo de ensino resulta finalmente no verdadeiro objeto do *saber ensinado* que é aquele registrado no plano de aula do professor e que, não necessariamente, coincide com aquela intenção prevista nos objetivos programados no nível do *saber a ensinar*. A análise do *saber ensinado* coloca em evidência os desafios da realização prática de uma metodologia de ensino que, por sua vez, não pode ser dissociada da questão dos valores e do próprio objeto da aprendizagem.

Por outro lado, não há nenhuma garantia de que, no nível individual, o resultado da aprendizagem corresponda exatamente ao conteúdo ensinado. Assim, pode-se chegar a informações bem distantes do *saber científico* e que, nos casos extremos, permanecem apenas alguns vestígios do significado original. Por esta razão, na prática educativa, o conteúdo não pode ser concebido apenas como uma simplificação do saber científico. Pois, se de um lado temos uma metodologia científica com sua especificidade, do outro, os objetivos educacionais conduzem a uma metodologia de ensino essencialmente diferente. Finalmente, enquanto o *saber científico* é validado pelos seus paradigmas internos, o *saber ensinado* está mais diretamente sob o controle de um *contrato didático* que rege as relações entre professor, aluno e saber.

Especificidade da didática da matemática

A importância da transposição didática fica mais evidente quando colocamos a questão da especificidade do conhecimento matemático. Nesse sentido

Brousseau (1986) propõe uma análise do saber matemático, bem como do trabalho do matemático, do trabalho do professor de matemática e da atividade intelectual do aluno.

A caracterização do *saber matemático* é na realidade o resultado do tipo de trabalho desenvolvido pelo matemático diante do seu objeto de pesquisa. Esse objeto, que é constituído pelas noções matemáticas, inter-relaciona os trabalhos do matemático, do professor de matemática e do aluno. Entretanto, como não há uma única forma de *conceber* as idéias matemáticas, é possível falar de abordagens distintas tanto na prática científica como na educativa. No que se refere a essas concepções, Davis (1985) observa que toda discussão sobre os fundamentos da matemática acaba apontando três tendências filosóficas: o platonismo, o formalismo e o construtivismo.

Na visão mais radical do *platonismo*, os objetos matemáticos são idéias puras e acabadas, que existem num mundo não material e distante daquele que nos é dado pela realidade imediata. A existência desses objetos é radicalmente objetiva e independe do conhecimento que temos sobre eles. Assim, com base nessa concepção, poderia se falar apenas na descoberta das noções matemáticas e, na realidade, os conceitos não poderiam ser inventados, uma vez que já existiriam *a priori* de qualquer tipo de esforço intelectual do matemático.

Por outro lado, na concepção dada pelo *formalismo*, a rigor, não se pode falar da existência *a priori* dos objetos matemáticos. A matemática consistiria num certo jogo formal de símbolos envolvendo axio-

mas, definições e teoremas. Para trabalhar com esses elementos existem regras bem definidas que permitem deduzir determinadas seqüências lógicas que representam o essencial da atividade matemática. O significado desses elementos passa a existir a partir do momento em que as fórmulas podem ser aplicadas aos problemas do mundo real.

Quanto ao *construtivismo*, Philip Davis lembra que se trata de uma concepção extremamente inexpressiva em face do platonismo e do formalismo. Esclarece ainda que: “Os construtivistas consideram matemática genuína somente a que pode ser obtida por uma construção finita” (p. 359). Portanto, todas as teorias que envolvem a construção dos números reais ou das séries matemáticas, por exemplo, não são evidentemente aceitas por esse tipo de visão da matemática.

Assim, em relação ao problema da existência e da realidade das idéias matemáticas, o formalismo e o platonismo se constituem em duas posições extremas, contraditórias e predominantes na prática científica. Do ponto de vista educacional, acreditamos que o desafio maior está em cultivar uma prática que, antes de tentar eliminar essas posições contraditórias, busque a sua superação através de uma abordagem puramente dialética. Pensamos que, nesse nível, a única certeza que nos parece evidente é o fato de que não é possível a adoção exclusiva e radical de uma dessas concepções na prática educativa da matemática.

O *trabalho do matemático* é conduzido por uma visão predominantemente platônica, sem no entanto deixar de ser também formalista (cf. Davis e Hersh, 1985). Assim, a atividade científica do matemático

apóia-se não exatamente em uma, mas, sim, em duas concepções que, em suas raízes, são até mesmo contraditórias. O certo é que essas concepções determinam uma influência direta na formação dos professores. Como consequência dessa forma de conceber a matemática, no ensino médio e fundamental ocorre ainda uma forte reprodução das interpretações originais do matemático quanto à sua ciência. É a partir dessa visão que o matemático trabalha diretamente com toda a complexidade do processo de descoberta da matemática. Apesar dessa elaboração do saber matemático visar noções que sejam absolutamente objetivas, abstratas e gerais, não há como negar a intermediação necessária de uma dimensão puramente subjetiva, pessoal e particular. Do ponto de vista pedagógico, dizemos que a construção do aspecto objetivo da ciência passa necessariamente pela intermediação do subjetivo, ou seja, a especificidade didática passa por essa consideração.

A descoberta da matemática passa, primeiramente, por uma etapa de síntese do novo conhecimento, para, em seguida, receber uma formalização através da redação de uma demonstração. Muitas vezes, a demonstração obtida pelo matemático não corresponde exatamente ao problema que estava sendo pesquisado. Nesse caso, para não se perder a demonstração obtida, o que se faz é redefinir o problema original. Ou seja, a atividade científica da matemática não consiste somente na solução de problemas, mas também na criação ou reformulação de novos desafios.

Na etapa de redação de uma demonstração, algumas partes julgadas desnecessárias são eliminadas,

algumas operações não são mostradas e outras são apenas comentadas. Essa forma de redação, que é devidamente valorizada no contexto do trabalho do matemático, é totalmente inadequada para servir de apresentação do saber no contexto escolar.

Finalmente, o matemático procura ainda sempre apresentar o saber científico na maior generalidade possível. Esta busca da generalidade, que é uma finalidade legítima e sempre presente na pesquisa matemática, acaba também determinando uma prática pedagógica escolar que consiste em também apresentar o conteúdo em sua forma mais geral possível. Entretanto, a construção da generalidade do conhecimento matemático, para as finalidades educacionais, não se inicia por ela mesma. O trabalho pedagógico dialético entre os aspectos particular e geral parece ser extremamente necessário. Na continuidade da produção científica, as idéias matemáticas são ainda submetidas a um processo permanente de reformulações, buscando níveis mais gerais de validade.

É preciso ainda relacionar *o trabalho do professor de matemática* com o trabalho do matemático, não excluindo evidentemente a possibilidade de conciliação dessas duas atividades. Porém, é importante lembrar que o tipo de trabalho desenvolvido pelo matemático acaba determinando uma influência considerável na prática pedagógica.

Na realidade, quando se fala de competência técnica, o trabalho do professor envolve um importante desafio que consiste em realizar uma atividade que é, num certo sentido, inversa daquela do pesquisador. Pois, enquanto o matemático elimina as condições

contextuais de sua pesquisa e busca níveis mais amplos de abstração e generalidade, o professor de matemática, ao contrário, deve recontextualizar o conteúdo, tentando relacioná-lo a uma situação que seja mais significativa para o aluno. Todavia o contexto reconstituído nunca é o mesmo daquele em que o saber foi elaborado, pois, no meio científico, prevalece uma realidade totalmente distinta daquela da escola. Enquanto para o pesquisador o saber é o objeto principal de sua atividade, na prática escolar, o conhecimento é um instrumento educacional que tem natureza própria. São essas diferenças que fazem com que, em sala de aula, prevaleça sempre a existência de uma *situação didática* com toda sua especificidade pedagógica.

É evidente que o *trabalho intelectual do aluno* não é diretamente comparável com o trabalho do matemático ou do professor de matemática. Mesmo assim, essas atividades guardam entre si algumas correlações cuja análise é de interesse para a educação matemática. O aluno deve ser sempre estimulado a realizar um trabalho na direção de uma iniciação à "investigação científica". Nesse sentido, a atitude *intelectual do aluno*, diante de um problema, deveria ser **semelhante ao trabalho do matemático** diante de sua **pesquisa**. Aprender a valorizar sempre o espírito de **investigação**. Esse é um dos objetivos maiores da **educação matemática**, ou seja, despertar no aluno o **hábito permanente** de fazer uso de seu raciocínio e de **cultivar o gosto** pela resolução de problemas. Não se trata evidentemente de problemas que exigem o simples exercício da repetição e do automatismo.

É preciso sempre buscar problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais. Essa valorização didática do problema fundamenta-se na crença de que seja possível, mesmo através de uma modesta solução, o aluno sentir uma verdadeira motivação pela busca do conhecimento. O trabalho com a resolução de problemas redefine assim os valores educativos da educação matemática. O desenvolvimento dessas habilidades possibilita ao aluno um desempenho que certamente o capacita a melhor enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

Outros elementos da Transposição Didática

A *textualização do saber* é um processo de preparação prévia por que passa o conteúdo a ser ensinado na escola, e sua realização ocorre sob o controle de certas regras que visam a estruturação de uma forma didática. Toda proposta educativa pressupõe necessariamente a existência de uma tal preparação. Entre essas regras que estruturam a textualização do saber, podemos destacar, a partir da análise de Chevallard (1991): a *desincretização*, que consiste na exigência de proceder a uma divisão da teoria em várias áreas e em especialidades bem delimitadas; a *despersonalização*, que consiste na exigência da separação do saber de qualquer contexto pessoal; a *programabilidade*, que consiste no estabelecimento de uma programação da aprendizagem segundo uma seqüência progressiva e racional; a *publicidade* que é a definição explícita do saber que deverá ser ensinado.

Na análise da estrutura da *textualização do saber*, podemos destacar duas variáveis fundamentais que são o *tempo didático* e o *tempo de aprendizagem*. Não podemos pensar numa programação de ensino sem considerar atentamente essas duas condicionantes.

O *tempo didático* é aquele marcado nos programas escolares e nos livros didáticos em cumprimento a uma exigência legal. Ele prevê um caráter cumulativo e irreversível para o saber. Isso implica o pressuposto de que seja possível de alguma forma “enquadrar” o saber num determinado espaço de tempo. Há uma forte crença na possibilidade de que o processo de ensino-aprendizagem seja progressivo, lógico e racional, que seria possível organizá-lo através de uma seqüência linear de conteúdos. Como se fosse possível comparar a aprendizagem da matemática à linearidade de sua apresentação formal. Seu compromisso está mais diretamente voltado para o texto do saber e para o cumprimento do programa do que para a aprendizagem em si.

O *tempo de aprendizagem* é aquele que está mais vinculado com rupturas e conflitos do conhecimento, exigindo uma permanente reorganização de informações, e que caracteriza toda a complexidade do ato de aprender. É o tempo necessário para o aluno superar os bloqueios e atingir uma nova posição de equilíbrio. Trata-se de um tempo que não é seqüencial e nem pode ser linear na medida em que é sempre necessário retomar as antigas concepções para poder transformá-las. Cada sujeito tem o seu próprio tempo de aprendizagem. Enquanto alguns aprendem rapida-

mente, outros necessitam de um espaço de tempo bem maior.

Na comparação entre esses dois tempos, devemos sempre considerar que a temporalidade subjetiva jamais pode ser igualada às exigências do planejamento didático. São duas idéias que não podem ser identificadas e que marcam um ponto crucial no problema da avaliação. Na prática tradicional é possível identificar uma certa ilusão pedagógica que consiste em desconsiderar a distância entre esses dois tempos.

A superação didática dessa distância passa por uma retomada constante das noções já estudadas, nas mais variadas situações, sempre buscando novos níveis de formalização dos conceitos envolvidos. Trata-se de buscar uma convivência permanente com os diversos níveis de conceitualização. Em suma, devemos estabelecer um constante movimento de aproximação do saber.

Para compreender melhor esses dois tempos é necessário voltar a uma outra *especificidade do ensino da matemática*, que é a resolução de problemas. O problema, que é sempre o elemento propulsor do saber matemático, é também um elemento essencial da prática pedagógica. Mesmo que no ensino o seu estatuto seja diferente daquele da pesquisa, o problema sempre envolve uma relação entre o que já se encontra assimilado pelo sujeito e um novo conhecimento. No plano pessoal, essa relação leva a uma dialética entre algo que representa o *novo* para o espírito do aluno e o *antigo* que ele já conhece. Daí, para que ocorra a aprendizagem é preciso a superação das contradições inerentes a essa dialética.

O problema maior é que essa superação não pode ser medida em termos quantitativos, o que evidencia todas as dificuldades pertinentes à avaliação nesse nível da aprendizagem. Desta forma, um determinado conteúdo pode permanecer por muito tempo como um bloqueio para o aluno. Este é o caso, por exemplo, quando encontramos alunos, nas séries finais do ensino médio, que ainda não compreendem noções trabalhadas nas séries iniciais do ensino fundamental.

As *noções paramatemáticas* são idéias que se caracterizam como “ferramentas” auxiliares à atividade matemática, mas que normalmente não se constituem em objetos de um estudo específico. A importância de conhecer tais noções é enfatizada por Chevallard (1991). Ao contrário dos conceitos matemáticos, tais noções normalmente não são ensinadas de uma forma explícita e também são excluídas de uma avaliação direta. Elas são concebidas como idéias possíveis de serem “aprendidas” no transcorrer da própria aprendizagem. Entretanto, são sempre necessárias tanto ao ensino como à aprendizagem da matemática.

As *noções de parâmetro, equação, definição, demonstração, fatoração* são exemplos de noções *paramatemáticas*. Na prática da matemática, é sempre necessário realizar uma demonstração, proceder à *escolha adequada de parâmetros*, ou fazer substituições de *variáveis convenientes*. Trata-se de procedimentos *indispensáveis ao desenvolvimento do pensamento matemático*. Sempre se pede ao aluno para resolver uma equação ou demonstrar um teorema, mas quase nunca

se pergunta o que é uma equação, uma demonstração ou uma definição matemática.

As *noções protomatemáticas* formam uma categoria de habilidades que não se referem diretamente às noções matemáticas em si, mas que são exigidas de uma forma implícita na sua aprendizagem escolar. Logo quando se inicia o estudo de uma noção matemática, mesmo nas séries iniciais do ensino fundamental, já se exige do aluno um desempenho mínimo que o capacite, no plano intelectual, a empreender uma iniciação ao saber. São competências que antecedem ao próprio conhecimento matemático, tais como habilidade de raciocínio, percepção de modelos, identificação e formulação de questões, etc.

Chevallard exemplifica tais noções através das situações em que o aluno é solicitado a *reconhecer* as igualdades algébricas envolvidas no estudo dos produtos notáveis. Nesse mesmo nível dessas habilidades, está a exigência do domínio de uma *linguagem* mínima, seja para a compreensão de textos, seja para a própria expressão de uma idéia pelo aluno. Em suma, são competências necessárias à aprendizagem da matemática e que também não são objetos de um ensino intencional. Elas adquirem sentido num contexto específico e geralmente associado a uma situação didática. Essas habilidades geralmente estão associadas à história individual de cada aluno e certamente as condições sociais e culturais já determinam uma tendência de sucesso ou de fracasso escolar nessa direção.

A noção de *prática social de referência* (cf. Joshua e Dupin, 1993) é estudada na análise de uma

transposição didática com a finalidade de contribuir na estruturação de uma educação mais significativa. Para isso, é necessário indagar qual era o contexto que deu origem às idéias que constituem o ensino da matemática. A história dessas idéias, o seu contexto científico e o quadro de referência que lhes deram origem possibilitam uma abordagem mais coerente e adaptada à prática educativa. Essa abordagem revela uma postura eminentemente crítica e plenamente possível de ser praticada através da transposição didática.

Joshua e Dupin (1993) destacam a necessidade de estudar as relações que podem ser estabelecidas entre a prática pedagógica e essas práticas de referências. A prática de referência serve como uma âncora que contextualiza o saber a ser ensinado e permite assim uma compreensão melhor dos seus possíveis valores educativos. Entretanto, compete ao professor fazer a devida recontextualização sem inverter o significado original do conhecimento.

Há toda uma diversidade de fontes de referências que podem ser consideradas no ensino da matemática, tais como as ciências e as técnicas de uma forma geral e até mesmo certos problemas vinculados ao cotidiano. Diversos problemas são motivados a partir de questões até mesmo internas à área da matemática. Acreditamos que o indesejável é a redução do ensino a uma única fonte de referência, o que certamente **reduz também** o seu significado educativo. A noção de **prática de referência** permite ao professor uma **postura crítica** que consiste em priorizar os valores educativos sem no entanto reduzir o seu aspecto científico.

Metodologia do ensino e Transposição Didática

Um dos maiores equívocos encontrados na educação matemática consiste na adoção do próprio método axiomático como uma metodologia exclusiva e ideal de ensino. O método científico de organização lógica do discurso matemático tem sido usado igualmente como a alternativa metodológica quase que permanente para o seu ensino. Assim, poderia até parecer que não haveria nenhuma questão a ser discutida quanto à metodologia de ensino, pois ela já estaria “naturalmente” dada pela própria matemática. Nesse sentido podemos dizer que há uma *identificação metodológica* entre a condução do ensino e a forma de validação do saber matemático.

É preciso retomarmos aqui o fato de que a etapa da descoberta matemática não equivale ao processo de sua validação lógica. São duas etapas distintas cuja análise interessa ao ensino da matemática. A criação do saber envolve todos os procedimentos necessários à síntese do resultado novo. Toda tentativa de compreender essa criação esbarra nas questões de ordem subjetivas e psicológicas. Alguns autores consideram até mesmo inadequado admitir a existência de uma lógica para explicar esse processo criativo. A esse propósito Popper (1974) separa claramente os dois aspectos do descobrimento científico:

(...) distinguirei nitidamente entre o processo de conceber uma idéia nova e os métodos e resultados de seu exame sob um prisma lógico. Quanto à tarefa que toca à lógica do conhecimento – em oposição à psicologia do conhecimento – partirei da suposição de que ela consiste apenas em investi-

gar os métodos empregados nas provas sistemáticas a que toda idéia nova deve ser submetida para que possa ser levada em consideração. (p. 3)

Essa distinção evidencia o núcleo do problema didático do ensino da matemática. Pois o desafio maior da aprendizagem ocorre mais intensamente no nível da descoberta. A apresentação axiomática, de fato, apresenta algumas vantagens para o ensino da matemática. Por exemplo, ela permite, a cada instante, se necessário for, definir novas noções a partir do que foi previamente exposto, e desta maneira “preparar” o aluno para novas aprendizagens. Tem-se a impressão de que é possível, num mínimo espaço de tempo, a apresentação de um máximo de informações. O uso do método axiomático no ensino, que privilegia o encadeamento “natural” das idéias, pode ser associado ao método dos passos formais de Herbart (apud Luckesi, 1994) que tem sido a tendência predominante na prática tradicional do ensino da matemática.

Alguns elementos de síntese

A análise da evolução do saber escolar através da transposição didática possibilita uma fundamentação para uma prática pedagógica reflexiva e uma melhor compreensão do saber científico e de seus valores educativos. Podemos dizer assim que a transposição didática significa uma maneira de expressar o verdadeiro espírito de *vigilância intelectual* na prática educativa. Dada essa sua importância para o ensino, é necessário um esforço de pesquisa educacional que vise a identificação de boas transposições didáticas ade-

quadas às exigências da realidade em que se insere a escola. Uma análise dialética da noção de transposição didática mostraria que há também a possibilidade de inverter o fluxo de observações, isto é, a partir de pesquisas feitas em sala de aula, contribuir para a consolidação de um saber acadêmico especificamente pertinente à área de Educação Matemática. Na prática pedagógica a concepção platônica deve ser cuidadosamente ponderada apenas como uma forma não exclusiva de visualizar as noções matemáticas. O conceito considerado fixo e eterno deve ceder lugar a uma abordagem que permita visualizar as noções, do ponto de vista da aprendizagem, sempre em estado de evolução. É preciso admitir um permanente *espírito de retificação das idéias* na direção da objetividade, da abstração e da generalidade.

A construção das idéias matemáticas não se faz por simples acréscimos ou reformulação do conhecimento popular. Na maioria das vezes ocorre uma verdadeira *ruptura com o conhecimento empírico*. Em face dessa dificuldade há duas posições pedagógicas igualmente radicais: uma consiste na tentativa de reduzir o saber escolar a um tipo de conhecimento desprovido de valor educativo para a matemática, a outra busca isolar o ensino aos limites internos de sua própria dimensão científica, totalmente isolado da realidade do aluno. Temos portanto que o desafio didático passa pela superação dessas posições extremas e a interação do conhecimento popular com o saber escolar sintetiza a questão da coerência e do significado da educação. No contexto educacional interessa destacar o problema da *transposição dos conhecimentos popu-*

lares para o contexto escolar. Essa passagem se constitui num dos principais desafios que a escola deve enfrentar para proporcionar uma educação que seja mais significativa. O saber escolar mesmo não podendo ser jamais identificado ao saber científico deve estar sempre voltado para os valores educativos das ciências. Todo esforço deve ser feito no sentido de não reduzir o conteúdo escolar a uma validação pura e simples dos conhecimentos do senso comum. Por outro lado, é preciso que o saber escolar se constitua a partir do conhecimento do aluno. Caso contrário estabelece-se um verdadeiro conflito entre o saber escolar e a realidade do aluno.

O uso exclusivo do *método axiomático no ensino da matemática* fornece apenas um meio de apresentação do conteúdo, mas as questões mais desafiadoras da construção do conhecimento não chegam a ser por ele alcançadas. Além disso, o ensino baseado exclusivamente nesse método desconsidera as questões inerentes ao desenvolvimento do saber e apaga todos os vínculos com as práticas de referências. A transposição didática é o recurso teórico que possibilita a restituição dessa perda de significado buscando compreender todas as questões contextuais e científicas. A análise da transposição didática envolve, além das noções matemáticas, noções que, mesmo sendo necessárias à aprendizagem, geralmente não são ensinadas. O estudo didático dessas noções, chamadas de *paramatemáticas* e *protomatemáticas*, é relevante para a compreensão do fenômeno educacional da matemática. No sentido amplo percebemos a existência de saberes e competências que devem ser aprendidos,

porém dificilmente são ensinados. Essa incongruência nos leva, mais uma vez, a refletir sobre a verdadeira função que a matemática tem exercido na educação escolar. No que se refere à epistemologia do professor de matemática, acreditamos que ocorre um certo tipo de *contágio do saber científico na prática pedagógica*. A natureza do conhecimento matemático acaba influenciando nas concepções pessoais do professor quanto à sua visão educacional. Por exemplo, por ter a matemática um caráter de rigor intrínseco à sua natureza, o professor de matemática normalmente é rigoroso em suas relações pedagógicas. Isso ocorre não somente com o aspecto do rigor, mas também em relação a outras características do pensamento matemático.

Bibliografia

- ASTOLFI, J-P. e DEVELAY, M. *A didática das ciências*. Papirus. Campinas, 1990.
- BACHELARD, G. *La formation de l'esprit scientifique*. 14ª ed., Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1989.
- BACHELARD, G. *O racionalismo aplicado*. Rio de Janeiro, Zahar, 1977.
- BECKER, F. *A epistemologia do professor - o cotidiano da escola*. 5ª ed., Petrópolis, Vozes, 1997.
- BOMBASSARO, L. C. *As fronteiras da epistemologia*. 3ª ed., Petrópolis, Vozes, 1997.
- BOYER, C. *História da matemática*. São Paulo, Edgard Blucher, 1974.

- BROUSSEAU, G. *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*. v.7, n.2, pp.33-115, Grenoble, 1986.
- _____. *Le contrat didactique: le milieu*. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, v.9, n.3, pp. 309-336, Grenoble, 1988.
- CHEVALLARD, Y. *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble, La Pensée Sauvage, 1991.
- CONNE, F. *Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol.12, n.23, pp. 221-270, Grenoble, 1992.
- DAVIS, P. e HERSH, R. *A experiência matemática*. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.
- FOUREZ, G. *La construction des sciences - introduction à la philosophie et à l'éthique des sciences*. Bruxelas, Editions De Boeck, 1988.
- GONSETH, F. *Les mathématiques et la réalité*. Paris, Librairie Scientifique et Technique Albert Branchard, 1974.
- JOSHUA, S. e DUPIN, J-J. *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris, Presses Universitaires de France, 1993.
- KANT, E. *Critique de la raison pure*. 11ª ed., Paris, Presses Universitaires de France, 1986.
- KUHN, T. S. *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo, Perspectiva, 1975.
- KLINE, M. *O fracasso da matemática moderna*. São Paulo, Ibrasa, 1976.