Mecânica Quântica II - 4302404

$5^{\underline{a}}$ lista

1) Considere um sistema de dois níveis com os autoestados $|1\rangle$, $|2\rangle$, com energias E_1 e E_2 respectivamente ($E_2 > E_1$). Suponha que o sistema se encontre inicialmente no estado $|1\rangle$. Se o sistema é submetido a uma perturbação constante:

$$H'(t) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{pmatrix},$$

determine a probabilidade de haver uma transição $|1\rangle \to |2\rangle$ em $t > 0$.

2) Considere um sistema de dois níveis com os autoestados $|1\rangle$, $|2\rangle$, com energias E_1 e E_2 respectivamente ($E_2 > E_1$). Suponha que o sistema se encontre inicialmente no estado $|1\rangle$. Se em $t = 0$ ele é submetido à perturbação :

$$H'(t) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha\delta(t) \\ \alpha\delta(t) & 0 \end{pmatrix},$$

determine a probabilidade de haver uma transição $|1\rangle \to |2\rangle$ em $t > 0$. Sugestão: trate a função $\delta(t)$ como:

$$\delta(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon} & -\varepsilon < t < \varepsilon \\ 0 & \text{nos outros casos} \end{cases}.$$

3) Um átomo de hidrogênio é colocado num campo elétrico externo que varia com o tempo tal que a hamiltoniana de perturbação é $H'(t) = eE(t)z$, com $E(t) = 0$ para $t < 0$ e $E(t) = E_0 e^{-\gamma t}$ para $t > 0$. Qual a probabilidade de encontrar o elétron no estado $2p$ em $t \to \infty$ se inicialmente ele se encontrava no estado fundamental ($1s$)? Sugestão: despreze os níveis $n = 3,\ 4,\ ....$ Verifique que sómente o elemento $\langle 100|H'|210\rangle$ entre os níveis $n = 1$ e $n = 2$ é não nulo. Trate o problema como um sistema de dois níveis: $|100\rangle$ e $|210\rangle$.

4) Considere um sistema de n níveis com os autoestados $|\Psi_n\rangle$ e autovalores E_n. Suponha que o sistema se encontre inicialmente no estado $|\Psi_1\rangle$ e que ele esteja submetido a uma perturbação sinoidal dependente do tempo tal que $H'_{ij} = V_0 \cos\omega t$. Fazendo as hipóteses usuais ($E_k - E_1 \sim \hbar\omega$) mostre que a probabilidade de haver uma transição $|\Psi_1\rangle \to |\Psi_k\rangle$ é dada por:

$$P_{1\to k} = \frac{V_0^2}{(E_k - E_1 - \hbar\omega)^2} \sin^2\left(\frac{E_k - E_1 - \hbar\omega}{2\hbar} t\right)$$

5) Uma partícula está inicialmente (em $t = 0$) no N-ésimo nível do poço de potencial infinito unidimensional. Considere o problema em que o fundo do poço sobe temporariamente, e depois desce novamente, tal que o potencial dentro do poço é uniforme mas dependente do tempo: $H'(t) = V_0(t)$ com $V_0(0) = V_0(T) = 0$.
a) Resolva exatamente as equações para os $c_k(t)$. Ocorre transição entre os níveis?
b) Resolva o problema em primeira ordem em teoria de perturbação e compare com o resultado do ítem a).

6) Uma partícula de massa m está inicialmente no estado fundamental de um poço de potencial infinito unidimensional de $x = 0$ até $x = a$. No instante $t = 0$ um tijolo é colocado no poço de potencial tal que o fundo do poço passa a ser:

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & \text{para } 0 \leq x \leq a/2, \\ 0, & \text{para } a/2 \leq x < a, \\ \infty, & \text{para } x > a \end{cases},$$

onde $V_0 << E_1$. Após um tempo T o tijolo é removido e a energia da partícula é medida. Determine a probabilidade (em primeira ordem em teoria de perturbação) da energia da partícula ser E_2.

7) Considere uma partícula de carga q e massa m submetida a um potencial de oscilador harmônico unidimensional de frequência ω. Se a partícula se encontra inicialmente no estado $|n\rangle$, determine a vida média dessa partícula devido ao processo de emissão espontânea.

8) Calcule a vida média, devido ao processo de emissão espontânea, para cada um dos quatro $n = 2$ estados do átomo de hidrogênio. Dica: no exercício 3) voce já calculou os elementos de matrix do tipo $\langle 1\ 0\ 0|z|2\ l\ m\rangle$ e agora voce deve calcular os elementos de matrix do tipo $\langle 1\ 0\ 0|x|2\ l\ m\rangle$ e $\langle 1\ 0\ 0|y|2\ l\ m\rangle$. Lembre que $x = r\sin\theta\cos\varphi$ e $y = r\sin\theta\sin\varphi$ e, portanto, a maioria desse elementos de matriz são nulos. Assim, analise a simetria antes de fazer os cálculos.