

2ª Lista de Exercícios – Eletromagnetismo II – 2019

Data sugerida para completar esta lista: 10 de Abril

2.1 — Campos elétrico e magnético de cargas aceleradas

Durante uma de nossas aulas nós chegamos às expressões para o potencial elétrico e o potencial-vetor de uma carga pontual q que segue uma trajetória $\vec{x}_q(t)$, a partir das expressões dos potenciais de Liénard-Wiechert. Essas expressões originais são:

$$\begin{aligned}\varphi(t, \vec{x}) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{gR}, \\ \vec{A}(t, \vec{x}) &= \frac{q\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{v}}{gR},\end{aligned}$$

onde $\vec{R} = \vec{x} - \vec{x}_q(t_{Ret})$ e $g = 1 - \vec{\beta} \cdot \hat{R}$

A partir dessas expressões, encontre os campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{B} dessa carga pontual (você pode checar o resultado com as suas notas de aula, ou no livro do Griffiths, ou no livro do Zangwill).

2.2 — Física de aceleradores

1. Em aceleradores lineares (“linac”), elétrons são acelerados desde o repouso até energias $E_{max} \gg m_e c^2$ por meio de campos elétricos. Porém, ao serem acelerados esses elétrons perdem energia através da emissão de radiação eletromagnética. Mostre que, num *linac*, a taxa máxima de transmissão de energia por unidade de comprimento não pode ser muito maior do que $dE/dx \sim 10^{14}$ MeV/m, caso contrário boa parte da energia é perdida pela emissão de radiação pelos próprios elétrons.
2. A limitação acima significa que a energia máxima de elétrons em *linacs* é limitada pelo próprio comprimento do laboratório. Estime a energia máxima que um *linac* pode atingir, no caso de elétrons. Agora faça a mesma estimativa para o caso de prótons.
3. Em aceleradores circulares a aceleração tangencial pode ser pequena (as cargas podem dar várias voltas ao redor do círculo até atingir a energia desejada), e portanto a aceleração centrípeta é a mais relevante nesse caso. Calcule a taxa de transmissão de energia na direção tangencial que deve ser empregada para manter um elétron em movimento circular uniforme, tanto no regime não-relativístico quanto no regime relativístico. Num acelerador de elétrons (do tipo acelerador síncrotron), um elétron com 10 GeV perde quanta energia a cada revolução? E no LHC, do CERN, onde se atinge mais de 1 TeV (10^3 GeV), qual a energia perdida a cada revolução?

2.3 — Radiação síncrotron de jatos de AGNs

AGNs (*active galactic nuclei*, ou núcleos ativos de galáxias) são buracos negros supermassivos envolvidos por nuvens de poeira e partículas de altas energias que espiralam em direção ao horizonte de eventos do buraco negro, emitindo radiação em doses poderosas. Esses sistemas muitas vezes possuem campos magnéticos muito fortes alinhados com o momento angular do sistema, e as partículas ionizadas, ejetadas da AGN, ficam aprisionadas no cone estreito (um “jato”) onde esses campos são mais poderosos. Ao percorrer esse jato, as partículas perfazem trajetórias aproximadamente espirais, emitindo radiação do tipo síncrotron, que observamos da Terra.

Suponha uma situação muito simplificada, na qual sabemos que o diâmetro do jato numa dada região é de ~ 1 ano-luz, de tal forma que uma trajetória circular com velocidade próxima à da luz tem um período de aproximadamente um ano, ou $T \sim 3. \times 10^7$ s.

1. Sabendo que o pico da emissão de radiação dessa fonte está em uma frequência $\nu \simeq 2$ KHz, determine o fator de Lorentz dos elétrons que estão emitindo essa radiação.
2. Utilizando a resposta acima, estime a intensidade do campo magnético que provoca as trajetórias dos elétrons responsáveis por essa emissão.
3. Qual o tamanho angular do feixe de radiação síncrotron que você espera ver no seu telescópio, comparado à largura do jato da AGN? (Assuma que a AGN está situada a 10^6 anos-luz de distância da Terra.)

Dica: embora essa conta possa ser feita de modo analítico (vejam o livro-texto), vocês também podem se utilizar do Notebook do Mathematica que está disponível no site da disciplina.