

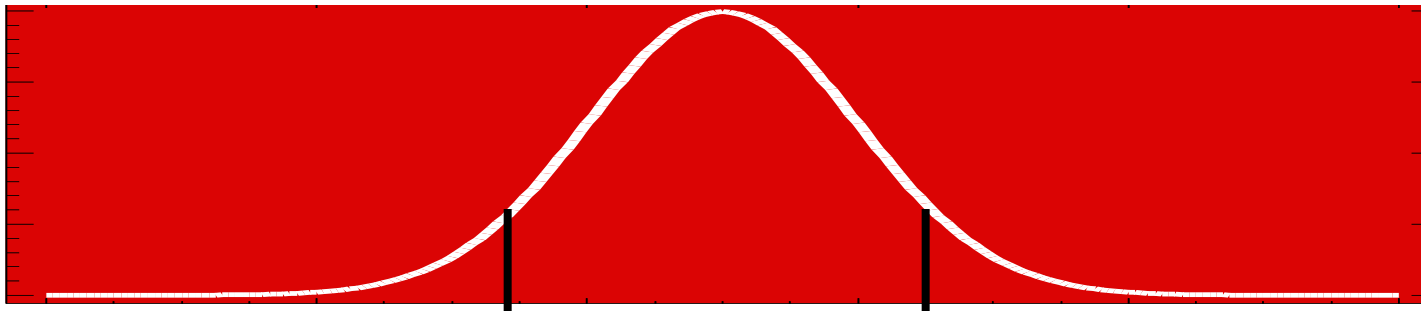
AULA 6:

INTERVALO DE CONFIANÇA E TESTE DE HIPOTHESES

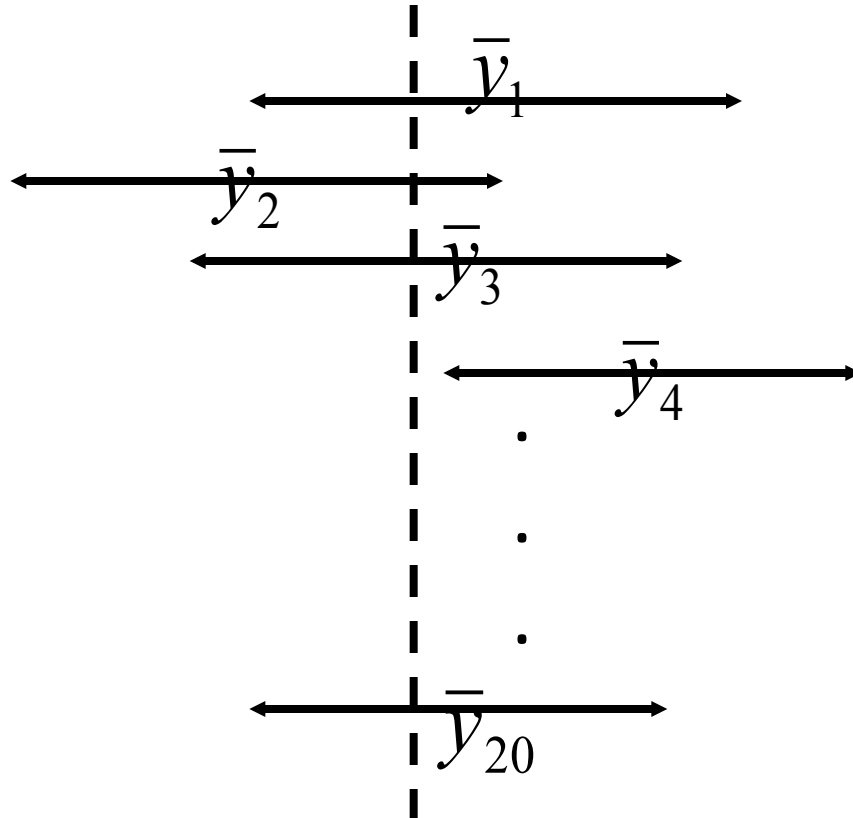
Gleici Castro Perdoná

pgleici@fmrp.usp.br

INTERPRETAÇÃO



Distr. da Média Amostral que conhecemos



20 estimativas
intervalares

- É comum em artigos médicos os valores de medidas estarem expressos na forma de médias mais ou menos desvio padrão.
- Um erro comum é subtrair e somar este valor e interpretar como limites de intervalo de confiança.
- Veja que neste caso o cálculo corresponde a um intervalo de confiança de 65%, correspondente ao valor crítico de 1 desvio padrão, e leva a um intervalo muito menor do que o habitual intervalo de confiança de 95%, cujo valor crítico é de aproximadamente 2.

- Além de informar sobre a **variabilidade/dispersão** de estimativas pontuais, os intervalos de confiança podem também expressar a “**significância estatística**” dos testes referentes às comparações. (Teste de comparação de duas médias, comparação de proporções)
- Um intervalo de confiança para a diferença entre as médias que contém o valor zero indica que a diferença não é significativa, ou seja, que não existe diferença entre as médias.
- Para o caso de proporções por exemplo utilizando o risco relativo, a ausência de significância se dá quando o intervalo para o risco relativo contém o valor 1, pois isto indica que as duas proporções podem ser iguais.

Comparação entre duas médias

Media 1	Media 2	Dif	IC95% p/ dif	Conclusão
53,4	62,8	-9,4	[-7,6 ; -11,12]	Não contem o valor 0
				As médias são diferentes
45,9	47,2	-1,3	[-3,3 ; 0,30]	Contem o 0
				Médias são iguais

Estimação do Risco Relativo

RR	IC95% p/ dif	Conclusão
2,13	[1,58 ; 2,68]	Não contem o valor 1
		As proporções são diferentes
1,25	[0,48 ; 2,02]	Contem o 1
		são iguais

PORTANTO,

- Para construir um intervalo de confiança bilateral para uma média μ da população, utilizamos $Z = \frac{\bar{y} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ que tem uma distribuição normal padrão aproximada, se n é suficientemente grande.

$$P[-1,96 < Z < 1,96] = \int_{-1,96}^{1,96} \phi(z) dz = 0,95$$

- Quando o desvio padrão da população não é conhecido, parece lógico substituir σ por s , o desvio padrão de uma amostra extraída da população. Quando isso é feito a razão muda

$$t = \frac{\bar{y} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

- Portanto se $\bar{Y}$ é normalmente distribuída e a amostra de tamanho n é aleatoriamente escolhida dessa população original, esta distribuição é conhecida com t de Student com $n-1$ graus de liberdade.

Atividade usando o R

- Monte um experimento com o seguinte problema:
- A amostra de pacientes com cetoacidose diabética foi tratada com insulina. Para avaliar se houve reversão da cetoacidose diabética e da desidratação. Vc analisou o grupo tratado com insulina e com recomendação dieta após 1 mês.
- Avalie se os pacientes que após este periodo tiveram aderencia ao tratamento quanto à dieta, Use os níveis de glicemia antes e após o tratamento para esta avaliação.
-

Usando o R

crie uma amostra de tamanho 16 para representar o grupo

```
G_antes=rnorm(16,393,10)
```

crie uma amostra de tamanho 16 para representar os pacientes tratados apos 1 mes.

```
G_pos=rnorm(16,120,10)
```

Investigue o grupo , medidas descritivas que já conhece,

Obtenha os intervalos de confiança para ambos os grupos

```
mean(G_antes)-1.96*10/4
```

```
mean(G_antes)+1.96*10/4
```

Obtenha uma nova variavel (dif)

```
dif=G_antes-G_pos
```

Veja os dados

```
cbind(G_antes,G_pos,dif)
```

Obtenha o intervalo de confiança para a média pop, de 95% para a variavel “dif” . Qual conclusão?

E se não tivermos o desvio padrão?

Intervalo para média

Uma população

$$IC(\mu, 1 - \alpha) = \left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$IC(\mu, 1 - \alpha) = \left(\bar{X} - t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

Intervalo $100(1-\alpha)\%$ de confiança para comparação de 2 médias

Variancias conhecidas

$$IC(\mu_1 - \mu_2, 1 - \alpha) = \left((\bar{X} - \bar{Y}) - Z_{\alpha/2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right); (\bar{X} - \bar{Y}) + Z_{\alpha/2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right) \right)$$

Variancias desconhecidas

$$IC(\mu_1 - \mu_2, 1 - \alpha) = \left((\bar{X} - \bar{Y}) - t_{(a, \alpha/2)} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}; (\bar{X} - \bar{Y}) + t_{(a, \alpha/2)} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right)$$

$$a = n_1 + n_2 - 2; \quad s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}.$$

Vamos fazer a analise

- Supor uma amostra de uma população
- Construir um intervalo de confiança

Intervalo para comparação de 2 médias

Variancias desconhecidas e diferentes

$$IC(\mu_1 - \mu_2, 1 - \alpha) = \left((\bar{X} - \bar{Y}) - t_{(\nu, \alpha/2)} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}; (\bar{X} - \bar{Y}) + t_{(\nu, \alpha/2)} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \right)$$

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2 - 1}}$$

Resumo p/ IC $(\mu_A - \mu_B)$

Variâncias
conhecidas

$$\frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \sim N(0, 1)$$

Variâncias
desconhecidas
e iguais

$$\frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}} \sim t_{n_A + n_B - 2}$$

Variâncias
desconhecidas
e diferentes

$$\frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} \sim t_v$$

Intervalo para proporção

$$IC(p, 1 - \alpha) = \left(\hat{p} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right)$$

$$IC(p, 1 - \alpha) = \left(\hat{p}_c - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_c(1 - \hat{p}_c)}{n}}, \hat{p}_c + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_c(1 - \hat{p}_c)}{n}} \right)$$

$$\hat{p}_c = \begin{cases} \hat{p} + \frac{1}{2n} & \text{se } \hat{p} < 0,5 \\ \hat{p} - \frac{1}{2n} & \text{se } \hat{p} > 0,5. \end{cases}$$

fator de continuidade é utilizado para melhorar a aproximação de uma variável aleatória discreta pela distribuição normal que é contínua.

Resumo para IC (proporção)

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \sim N(0, 1).$$

Comentário

IC para variância

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2.$$

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{Q_{1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)s^2}{Q_{\alpha/2}} \right)$$

Vamos fazer uma análise

- Supor duas amostras de uma população em dois momentos diferentes
- Construir o intervalo de confiança para diferença de duas médias (antes e depois)
- Supor duas amostras de duas populações diferentes (independentes)
- Construir o intervalo de confiança para diferença de duas médias (A e B)

Intervalo (10 minutos)



Exercícios

Uma variável aleatória X tem distribuição normal, com média 100 e desvio padrão 10.

- (a) Qual a $P(90 < X < 110)$?
- (b) Se $\bar{X}$ for a média de uma amostra de 16 elementos retirados dessa população, calcule $P(90 < \bar{X} < 110)$.
- (c) Represente, num único gráfico, as distribuições de X e $\bar{X}$.
- (d) Que tamanho deveria ter a amostra para que $P(90 < \bar{X} < 110) = 0.95$?

Fonte: Morettin & Bussab, Estatística Básica 5ª edição, pág 274.

Estão sendo estudados dois processos para conservar alimentos, cuja principal variável de interesse é o tempo de duração destes. No processo A, o tempo X de duração segue a distribuição $N(\mu_A, 100)$, e no processo B o tempo Y obedece à distribuição $N(\mu_B, 100)$. Sorteiam-se duas amostras independentes: a de A, com 16 latas, apresentou tempo médio de duração igual a 50, e a de B, com 25 latas, duração média igual a 60.

(a) Construa um IC para μ_A e μ_B , separadamente.

(b) Para verificar se os dois processos podem ter o mesmo desempenho, decidiu-se construir um IC para a diferença $\mu_A - \mu_B$. Caso o zero pertença ao intervalo, pode-se concluir que existe evidência de igualdade dos processos. Qual seria sua resposta?

Suponha que $p = 30\%$ dos estudantes de uma escola sejam mulheres. Colhemos uma amostra aleatória simples de $n = 10$ estudantes e calculamos $\hat{p}$ = proporção de mulheres na amostra. Qual a probabilidade de que $\hat{p}$ difira de p em menos de 0,01?
Fonte: Morettin & Bussab, Estatística Básica 5ª edição, pág 276.

O Que sabemos?

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \sim N(0, 1).$$

$$\hat{p} - p \approx N\left(0, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

Queremos encontra

$$P(|\hat{p} - p| < 0.01) = P(-0.01 < \hat{p} - p < 0.01)$$

Precisamos da Variância

$$Var(\hat{p} - p) = \frac{p(1-p)}{n} = \frac{0,3.0,7}{10}$$

Basta normalizar

Qual deve ser o tamanho de uma amostra cujo desvio-padrão é 10 para que a diferença da média amostral para a média da população, em valor absoluto, seja menor que 1, com coeficiente de confiança igual a:

- (a) 95%
- (b) 99%

Fonte: Morettin & Bussab, Estatística Básica 5ª edição, pág 308.

O Que sabemos?

Note que se $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, então $X - \mu \sim N(0, \sigma^2)$.

Sabemos que $\sigma = 10$, e que o desvio-padrão do estimador da média, $\bar{X}$, será $10/\sqrt{n}$. Queremos que

$P(|\bar{X} - \mu| < 1) = 0.95$. Mas o evento é equivalente a

$$P(-\sqrt{n}/10 < Z < \sqrt{n}/10)$$

Como $P(-1.96 < Z < 1.96) = 0.95$, então $\sqrt{n}/10 = 1.96$ ou $n \approx 385$.

Uma amostra aleatória de 625 donas de casa revela que 70% delas preferem a marca A de detergente. Construir um intervalo de confiança para $p =$ proporção das donas de casa que preferem A com coeficiente de confiança $\gamma = 90\%$.

Fonte: Morettin & Bussab, Estatística Básica 5ª edição, pág 308.

O Que sabemos?

Temos que em nossa amostra aleatória $\hat{p} = 0.7$. Como $\hat{p} \sim N(p, p(1 - p)/n)$, então o intervalo de confiança é dado por

$$\left(\hat{p} - z(\gamma)\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n} ; \hat{p} + z(\gamma)\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n} \right)$$

Temos que para $\gamma = 0.90$, $z(\gamma) = 1.68$ e portanto o intervalo de confiança para a proporção de donas de casa que preferem o detergente A é dado por

Intervalo (10 minutos)



Teste de Hipóteses

- O papel fundamental da hipótese na pesquisa científica é sugerir explicações para os fatos.
- Uma vez formuladas as hipóteses, estas devem ser comprovadas ou não através do estudo com a ajuda de testes estatísticos.
- Num teste estatístico são formuladas duas hipóteses chamadas hipótese nula (H_0) e hipótese alternativa (H_1). Hipótese nula é aquela que é colocada à prova, enquanto que hipótese alternativa é aquela que será considerada como aceitável, caso a hipótese nula seja rejeitada

Exemplos

- Num estudo sobre fatores de risco para doenças cardiovasculares, uma hipótese nula poderia ser “a proporção de doentes cardiovasculares entre hipertensos é igual à proporção entre não hipertensos” ou “a chance da doença é a mesma para hipertensos e não hipertensos”.
- Isto implicaria em dizer que “não existe associação entre hipertensão e doença cardiovascular”.

Exemplos

- **Considerando igualdade de médias**, pode ser descrito por um estudo sobre **tempo de recuperação de pacientes transplantados**.
- Supondo que desejamos comparar três procedimentos cirúrgicos diferentes, uma possível hipótese seria “o tempo médio de recuperação é o mesmo nos três procedimentos cirúrgicos”, ou seja
- “o tipo de procedimento cirúrgico não influencia no tempo de recuperação do paciente”.

- Todo teste de hipótese possui erros associados a ele.
- Um dos mais importantes é chamado “erro do tipo I” que corresponde à rejeição da hipótese nula quando esta for verdadeira.

Decisão	Situação	
	H0 Verdadeira	H0 Falsa
“Aceitar” H0	Sem erro	Erro II
Rejeitar H0	Erro I	Sem erro

- No exemplo da doença cardiovascular, a probabilidade do erro do tipo I seria a probabilidade de concluir que há associação quando na verdade não há, ou seja, concluir uma associação que não existe (que é devida ao acaso).
- No exemplo do tempo de recuperação, o erro do tipo I corresponderia a dizer que o tipo de procedimento cirúrgico influencia no tempo de recuperação quando na realidade o tempo médio é o mesmo nos três procedimentos.
- A probabilidade do erro do tipo I chama-se nível de significância e é expressa através da letra grega α . Os níveis de significância usualmente adotados são 5%, 1% e 0,1%.
- Veja a diferença entre intervalo $100(1-\alpha)\%$ de confiança.

- O “valor do p ” ou *p-value* é conhecido na estatística como nível descritivo e está associado aos testes de hipóteses

Formalmente, o nível descritivo (p) é definido como o “menor nível de significância (α) que pode ser assumido para se rejeitar H_0 ”

Costumam dizer que existe “significância estatística” ou que o resultado é “estatisticamente significativo”.

O nível descritivo (p) pode ser definido como a “probabilidade mínima de erro ao concluir que existe significância estatística”.

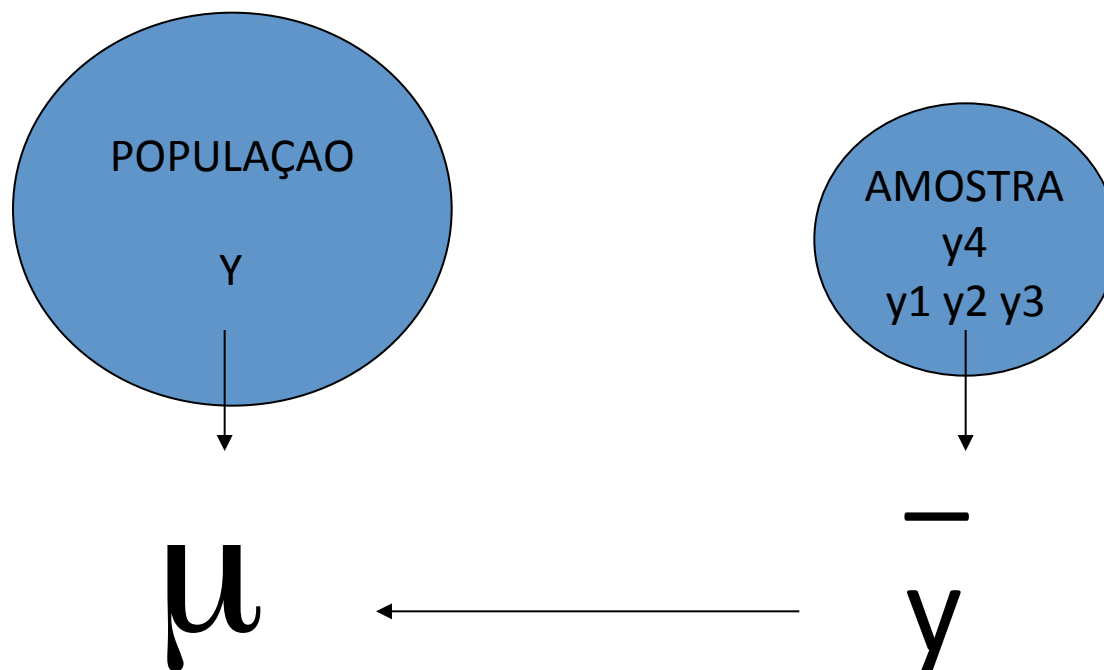
O nível de significância (α) é um valor arbitrado previamente pelo pesquisador, enquanto que o nível descritivo (p) é calculado de acordo com os dados obtidos. Fixado α e calculado o “p”, a pergunta é: “será que posso dizer com segurança que o resultado é estatisticamente significativo?”.

Isto significa avaliar se o “valor do p” é pequeno o suficiente para concluir que existe “significância estatística” dentro de uma margem de erro tolerável.

VAMOS ENTENDER ISSO

INTRODUÇÃO

Y= Níveis de HB



$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Hipótese estatística

Uma hipótese estatística é uma afirmação relacionada aos parâmetros de uma ou mais populações (testes paramétricos) ou em relação a distribuição da população (testes de ajustamento).

Exemplo

Y= Níveis de HB

Temos duas hipóteses:

$$H_0: \mu = 11\text{g/dl}$$

$$H_1: \mu \neq 11\text{g/dl}$$

Hipótese Nula

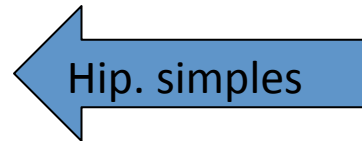
Hipótese Alternativa

Temos ainda hipóteses simples e compostas

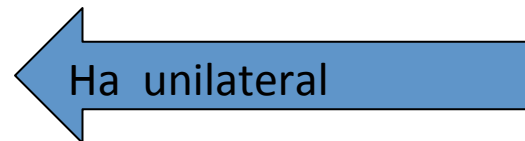
Hipótese simples: é especificado apenas um valor para o parâmetro.

Hipótese composta: é especificado mais de um valor para o parâmetro.

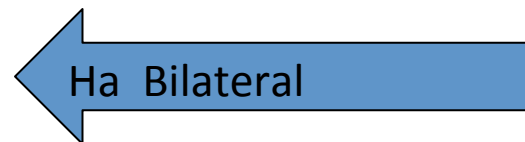
$$H_1: \mu = 12 \text{ g/dl}$$



$$H_1: \mu > 11 \text{ g/dl}$$



$$H_1: \mu < 11 \text{ g/dl}$$



$$H_1: \mu \neq 11 \text{ g/dl}$$

OBS: Os valores especificados nas hipóteses não devem ser baseados nos valores observados na amostra.

Teste de hipóteses é um procedimento que conduz a uma decisão acerca das hipóteses (com base numa amostra).

Exemplo

Y= Níveis de HB

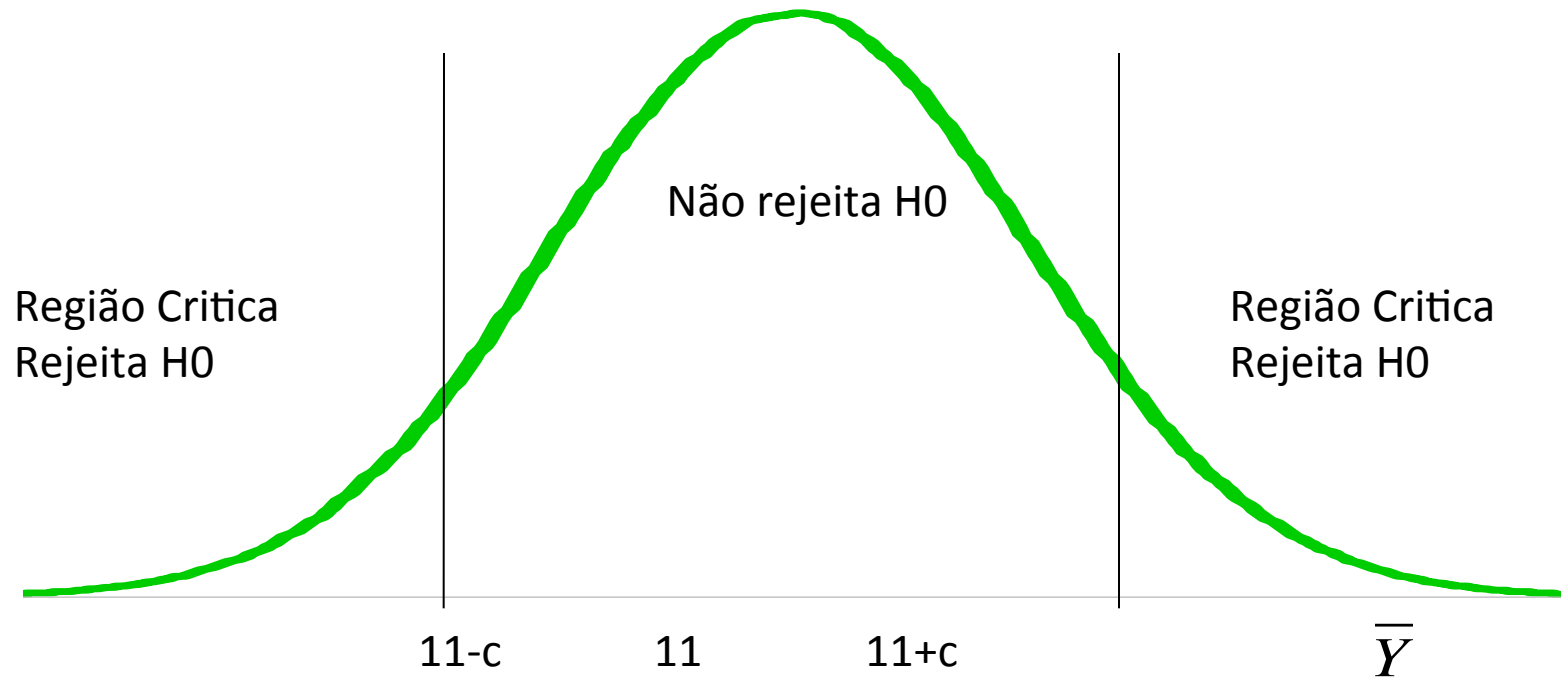
Y Representa a variável aleatória níveis de hemoglobina e $E(Y)$ (desconhecido) e $Var(Y)$ (conhecido)

$$H_0: \mu = 11\text{g/dl}$$

$$H_1: \mu \neq 11\text{g/dl}$$

Dispomos de uma amostra de 10 observações: $y_1, y_2, \dots, y_9, y_{10}$

Faz sentido decidir com base na média amostral, não rejeitando H_0 se $\bar{Y}$ estiver próxima de 11 e rejeitando H_0 se $\bar{Y}$ estiver longe de 11 g/dl.



Região crítica: $\bar{Y} < 11 - c$ ou $\bar{Y} > 11 + c$

Aos pontos de fronteira chamam-se valores críticos.
VAMOS SUPOR QUE DETERMINAMOS “C”

Tipos de erros e suas probabilidades

Situação

Decisão	H0 Verdadeira	H0 Falsa
"Aceitar" H0	Sem erro	Erro II
Rejeitar H0	Erro I	Sem erro

$$\alpha = P(\text{erro do tipo I}) = P(\text{Rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é verdadeira})$$

α chama-se nível de significância

$$\beta = P(\text{erro do tipo II}) = P(\text{"Aceitar" } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa})$$

$1 - \beta$ chama-se poder do teste

Fazendo $c = 0,5$ e $\sigma = 3$ e $n = 10$

A Região crítica:

$$\bar{Y} < 10,5 \text{ ou } \bar{Y} > 11,5$$

$$H_0: \mu = 11\text{g/dl}$$

$$H_1: \mu \neq 11\text{g/dl}$$

Assim supondo

$$Y \approx N(\mu, 3^2) \text{ então } \bar{Y} \approx N(\mu, 3^2 / 10)$$

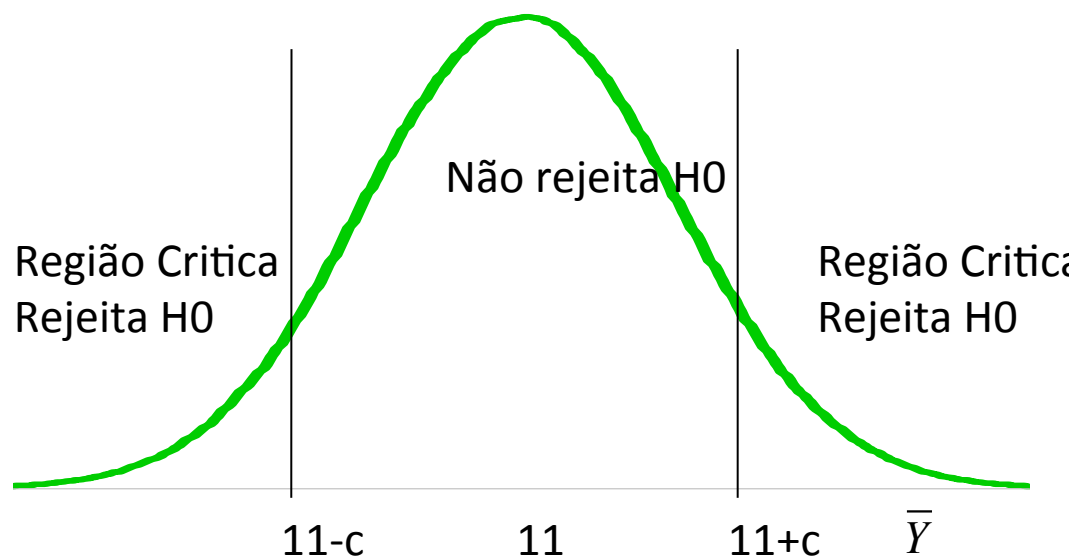
Assim

$$\alpha = P(\bar{Y} < 10,5 \text{ ou } \bar{Y} > 11,5 \mid \mu = 11)$$

$$Z = \frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{10,5 - 11}{3 / \sqrt{10}} = -0,909$$

$$\alpha = P(Z < -0,909) + P(Z > 0,909)$$

$$\alpha = 0,1817 + 0,1817 = 0,3634$$



E o β ????

Situação

Decisão	H0 Verdadeira	H0 Falsa
"Aceitar" H0	Sem erro	Erro II
Rejeitar H0	Erro I	Sem erro

$\alpha = P(\text{erro do tipo I}) = P(\text{Rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é verdadeira})$

α chama-se nível de significância

$\beta = P(\text{erro do tipo II}) = P(\text{"Aceitar" } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa})$

Quanto a β temos uma função, isto é, para cada μ de H_1 podemos calcular um valor de $\beta(\mu)$

$$\beta(12) = P(\text{n\~ao rej } H_0 \mid \mu = 12) = P(10,5 \leq Y \leq 11,5 \mid \mu = 12) =$$

$$\Phi((11,5 - 12)/0.55) - \Phi((10,5 - 12)/0.55) = 0.1784$$

$$\beta(13) = P(\text{n\~ao rej } H_0 \mid \mu = 13) = P(10,5 \leq Y \leq 11,5 \mid \mu = 13) =$$

$$\Phi((11,5 - 13)/0.55) - \Phi((10,5 - 13)/0.55) = 0.0032$$

E $\beta(9)$ e $\beta(10)$???

Comentários

- Observe que se a região crítica é modificada para n fixo:
 - Se c diminuir, α aumenta e, para cada μ , $\beta(\mu)$ diminui.
 - Se c aumentar, α diminui e, para cada μ , $\beta(\mu)$ aumenta.
- É mais fácil controlar α do que controlar β , porque β depende de μ em H_a).

Desta forma pensamos então



Rejeitar H_0 é uma conclusão "forte".

Não rejeitar H_0 é uma conclusão "fraca".

OBS: É preferível dizer "**não se rejeita H_0** ", ou "não há evidência suficiente para rejeitar H_0 ", do que "aceita-se H_0 "

O poder do teste

Chama-se o poder do teste

a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando a alternativa é verdadeira $1 - \beta$

Note que o poder é uma função também, função dos valores de H_a .

Do exemplo anteriores para $\mu=12$, $\beta(12) = 0,1778$

- poder é igual a $1 - 0,1778 = 0,8225$,

isto significa que:

se a verdadeira média for 12, a diferença em relação a 11 será detectada 82,25% das vezes.

Procedimento Geral dos Testes de hipóteses

1. Pelo contexto do problema identificar o parâmetro de interesse
2. Especificar a hipótese nula
3. Especificar uma hipótese alternativa apropriada
4. Escolher o nível de significância, α
5. Escolher uma estatística de teste adequada
6. Fixar a região crítica do teste
7. Recolher uma amostra e calcular o valor observado da estatística de teste
8. Decidir sobre a rejeição ou não de H_0

Ao interpretar os resultados de uma pesquisa deve-se observar se os resultados obtidos são relevantes do ponto de vista clínico. Muitas vezes um resultado “estatisticamente significativo” pode não ser “ clinicamente importante”.

Por exemplo, um teste de comparação de médias pode detectar uma diferença de 2mmHg na PA como sendo “altamente significativa” apesar desta diferença não ter nenhuma implicação clínica.

Portanto, a importância em termos biológicos não deve ser julgada pelos estatísticos, mas sim pelos **profissionais da área em que a pesquisa está sendo feita.**

EXEMPLO 1- pagano n 9 pg

A distribuição de pressões sanguíneas diastólicas para a população de mulheres diabéticas entre 30 e 34 anos tem uma média μ_d desconhecida e desvio padrão $\sigma_d = 9,1 \text{ mmHg}$. Pode ser útil para os médicos conhecerem se a média dessa população é igual à pressão sanguínea diastólica média da população geral de mulheres desse grupo de idade, $74,4 \text{ mmHg}$.

(a) Qual é a hipótese nula do teste apropriado? $H_0: \mu_d = 74,4 \text{ mmHg}$.

(b) Qual é a hipótese alternativa? $H_a: \mu_d \neq 74,4 \text{ mmHg}$

(c) Uma amostra de dez mulheres diabéticas é selecionada; sua pressão sanguínea diastólica média é 84 mmHg . De posse, dessa informação, conduza um teste bilateral ao nível de significância $\alpha = 0,05$. Qual é o p-valor do teste?

$$z = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$z = \frac{84 - 74,4}{9,1 / \sqrt{10}} = 3,33$$

O p-valor é a área da curva da normal padrão abaixo de $-3,336$ somada a área acima $3,336$:

$$p \text{ valor} = 0,0004 + 0,0004 = 0,0008$$

(d) Que conclusão você extrai dos resultados do teste?

Como o p-valor é menor do que o nível de significância α , rejeita-se a hipótese nula. Dessa forma, conclui-se que a média da população de mulheres diabéticas é estatisticamente diferente da média da população geral

(e) Sua conclusão teria sido diferente se você tivesse escolhido $\alpha = 0,01$ ao invés de $\alpha = 0,05$?

A alteração do nível de significância para 0,01 não mudaria a conclusão obtida no item anterior, já que o p-valor é inferior a 0,01.

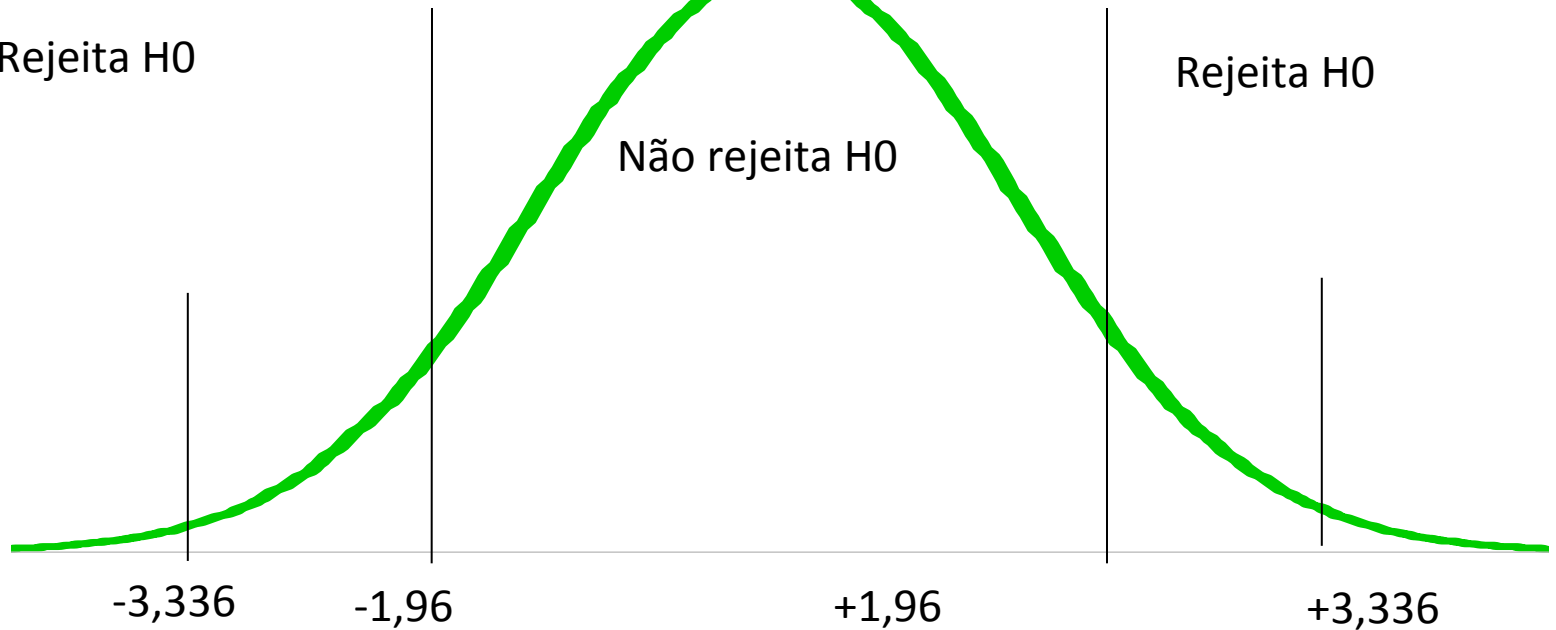
Região Crítica

Rejeita H_0

Região Crítica

Rejeita H_0

Não rejeita H_0



Formalmente, o nível descritivo (p) é definido como o “menor nível de significância (α) que pode ser assumido para se rejeitar H_0 ”

$\text{pnorm}(-3.336)$

$1 - \text{pnorm}(3.336)$

Área na Cauda Superior						
gl	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,599
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,496
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
70	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,435
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,416
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,402
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,390
110	1,289	1,659	1,982	2,361	2,621	3,381
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576	3,291

EXEMPLO 2

PFE: Pico de fluxo expiratório em homens (em litros de ar/min)

Pac	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	635	704	662	560	603	745	698	575	633	669
Depois	640	712	681	558	610	740	707	585	635	682

O pico do fluxo expiratório (PFE) é uma medida indireta de resistência das vias aéreas, sendo um parâmetro expiratório esforço-dependente, frequentemente usado para monitorizar pacientes asmáticos e sua resposta ao tratamento.

O Objetivo do estudo é comparar as MÉDIAS DE DUAS distribuições normais, supondo que se trata da MESMA população, mas em dois momentos diferentes: antes e após uso de um broncodilatador (salbutamol).

Existe interesse em verificar se o broncodilatador contribuiu para a PFE médio nos pacientes, isto é, verificar se a média do PFE antes do tratamento é MENOR do que a média de PFE após o tratamento. Reparem que é exigido que se tome uma decisão, o que configura um problema de TESTE DE HIPÓTESES.



VALORES DE PICO DE FLUXO EXPIRATÓRIO (l/min) PARA POPULAÇÃO NORMAL *1

TABELA 1

HOMENS	ESTATURA					
ANOS	155	160	165	170	175	180
20	664	583	601	620	639	657
25	653	571	589	608	626	644
30	641	559	577	594	612	630
35	630	547	565	582	599	617
40	618	535	552	569	586	603
45	607	523	540	557	573	590
50	594	511	527	543	560	576
55	583	499	515	531	547	563
60	571	486	502	518	533	549
65	560	475	490	505	520	536
70	548	462	477	492	507	521

TABELA 1

MULHERES	ESTATURA					
ANOS	145	150	155	160	165	170
20	405	418	431	445	459	473
25	399	412	426	440	453	467
30	394	407	421	434	447	461
35	389	402	415	428	442	455
40	383	396	409	422	435	448
45	378	391	404	417	430	442
50	373	386	398	411	423	436
55	368	380	393	405	418	430
60	363	375	387	399	411	424
65	358	370	382	394	406	418
70	352	364	376	388	399	411

VALORES DE PICO DE FLUXO EXPIRATÓRIO (l/min) PREVISTO PARA CRIANÇAS NORMAIS

TABELA 2

ESTATURA (CM)	VALOR (l/min)	ESTATURA (CM)	VALOR (l/min)
109	145	142	328
112	169	145	344
114	180	147	355
117	196	150	370
119	207	152	381
122	222	155	397
124	233	157	407
127	249	160	423
130	265	163	439
135	291	165	450
137	302	168	466
140	318	170	476

OBSERVAÇÃO: *1 Leiner, CG et al. Expiratory peak flow rate. Standard values for normal subjects. Use as a clinical test of ventilatory function. Am Rev Respir Dis. 1963; 88: 644.

RELATÓRIO:

NOME:

IDADE:	SEXO:	ESTATURA:	VALOR PFE PREVISTO:	VALOR PFE OBTIDO:	% DO PREVISTO:
ANOS	MASCULINO FEMININO	CM			

OBSERVAÇÕES:

ORIENTAÇÕES:

- O paciente deverá ser orientado a fazer maior esforço possível.
- Medicações em uso ou dificuldades técnicas durante o exame deverão constar no campo "OBSERVAÇÕES".



Procedimento Geral dos Testes de hipóteses

1. Pelo contexto do problema identificar o parâmetro de interesse

DIFERENÇA ENTRE AS MÉDIAS

2. Especificar a hipótese nula

DIFERENÇA ENTRE AS MÉDIAS DEVE SER SUPOSTA IGUAL A ZERO

3. Especificar uma hipótese alternativa apropriada

DIFERENÇA ENTRE AS MÉDIAS DEVE SER SUPOSTA MENOR QUE ZERO

$$\begin{aligned} H_0: \mu_d &= 0 \\ H_1: \mu_d &< 0 \end{aligned} \quad \text{onde } \mu_d = \mu_{\text{antes}} - \mu_{\text{depois}}$$

4. Escolher o nível de significância, α

5. Escolher uma es **$\alpha = 0,01$ $1 - \alpha = 0,99$**

Amostra de 10 elementos, menor que 30 elementos a variável de teste que será utilizada será a variável t_{n-1} da distribuição t de Student.

6. Fixar a região crítica do teste

Teste unilateral à esquerda (com 1% de significância), e a variável de teste é t_{n-1} (a amostra tem 10 elementos), então o valor crítico (obtido da tabela da distribuição t de Student) será

$$t_{n-1, \text{critico}} = t_{10-1; 0,01} = t_{9; 0,01} = -t_{9; 0,99} = -2,82$$

Área na Cauda Superior

<i>gl</i>	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,599
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,496
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
70	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,435
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,416
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,402
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,390
110	1,289	1,659	1,982	2,361	2,621	3,381
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576	3,291



Para valores maiores de -2,82 NÃO REJEITAREMOS H_0

(ou seja o broncodilatador não faz efeito, a diferença entre as médias é nula).

Se t_{n-1} for menor do que -2,82 rejeitaremos H_0

(a média DEPOIS aumentou demais em relação à média ANTES do tratamento para que a diferença seja devida apenas ao acaso).

Claro que há uma chance de 1% de que venhamos a rejeitar H_0 sendo ela verdadeira.

7. Recolher uma amostra e calcular o valor observado da estatística de teste

Pac	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	635	704	662	560	603	745	698	575	633	669
Depois	640	712	681	558	610	740	707	585	635	682
d_i	-5	-8	-19	2	-7	5	-9	-10	-2	-13
d_i^2	25	64	361	4	49	25	81	100	4	169

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{-66}{10} = -6,6 \text{ l/min}$$

8. Decidir sobre a rejeição ou não de H_0

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - [(\sum d_i)^2 / n]}{n - 1}} = \sqrt{\frac{882 - [(-66)^2 / 10]}{10 - 1}} = 7,04 \text{ l/min}$$

$$t_{n-1} = \frac{\bar{d}}{(s_d / \sqrt{n})} \quad t_{10-1} = t_9 = \frac{-6,6}{(7,04 / \sqrt{10})} = -2,96$$



Se o valor da variável de teste fosse MENOR do que -2,82 a hipótese H_0 seria rejeitada

$$t_{n-1} = t_9 = -2,96 < t_{n-1, \text{critico}} = t_{9;0,01} = -2,82$$

REJEITAMOS H_0 a 1% de significância.

Com 99% de confiança (ou uma chance de erro de 1%) que o bronco dilatador contribuiu para o aumento do PEF médio dos pacientes

Dados

635	640
704	712
662	681
560	558
603	610
745	740
698	707
575	585
633	635
669	682

No R



antes=scan()
Colar



depois=scan()
Colar



t.test (antes,depois, alt="one.sided",paired=T, var.equal=T)

Paired t-test

data: antes and depois

t = -2.9635, df = 9, p-value = 0.007935

sample estimates: mean of the differences -6.6

```
t.test(x, y = NULL, alternative = c("two.sided", "less", "greater"), mu = 0, paired = FALSE, var.equal = FALSE, conf.level = 0.95, ...)
```

Um estudo foi conduzido para investigar se o farelo de aveia auxilia a baixar os níveis séricos de colesterol dos homens em relação as mulheres hipercolesterolêmicos. Catorze indivíduos do sexo masculino foram aleatoriamente colocados em uma dieta que incluía farelo de aveia e Catorze do sexo feminino, seus níveis de colesterol de lipoproteína de baixa densidade (LDL – *low-density lipoprotein*) foram registrados. Os níveis são diferentes em relação ao sexo? Os dados desse estudo são mostrados a seguir

	LDL (mmol/l)	
ID	Masculino	Feminino
1	4,61	3,84
2	6,42	5,57
3	5,4	5,85
4	4,54	4,8
5	3,98	3,68
6	3,82	2,96
7	5,01	4,41
8	4,34	3,72
9	3,8	3,49
10	4,56	3,84
11	5,35	5,26
12	3,89	3,73
13	2,25	1,84
14	4,24	4,14

- (a) As duas amostras são de dados pareados ou independentes?
- (b)** Quais são as hipóteses apropriadas para um teste bilateral?
- (c)** Conduza o teste ao nível de significância de 5%. Qual é o p-valor?
- (e)** O que você conclui?

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

BUSSAB, W.O.; MORETTIN, P. **Estatística básica**. 4 ed. São Paulo, Atual, 1987.

PAGANO, M. e GAUVREAU, K. Princípios de Bioestatística - Tradução da 2ª Edição Norte Americana, Pioneira Thonpson Learning, São Paulo, SP, 2004.

MEDRONHO R; CARVALHO DM; BLOCH KV; LUIZ RR; WERNECK GL. Epidemiologia. Atheneu, 2 ed. São Paulo, 2008

ROSNER, B. Fundamentos de bioestatística. 8ª Edição Norte Americana, Cengage Learning, 2016.