

Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”  
Universidade de São Paulo

## Medidas de Associação

Professora Renata Alcarde Sermarini

Piracicaba  
Março 2017

# ASSOCIAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS QUANTITATIVAS

# Correlação

## Correlação

Análise do comportamento conjunto de duas ou mais variáveis **quantitativas**.

### Exemplos:

- Relação entre altura da árvore e diâmetro a altura do peito;
- Relação entre doses de nitrogênio e produção de determinada cultura;
- Relação entre a porcentagem de nucleotídos totais e a temperatura em graus centígrados;
- ...

# Correlação

## Diagrama de dispersão

Representação gráfica dos pares de valores num sistema cartesiano.

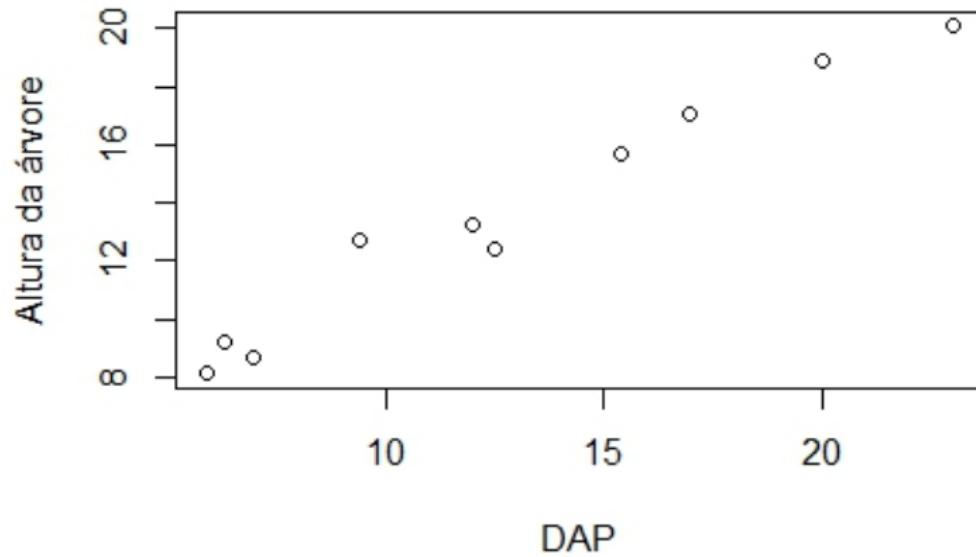
**Exemplo:** Os dados a seguir são referentes à altura da árvore ( $Y$ ) e seu diâmetro a altura do peito ( $X$ ).

Tabela: Dados de altura da árvore e diâmetro a altura do peito

Altura	8,1	9,2	8,7	12,7	13,2	12,4	15,7	17,0	18,9	20,1
DAP	5,9	6,3	7,0	9,4	12,0	12,5	15,4	17,0	20,0	23,0

Fonte: Dados simulados

# Diagrama de dispersão



# Correlação

**Exemplo:** Os dados a seguir são referentes ao espaçamento das linhas na cultura de soja ( $X$ ) e a fração da radiação solar extinta pela planta ( $Y$ ).

Tabela: Valores de radiação e espaçamento na cultura de soja

Radiação	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
Espaçamento	0,53	0,51	0,48	0,45	0,44	0,41	0,40	0,39	0,36	0,30

Fonte: Andrade e Ogliari, 2007

# Diagrama de dispersão

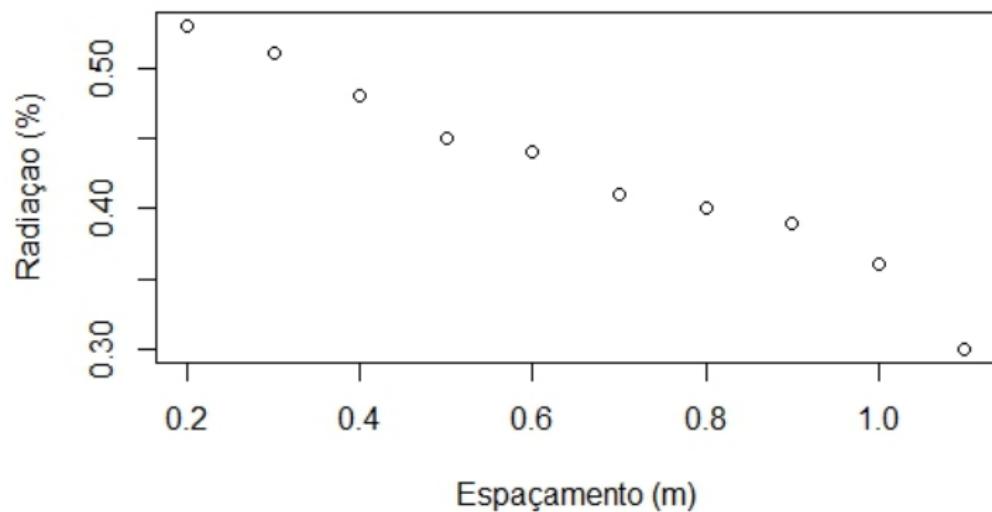


Figura: Diagrama de dispersão das variáveis radiação e espaçamento

# Correlação

**Exemplo:** Os dados a seguir são referentes à salinidade (g/l) e a temperatura na região III da Logoa da Conceição, Florianópolis, SC.

**Tabela:** Valores de salinidade e temperatura na região III da Logoa da Conceição, Florianópolis, SC

Estação	23	23A	24	25	26	27	27A	28
Temperatura	24,0	23,0	23,0	26,0	25,5	25,0	24,3	23,0
Salinidade	3,85	9,61	2,26	2,06	2,89	9,61	10,58	11,40

Fonte: Andrade e Ogliari, 2007

# Diagrama de dispersão

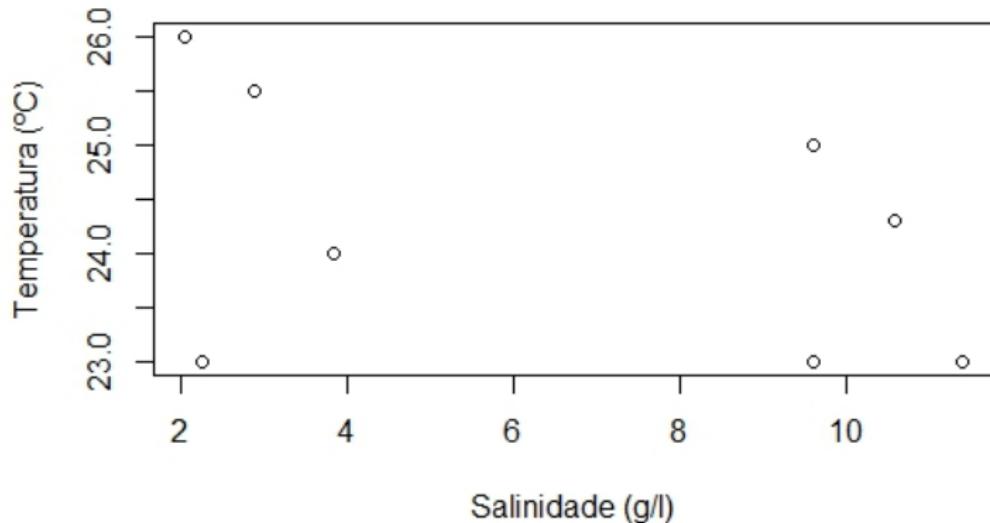


Figura: Diagrama de dispersão das variáveis salinidade e temperatura

# Correlação

Coeficiente de correlação linear de Pearson

Quantifica a correlação entre duas variáveis quantitativas.

$$-1 \leq r \leq 1$$

$r=-1$



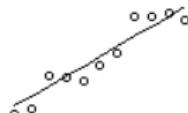
$-1 < r < 0$



$r=0$



$0 < r < 1$



$r=1$



## Coeficiente de correlação linear de Pearson

$$r = \text{Corr}(X, Y) = \frac{n(\sum xy) - (\sum x \sum y)}{\sqrt{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \sqrt{n(\sum y^2) - (\sum y)^2}}$$

# Correlação

**Exemplo:** Considerando-se o exemplo de altura da árvore ( $Y$ ) e o diâmetro a altura do peito ( $X$ ), calcular o valor do coeficiente de correlação de Pearson:

**Tabela:** Etapas intermediária para o cálculo do coeficiente de correlação de Pearson

Observação	x	y	$x^2$	$y^2$	xy
1	5,9	8,1			
2	6,3	9,2			
3	7,0	8,7			
4	9,4	12,7			
5	12,0	13,2			
6	12,5	12,4			
7	15,4	15,7			
8	17,0	17,0			
9	20,0	18,9			
10	23,0	20,1			
Total					

# Correlação

**Tabela:** Etapas intermediária para o cálculo do coeficiente de correlação de Pearson

Observação	x	y	$x^2$	$y^2$	xy
1	5,9	8,1	34,8	65,9	47,9
2	6,3	9,2	39,7	84,6	57,9
3	7,0	8,7	49,0	74,9	60,6
4	9,4	12,7	88,4	161,7	119,5
5	12,0	13,2	144,0	174,8	158,6
6	12,5	12,4	156,2	154,0	155,1
7	15,4	15,7	237,2	246,2	241,6
8	17,0	17,0	289,0	290,0	289,5
9	20,0	18,9	400,0	357,4	378,1
10	23,0	20,1	529,0	402,6	461,5
Total	128,5	136,0	1967,23	2011,94	1970,51

# Correlação

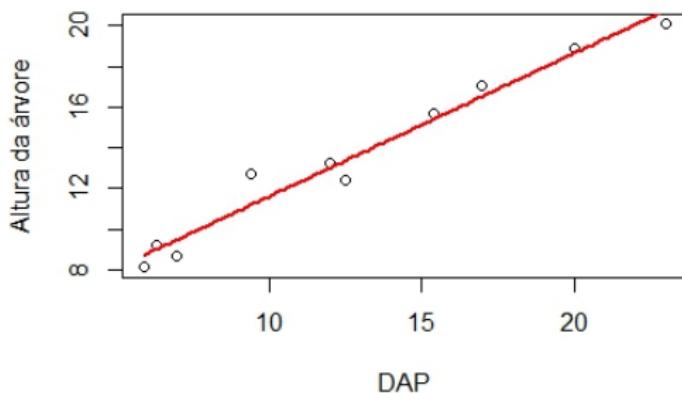
**Tabela:** Etapas intermediária para o cálculo do coeficiente de correlação de Pearson

Observação	x	y	$x^2$	$y^2$	xy
1	5,9	8,1	34,8	65,9	47,9
2	6,3	9,2	39,7	84,6	57,9
3	7,0	8,7	49,0	74,9	60,6
4	9,4	12,7	88,4	161,7	119,5
5	12,0	13,2	144,0	174,8	158,6
6	12,5	12,4	156,2	154,0	155,1
7	15,4	15,7	237,2	246,2	241,6
8	17,0	17,0	289,0	290,0	289,5
9	20,0	18,9	400,0	357,4	378,1
10	23,0	20,1	529,0	402,6	461,5
Total	128,5	136,0	1967,23	2011,94	1970,51

$$\begin{aligned} r = \text{Corr}(X, Y) &= \frac{10(1970,51) - (128,5)(136,0)}{\sqrt{10(1967,23) - 128,5^2} \sqrt{10(2011,94) - 136,0^2}} \\ &= \frac{2229,1}{2264,956} = 0,9842 \end{aligned}$$

# Ajuste de uma reta

- Equação matemática linear;
- Representação de um conjunto de dados;
- Relação de causa e efeito;
- Interpolação e Extrapolação.



# Ajuste de uma reta

Variáveis:

$X \Rightarrow$  Variável **Independente**  
 $Y \Rightarrow$  Variável **Dependente**

Equação matemática:

$$y = \alpha + \beta x,$$

em que  $\alpha$  representa o intercepto e  $\beta$  o coeficiente angular.

**Interpretação prática do parâmetro  $\beta$ :** o quanto varia a resposta  $y$  para um acréscimo de uma unidade na variável  $x$ .

# Ajuste de uma reta

## Modelo Estatístico

$$y = \alpha + \beta x + \epsilon$$

Reta ajustada:

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x,$$

ou

$$\hat{y} = a + bx$$

em que  $\hat{\alpha}$  (ou  $a$ ) e  $\hat{\beta}$  (ou  $b$ ) são as estimativas dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ .

# Ajuste de uma reta

Estimativas pelo método dos mínimos quadrados:

$$\hat{\beta} = \frac{n \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

e

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x},$$

---

em que  $n$  corresponde ao tamanho da amostra.

# Ajuste de uma reta

**Exemplo:** Considerando-se o exemplo de altura da árvore ( $Y$ ) e o diâmetro a altura do peito ( $X$ ):

**Tabela:** Etapas intermediárias

Observação	x	y	$x^2$	$y^2$	xy
1	5,9	8,1	34,8	65,9	47,9
2	6,3	9,2	39,7	84,6	57,9
3	7,0	8,7	49,0	74,9	60,6
4	9,4	12,7	88,4	161,7	119,5
5	12,0	13,2	144,0	174,8	158,6
6	12,5	12,4	156,2	154,0	155,1
7	15,4	15,7	237,2	246,2	241,6
8	17,0	17,0	289,0	290,0	289,5
9	20,0	18,9	400,0	357,4	378,1
10	23,0	20,1	529,0	402,6	461,5
Total	128,5	136,0	1967,23	2011,94	1970,51

# Ajuste de uma reta

**Exemplo:** Considerando-se o exemplo de altura da árvore ( $Y$ ) e o diâmetro a altura do peito ( $X$ ):

Tabela: Etapas intermediárias

Observação	x	y	$x^2$	$y^2$	xy
1	5,9	8,1	34,8	65,9	47,9
2	6,3	9,2	39,7	84,6	57,9
3	7,0	8,7	49,0	74,9	60,6
4	9,4	12,7	88,4	161,7	119,5
5	12,0	13,2	144,0	174,8	158,6
6	12,5	12,4	156,2	154,0	155,1
7	15,4	15,7	237,2	246,2	241,6
8	17,0	17,0	289,0	290,0	289,5
9	20,0	18,9	400,0	357,4	378,1
10	23,0	20,1	529,0	402,6	461,5
Total	128,5	136,0	1967,23	2011,94	1970,51

$$\hat{\beta} = \frac{10(1970,51) - (128,5)(136,0)}{10(1967,23) - (128,5)^2} = 0,7053$$

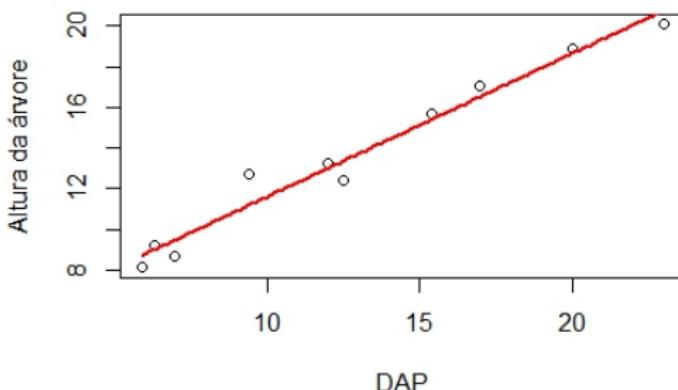
$$\hat{\alpha} = \frac{136,0 - 0,7053(128,5)}{10} = 4,5368$$

## Ajuste de uma reta

**Exemplo:** Considerando-se o exemplo de altura da árvore ( $Y$ ) e o diâmetro a altura do peito ( $X$ ):

Reta ajustada

$$\hat{y}_i = 4,5368 + 0,7053x_i.$$



# Verificação da qualidade do ajuste

## RESÍDUO:

Diferença entre o valor observado ( $y_i$ ) e o valor predito ( $\hat{y}_i$ ), para um determinado valor  $x_i$ :

$$e_i = y_i - \hat{y}_i.$$

O primeiro resíduo (simples) é dado por:

# Verificação da qualidade do ajuste

## RESÍDUO:

Diferença entre o valor observado ( $y_i$ ) e o valor predito ( $\hat{y}_i$ ), para um determinado valor  $x_i$ :

$$e_i = y_i - \hat{y}_i.$$

O primeiro resíduo (simples) é dado por:

$$e_1 = 8,1 - (4,5368 + 0,7053 \times 5,9) = 8,1 - 8,7 = -0,6$$

# Verificação da qualidade do ajuste

Modelo bem ajustado:

é aquele que apresenta resíduos pequenos.

Resíduo simples  $\Rightarrow$  depende das unidades de medida



$$\text{Resíduos Padronizados} \Rightarrow z_i = \frac{e_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n e_i^2 / (n-2)}}$$

**Na prática:** erro pequeno  $\Rightarrow$  resíduo padronizado entre -2 e 2.

# Verificação da qualidade do ajuste

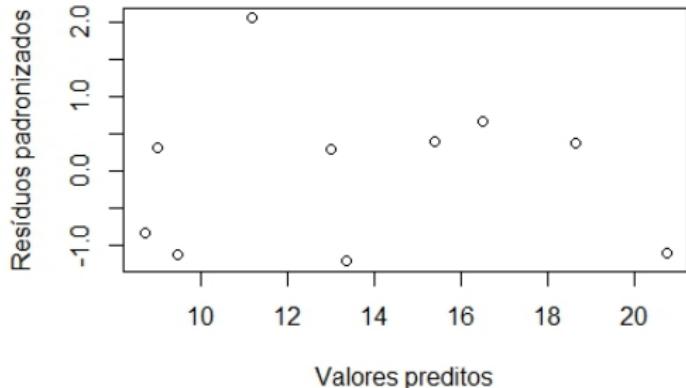


Figura: Gráfico dos valores preditos *versus* resíduos padronizados

**Ideal:** Gráfico sem padrão!

# Verificação da qualidade do ajuste

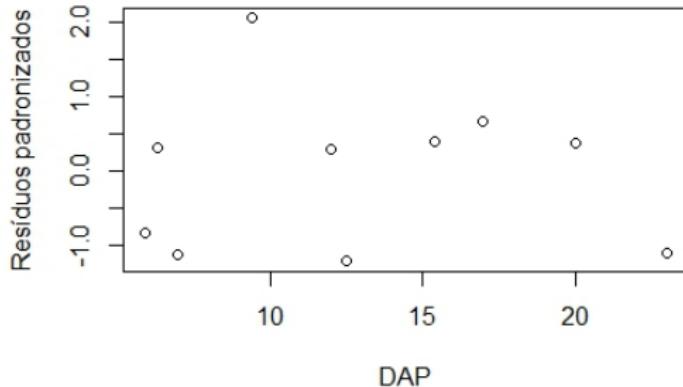


Figura: Gráfico dos valores de DAP *versus* resíduos padronizados

**Ideal:** Gráfico sem padrão!

# Códigos em R

```
#exemplo 1:  
# x = dap  
# y = altura  
x<- c(5.9, 6.3, 7.0, 9.4, 12.0,  
      12.5, 15.4, 17.0, 20.0, 23.0)  
y<- c(8.1, 9.2, 8.7, 12.7, 13.2,  
      12.4, 15.7, 17.0, 18.9, 20.1)  
#diagrama de dispersao  
plot(y ~ x, xlab="DAP",  
      ylab="Altura")  
# correlação  
cor(y,x)
```

# Códigos em R

```
#ajuste da reta
mod1<- lm(y ~ x)
summary(mod1)
plot(y ~ x, xlab="DAP",
      ylab="Altura")
curve(coef(mod1)[1]+coef(mod1)[2]*x,x, add=T,
      lwd=2, col=2)
# diagnostico
plot(rstandard(mod1) ~ predict(mod1), ylim=c(-2,2),
      xlab="Valores preditos", ylab="Resíduos Padronizados")
abline(h=0)
plot(rstandard(mod1) ~ x, ylim=c(-2,2),
      xlab="DAP", ylab="Resíduos Padronizados")
abline(h=0)
```

# ASSOCIAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS QUALITATIVAS

# Tabelas de contingência

Duas variáveis categorizadas:

- $A$ : com  $s$  categorias  $\Rightarrow A_1, A_2, \dots, A_s$ ;
- $B$ : com  $r$  categorias  $\Rightarrow B_1, B_2, \dots, B_r$ .

**Tabela:** Distribuição conjunta de frequências das variáveis  $A$  e  $B$ , observados em  $n$  elementos

		$B$				Total
$A$		$B_1$	$B_2$	$\dots$	$B_r$	
$A_1$		$n_{11}$	$n_{12}$	$\dots$	$n_{1r}$	$n_{1\cdot}$
$A_2$		$n_{21}$	$n_{22}$	$\dots$	$n_{2r}$	$n_{2\cdot}$
.	.	.	.	$\dots$	.	.
$A_s$		$n_{s1}$	$n_{s2}$	$\dots$	$n_{sr}$	$n_{s\cdot}$
Total		$n_{\cdot 1}$	$n_{\cdot 2}$	$\dots$	$n_{\cdot r}$	$n$

# Tabelas de contingência

**Exemplo:** Na Tabela a seguir apresentamos a distribuição conjunta do comportamento de 59 capivaras com relação ao ambiente.

**Tabela:** Distribuição conjunta das frequências das variáveis comportamento e ambiente para 59 capivaras

Ambiente	Comportamento		Total
	Agressivo	Não Agressivo	
Restrito	22	5	27
Amplo	20	12	32
Total	42	17	59

# Tabelas de contingência

**Tabela:** Distribuição conjunta das frequências das variáveis comportamento e ambiente para 59 capivaras

Ambiente	Comportamento		Total
	Agressivo	Não Agressivo	
Restrito	22	5	27
Amplo	20	12	32
Total	42	17	59

- **Distribuição marginal da variável Ambiente;**
- **Distribuição marginal da variável Comportamento;**

## Tabelas de contingência

Totais marginais diferentes  $\Rightarrow$  difícil visualização da associação



Porcentagens: linhas, colunas, total

# Tabelas de contingência

Totais marginais diferentes  $\Rightarrow$  difícil visualização da associação



Porcentagens: linhas, colunas, total

**Tabela:** Distribuição conjunta das frequências das variáveis comportamento e ambiente para 59 capivaras

Ambiente	Comportamento		Total
	Agressivo	Não Agressivo	
Restrito	81,5	18,5	<b>100</b>
Amplo	62,5	37,5	<b>100</b>
Total	71,2	28,8	<b>100</b>

## Representação gráfica

**Exemplo:** Os dados da tabela a seguir têm por objetivo verificar se os caracteres ciclo (Tardio e Precoce) e virescência (Normal e Virescente), de uma progênie da espécie "X", segregam de forma independente

**Tabela:** Contagem de plantas segregando para dois caracteres

		Virescência		Total
Ciclo	Normal	Virescente		
Tardio	3470	910	4380	
Precoce	1030	290	1320	
Total	4500	1200	5700	

Fonte: Andrade e Ogliari, 2007

A virescência caracteriza-se pelo desenvolvimento de cloroplastos nas pétalas, resultando no aparecimento de flores verdes

# Representação gráfica

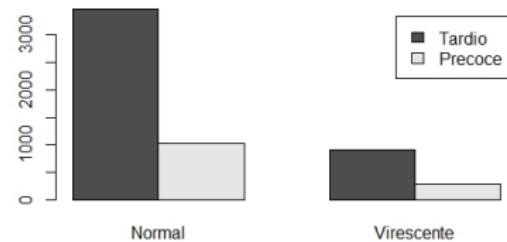
**Exemplo:** Os dados da tabela a seguir têm por objetivo verificar se os caracteres ciclo (Tardio e Precoce) e virescência (Normal e Virescente), de uma progénie da espécie “X”, segregam de forma independente

**Tabela:** Contagem de plantas segregando para dois caracteres

		Virescência		Total
Ciclo	Normal	Virescente		
Tardio	3470	910	4380	
Precoce	1030	290	1320	
Total	4500	1200	5700	

Fonte: Andrade e Ogliari, 2007

A virescência caracteriza-se pelo desenvolvimento de cloroplastos nas pétalas, resultando no aparecimento de flores verdes



**Figura:** Contagem de plantas segregando para dois caracteres numa progénie da espécie “X”

# Representação gráfica

## Perfis-coluna

Tabela: Contagem de plantas segregando para dois caracteres

Ciclo	Virescência		Total
	Normal	Virescente	
Tardio	77,11%	75,83%	76,84%
Precoce	22,89%	24,17%	23,16%
Total	100%	100%	100%

# Representação gráfica

## Perfis-coluna

Tabela: Contagem de plantas segregando para dois caracteres

Ciclo	Virescência		Total
	Normal	Virescente	
Tardio	77,11%	75,83%	76,84%
Precoce	22,89%	24,17%	23,16%
Total	100%	100%	100%

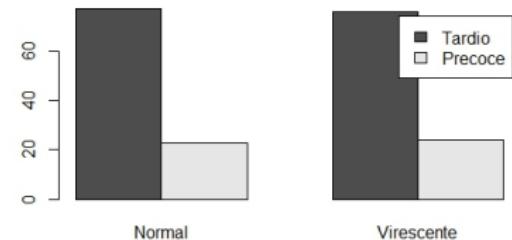


Figura: Distribuição de precocidade segundo a virescência

## Representação gráfica

**Exemplo:** Os dados da tabela a seguir referem-se às coletas de insetos em armadilhas adesivas de duas cores, em que os indivíduos coletados de uma determinada espécie foram sexados, tendo como objetivo verificar se havia influência da cor da armadilha sobre a atração de machos e fêmeas dessa espécie.

Tabela: Números de insetos coletados em armadilhas adesivas e sexados.

Armadilha	Machos	Fêmeas	Totais
Alaranjada	246	17	263
Amarela	458	32	490
Totais	704	49	753

Fonte: Cordeiro, G.M.; Demétrio, C.G.B. Modelos Lineares Generalizados e Extensões

# Representação gráfica

Tabela: Números de insetos coletados em armadilhas adesivas e sexados.

Armadilha	Machos	Fêmeas	Totais
Alaranjada	246 (32,7%)	17 (2,3%)	263 (36,0%)
Amarela	458 (60,8%)	32 (4,2%)	490 (65,0%)
Totais	704 (93,5%)	49 (6,5%)	753 (100%)

Fonte: Cordeiro, G.M.; Demétrio, C.G.B. Modelos Lineares Generalizados e Extensões

# Representação gráfica

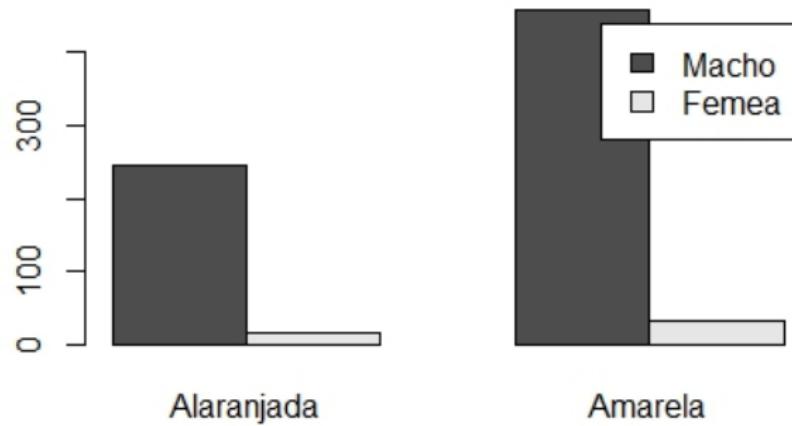


Figura: Gráfico de distribuição conjunta da cor da armadilha e sexagem dos insetos

## Representação gráfica

**Exemplo:** A tabela a seguir refere-se ao número de pássaros de uma particular espécie, classificados de acordo com o local da floresta onde se alimentam, para duas estações do ano.

Estação do ano	Local da floresta			Total
	Árvores	Arbusto	Chão	
Primavera	30	20	9	59
Outono	13	22	26	61
Total	43	42	35	120

Fonte: Andrade e Ogliari, 2007

# Representação gráfica

## Perfil linha:

Estação do ano	Local da floresta			Total
	Árvores	Arbusto	Chão	
Primavera	30 (50,8%)	20 (33,9%)	9 (15,3%)	59 (100%)
Outono	13 (21,3%)	22 (36,1%)	26 (42,6%)	61 (100%)
Total	43 (35,8%)	42 (35,0%)	35 (29,2%)	120 (100%)

# Representação gráfica

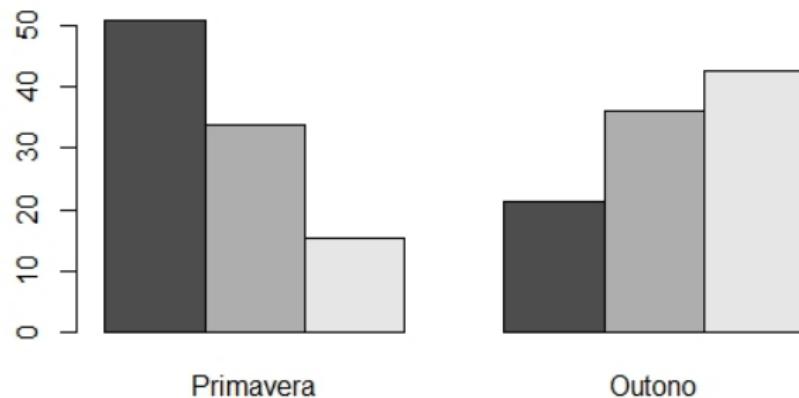


Figura: Associação entre local e estação

# Representação gráfica

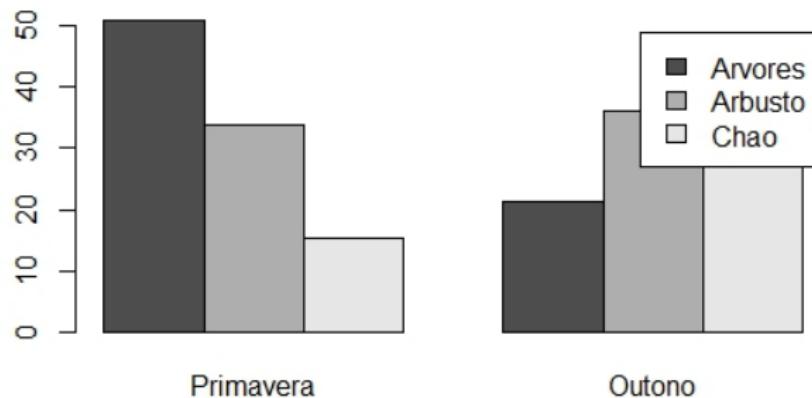


Figura: Associação entre local e estação

Comparar a frequência observada com a frequência esperada!

Frequência esperada

Considerando-se a independência entre as variáveis,

$$fe_{ij} = \frac{n_i \cdot n_j}{n_{..}}$$

# Estatística $\chi^2$

Comparar a frequência observada com a frequência esperada!

Frequência esperada

Considerando-se a independência entre as variáveis,

$$fe_{ij} = \frac{n_i \cdot n_j}{n_{..}}$$

Estatística  $\chi^2$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^r \frac{(n_{ij} - fe_{ij})^2}{fe_{ij}}$$

# Estatística $\chi^2$

Considerando o exemplo do hábito alimentar dos pássaros e local

Estação do ano	Local da floresta			Total
	Árvores	Arbusto	Chão	
Primavera	30	20	9	59
Outono	13	22	26	61
Total	43	42	35	120

Fonte: Andrade e Ogliari, 2007

# Estatística $\chi^2$

Considerando o exemplo do hábito alimentar dos pássaros e local

⇒ Frequências esperadas

Estação do ano	Local da floresta			Total
	Árvores	Arbusto	Chão	
Primavera	30 (21,14)	20 (20,65)	9 (17,21)	59
Outono	13 (21,86)	22 (21,35)	26 (17,79)	61
Total	43	42	35	120

# Estatística $\chi^2$

Considerando o exemplo do hábito alimentar dos pássaros e local

⇒ Diferenças

Estação do ano	Local da floresta		
	Árvores	Arbusto	Chão
Primavera	8,86	-0,65	-8,21
Outono	-8,86	0,65	8,21

# Estatística $\chi^2$

Considerando o exemplo do hábito alimentar dos pássaros e local

⇒ Diferenças

Estação do ano	Local da floresta		
	Árvores	Arbusto	Chão
Primavera	8,86	-0,65	-8,21
Outono	-8,86	0,65	8,21

Estatística:

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(8,86)^2}{21,14} + \frac{(-0,65)^2}{20,65} + \frac{(-8,21)^2}{17,21} + \frac{(-8,86)^2}{21,86} + \frac{(0,65)^2}{21,35} + \frac{(8,21)^2}{17,79} \\ &= 3,7133 + 0,0205 + 3,9166 + 3,5910 + 0,0198 + 3,7889 \\ &= 15,0501.\end{aligned}$$

# Coeficiente de contingência

$$\chi^2 > 0$$



sem limite superior

## Coeficiente de Contingência (Pearson)

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

# Coeficiente de contingência

**No exemplo:**

# Coeficiente de contingência

**No exemplo:**

$$C = \sqrt{\frac{15,0501}{15,0501 + 120}} = 0,3338$$



Existe associação!

Forte ou fraca?

# Coeficiente de contingência

No exemplo:

$$C = \sqrt{\frac{15,0501}{15,0501 + 120}} = 0,3338$$



Existe associação!

Forte ou fraca?

**Depende o limite superior do coeficiente de contingência!!!**

## Coeficiente de contingência

Limite superior de  $C \Rightarrow \sqrt{(t - 1)/t}$ , em que  $t$  é o mínimo entre o número de linhas e o número de colunas.

Modificação do coeficiente de contingência

$$C^* = \frac{C}{\sqrt{(t - 1)/t}}$$

# Coeficiente de contingência

Limite superior de  $C \Rightarrow \sqrt{(t - 1)/t}$ , em que  $t$  é o mínimo entre o número de linhas e o número de colunas.

Modificação do coeficiente de contingência

$$C^* = \frac{C}{\sqrt{(t - 1)/t}}$$

**No exemplo:**  $t = 2$ ,

$$C^* = \frac{0,3338}{\sqrt{(2 - 1)/2}} = 0,4721$$

# Coeficiente de contingência

**Exercício:** Calcular o coeficiente de contingência modificado para o exemplo do comportamento das capivaras.

# Códigos em R

```
# plantas
Ciclo<- c("Tardio", "Precoce")
Viresc<- c("Normal", "Virescente")
(plantas<- matrix(c(3470, 1030, 910, 290),
                  ncol=2, nrow=2))
colnames(plantas)<- Viresc
rownames(plantas)<- Ciclo
plantas
barplot(plantas, legend=T)
barplot(plantas, legend=T, beside=T)
```

# Códigos em R

```
plantas_col<- matrix(c(plantas[,1]/sum(plantas[,1])*100,
                      plantas[,2]/sum(plantas[,2])*100),
                      ncol=2, nrow=2)
colnames(plantas_col)<- Viresc
rownames(plantas_col)<- Ciclo
barplot(plantas_col, legend=T, beside=T)
```

# Códigos em R

```
# insetos
Sexo<- c("Macho", "Femea")
Armadilha<- c("Alaranjada", "Amarela")
(insetos<- matrix(c(246, 17, 458, 32),
                  ncol=2, nrow=2, byrow=T))
colnames(insetos)<- Sexo
rownames(insetos)<- Armadilha
insetos
barplot(insetos, legend=T)
barplot(insetos, legend=T, beside=T)
barplot(t(insetos), legend=T, beside=T)
```

# Códigos em R

```
# aves
(aves<- matrix(c(30, 20, 9,
                  13, 22, 26),
                 ncol=3, nrow=2, byrow=T))
colnames(aves)<-c("Arvores", "Arbusto", "Chao")
rownames(aves)<-c("Primavera", "Outono")
aves
aves2<- aves
aves2[1,]<- aves[1,]/sum(aves[1,])*100
aves2[2,]<- aves[2,]/sum(aves[2,])*100
aves2
```

# Códigos em R

```
barplot(aves2, legend=T, beside=T)
barplot(t(aves2), beside=T, legend=T)
chisq.test(aves)
(CCPC<- sqrt(chisq.test(aves)$statistic/
(chisq.test(aves)$statistic+sum(aves))))
CCP/sqrt((2-1)/2)
```

# ASSOCIAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS QUALITATIVAS E QUANTITATIVAS

# Associação: Qualitativa vs Quantitativa

- Análise da variável quantitativa dentro de cada nível da variável qualitativa:
  - medidas resumo
  - histogramas
  - box plots
  - diagrama de ramos e folhas

# Associação: Qualitativa vs Quantitativa

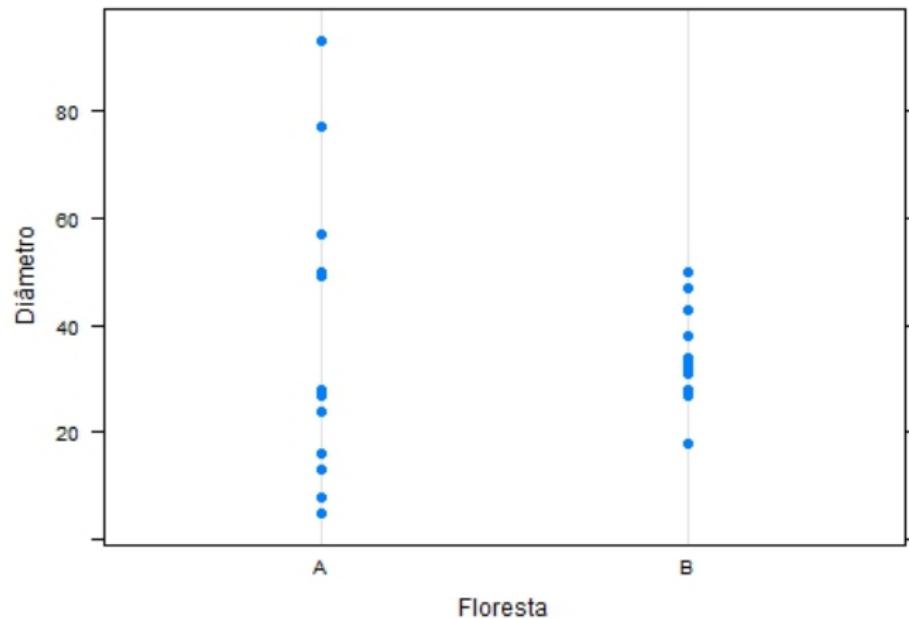
**Exemplo:** Os dados apresentados a seguir correspondem à variável diâmetro da árvore avaliada em duas florestas (Floresta A e Floresta B).

Tabela: Diâmetro das árvores

Floresta A	16	50	13	8	5	77	93
	27	57	28	24	16	49	
Floresta B	38	43	32	18	47	33	38
	27	50	34	34	31	28	

## Associação: Qualitativa vs Quantitativa

**Exemplo:** Os dados apresentados a seguir correspondem à variável diâmetro da árvore avaliada em duas florestas (Floresta A e Floresta B).



# Associação: Qualitativa vs Quantitativa

**Exemplo:** Os dados apresentados na tabela a seguir são referentes ao volume de madeira por árvore de *Eucaliptus camaldulensis*, em  $m^3 10^{-4}$ . São apresentados os dados de 5 progênies avaliadas.

Tabela: Volume de madeira, em  $m^3 10^{-4}$

A	B	C	D	E
212	108	63	175	133
206	194	77	239	106
224	163	100	100	185
289	111	99	104	136
324	236	68	256	147
219	146	76	267	210

## Associação: Qualitativa vs Quantitativa

**Exemplo:** Os dados apresentados são referentes ao volume de madeira por árvore de *Eucaliptus camaldulensis*, em  $m^3 10^{-4}$ . São apresentados os dados de 5 progênies avaliadas.

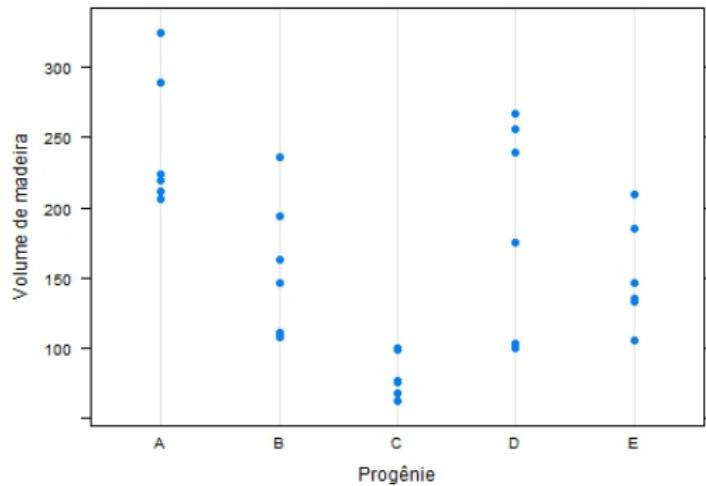
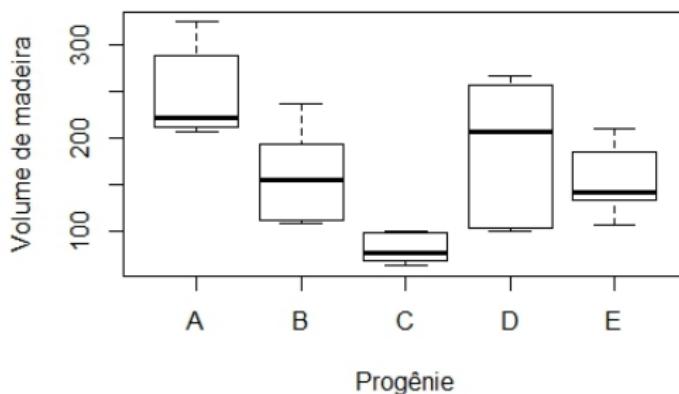


Figura: Gráfico de pontos para a variável volume de madeira por progénie

## Associação: Qualitativa vs Quantitativa

**Exemplo:** Os dados apresentados são referentes ao volume de madeira por árvore de *Eucaliptus camaldulensis*, em  $m^3 10^{-4}$ . São apresentados os dados de 5 progênies avaliadas.



**Figura:** Box plot para a variável volume de madeira por progénie

# Códigos em R

```
Floresta<- rep(c("A", "B"), each=13)
diametro<- c(16, 50, 13, 8, 5,
            77, 93, 27, 57, 28, 24, 16, 49,
            38, 43, 32, 18, 47,
            33, 38, 27, 50, 34, 34, 31, 28)
require(lattice)
dotplot(diametro ~ Floresta, xlab="Floresta",
        ylab="Diâmetro")
```

## Códigos em R

```
progenie<- rep(c("A", "B", "C", "D", "E"),
                 times=6)
volume<- c(212, 108, 63, 175, 133,
          206, 194, 77, 239, 106,
          224, 163, 100, 100, 185,
          289, 111, 99, 104, 136,
          324, 236, 68, 256, 147,
          219, 146, 76, 267, 210)
dotplot(volume ~ progenie, xlab="Progênie",
        ylab="Volume de madeira")
boxplot(volume ~ progenie, xlab="Progênie",
        ylab="Volume de madeira")
```

# Referências

- ANDRADE, D.F.; OGLIARI, P.J. **Estatística para as ciências agrárias e biológicas com noções de experimentação.** Editora da UFSC, Florianópolis, 2007.
- ZOCCHI, S.S.; LEANDRO, R.A. **Notas para acompanhar a disciplina LCE-211-Estatística Geral.** ESALQ-USP, Piracicaba, S.P. 1999.