LCE0216 - Introdução à Bioestatística Florestal
7. Estimação pontual e intervalar

Profa. Dra. Clarice Garcia Borges Demétrio
Monitores: Giovana Fumes e Ricardo Klein

Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"
Universidade de São Paulo

Piracicaba, 16 de Maio 2017

Estimação dos Parâmetros

Estimação

Avaliar características da população com base em informações da amostra

$$\Downarrow$$

Estimar os parâmetros

Mais utilizadas:

- média (μ)
- proporção (π)
- variância (σ^2)

Estimação dos Parâmetros

Exemplos:

- produção média de determinada cultura;
- proporção média de área foliar atacada por uma praga;
- parâmetros estatísticos genéticos (variância genética, ambiental e fenotípica)...

Estimadores mais utilizados

Estimadores

$$\text{Média: } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$\text{Proporção: } P = \frac{\text{número de sucessos}}{n}$$

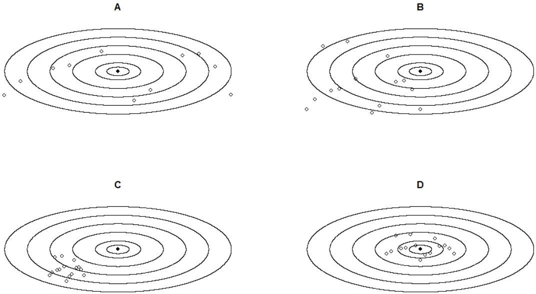
$$\text{Variância: } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Propriedades dos estimadores

Propriedades

- **não viesado**: média da distribuição amostral igual ao parâmetro
- **preciso**: variância amostral pequena
- **acurado**: erro amostral pequeno

Propriedades dos estimadores



A: não viesado, pouca precisão e pouca acurácia
B: viesado, pouca precisão e pouca acurácia
C: viesado, boa precisão e baixa acurácia
D: não viesado, boa precisão e boa acurácia

Estimativas pontuais

$$\text{Média: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\text{Proporção: } p = \frac{\text{número de sucessos}}{n}$$

$$\text{Variância: } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Estimativas intervalares

Intervalo de confiança

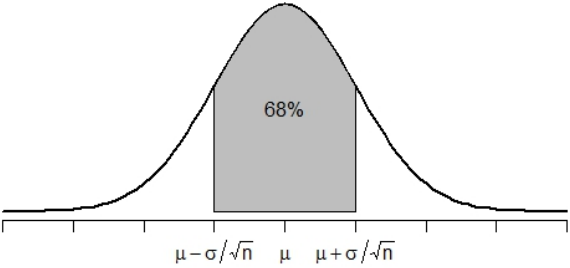
Seja $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ uma amostra aleatória de tamanho n de uma população e θ o parâmetro de interesse. Sejam $\hat{\theta}_1$ e $\hat{\theta}_2$ estatísticas tais que:

$$P(\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2) = 1 - \alpha.$$

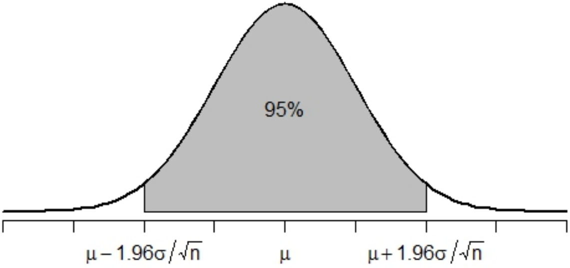
Então o intervalo $(\hat{\theta}_1; \hat{\theta}_2)$ é chamado intervalo de **100(1-α)% de confiança** para o parâmetro θ. Usualmente toma-se $1 - \alpha$=0,95 ou 0,99.

Interpretação: De todos os possíveis intervalos que possam ser construídos, espera-se que $100(1 - \alpha)$% deles contenham o verdadeiro valor do parâmetro θ.

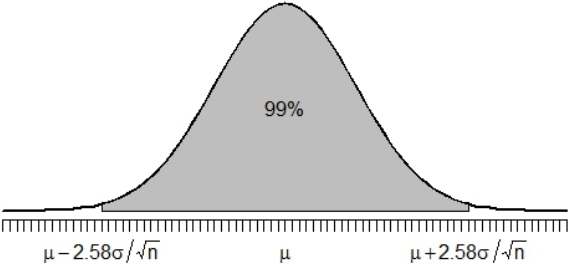
Distribuição normal



Distribuição normal



Distribuição normal



Intervalos de confiança para média populacional

Casos

- População Normal e Variância da população conhecida;
- População Normal e Variância da população desconhecida;
- População não Normal, grandes amostras ($n > 30$).

Intervalo de confiança para média

- **População normal e variância populacional conhecida**

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \Rightarrow Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$P\left(-z_T < \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} < z_T\right) = 1-\alpha$$

$$\cdots$$

$$P\left(\bar{X} - z_T\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} < \mu < \bar{X} + z_T\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right) = 1-\alpha$$

$$IC(\mu)_{1-\alpha} = \left(\bar{X} - z_T\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}; \bar{X} + z_T\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right)$$

Intervalo de confiança para média

- **População normal e variância populacional conhecida**

Exemplo: A distribuição dos pesos de pacotes de determinadas sementes, enchidos automaticamente por uma certa máquina, é normal, com desvio padrão (σ) conhecido e igual a 0,20 kg. Uma amostra de 15 pacotes retirada ao acaso apresentou os seguintes pesos, em kg:

20,05	20,10	20,25	19,78	19,69	19,90	20,20	19,89
19,70	20,30	19,93	20,25	20,18	20,01	20,09	

Construir os intervalos de confiança de 95% e 99% para o peso médio dos pacotes de sementes.

Intervalo de confiança para média

- **População normal e variância populacional desconhecida**

Nova estatística:

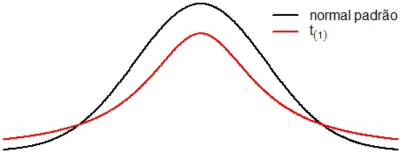
$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} \sim t_{(n-1)}$$

Distribuição t de Student

- Simétrica em relação ao zero;
- Semelhante à distribuição normal padrão, porém com "caudas mais grossas";
- Para $n \to \infty$ ($n \geq 30$) a distribuição t tende para a normal padrão

Intervalo de confiança para média

- **População normal e variância populacional desconhecida**



$$IC(\mu)_{1-\alpha} = \left(\bar{X} - t_T\sqrt{\frac{S^2}{n}}; \bar{X} + t_T\sqrt{\frac{S^2}{n}}\right)$$

- **População normal e variância populacional desconhecida**

Exemplo:
Para estudar a maturidade de certo reflorestamento um comprador tomou uma amostra aleatória simples de 16 árvores, obtendo os dados a seguir:

16,6	23,2	17,0	21,3	19,2	20,3	20,4	21,5
17,1	19,3	20,4	22,0	19,6	18,2	19,9	18,7

Supondo que a distribuição dos dados de D.A.P. é aproximadamente normal,

(a) Determinar estimativas por ponto para a média e para a variância dos D.A.P.s desse reflorestamento;

(b) Construir um intervalo de 95% de confiança para μ;

(c) Calcule o tamanho de n da amostra necessária para que se obtenha um intervalo de confiança com semi-amplitude d=0,5 cm, ao nível de significância $\alpha = 0,05$.

Intervalo de confiança para média

- **População não normal, grandes amostras (n $>$ 30)**

Pelo Teorema Central do Limite, se n for razoavelmente grande ($n > 30$), então

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} \sim N(0, 1)$$

e o intervalo de $100(1 - \alpha)\%$ de confiança para a média μ da população é dada por:

$$IC(\mu)_{1-\alpha} = \left(\bar{X} - z_T\sqrt{\frac{s^2}{n}}; \bar{X} + z_T\sqrt{\frac{s^2}{n}}\right)$$

Intervalo de confiança para média

- **População não normal, grandes amostras (n $>$ 30)**

Exemplo: Para se avaliar o número médio de árvores de uma certa espécie por ha, numa determinada área, foram observadas 32 unidades amostrais de 1 ha, obtendo-se uma média de 3,3 árvores por ha e variância 3,2 (árvores por ha)^2. Construir os intervalos de 95% e 99% de confiança para o número médio de lagartas na área total.

- Calcular o tamanho n da amostra necessária para que se obtenha um intervalo de 95% de confiança com precisão $d = 0,4$ árvores por ha.
- Calcular o tamanho n da amostra necessária para que se obtenha um intervalo de 99% de confiança com precisão $d = 0,4$ árvores por ha.

Intervalo de confiança para proporção

$$IC(\pi)_{1-\alpha} = \left(\hat{\pi} - z_T\sqrt{\frac{\hat{\pi}(1-\hat{\pi})}{n}}; \hat{\pi} + z_T\sqrt{\frac{\hat{\pi}(1-\hat{\pi})}{n}}\right)$$

Exemplo: Coletou-se uma amostra de 35 peixes da espécie *Xenomelaniris brasiliensis*, na localidade da praia da Barra da Lagoa, Florianópolis, SC, a qual apresentou 45,7% de peixes com comprimento total acima de 50 mm. Encontre um intervalo com 95% de confiança, dentro do qual deve estar a verdadeira proporção de peixes dessa espécie com comprimento acima de 50 mm.

Qual o tamanho da amostra necessário para que tenhamos 95% de confiança de que o erro de nossa estimativa não seja superior a cinco pontos percentuais (0,05)?