

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” - ESALQ
Disciplina: LCE0120 Cálculo I
Prof. Idemauro Antonio Rodrigues de Lara

3ª lista de exercícios - Limite e Continuidade

1. Considere as funções a seguir. Para cada caso, construa uma tabela com atribuição de valores na vizinhança do ponto x_0 , para verificar a tendência de $f(x)$.

a. $f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}$, em que $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$; para $x_0 = 1$.

b. $f(x) = \ln(2x - 1)$, em que $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1/2\}$; para $x_0 = \frac{3}{4}$.

c. $f(x) = 3^x$; para $x_0 = 0$.

d. $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$, em que $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$; para $x_0 = 0$.

e. $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$, em que $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 4\}$; para $x_0 = 0$.

2. Usando a definição formal de limite, mostre que:

a. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1) = 2, \forall \epsilon > 0$

b. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{2}x + 3\right) = 5$, considere $\epsilon = 0,002$.

c. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2) = 4$, considere $\epsilon = 0,01$.

d. $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{x^2 - 9}{x + 3}\right) = -6$, considere $\epsilon = 0,05$.

3. Encontre os limites solicitados com base na análise dos gráficos das funções a seguir.

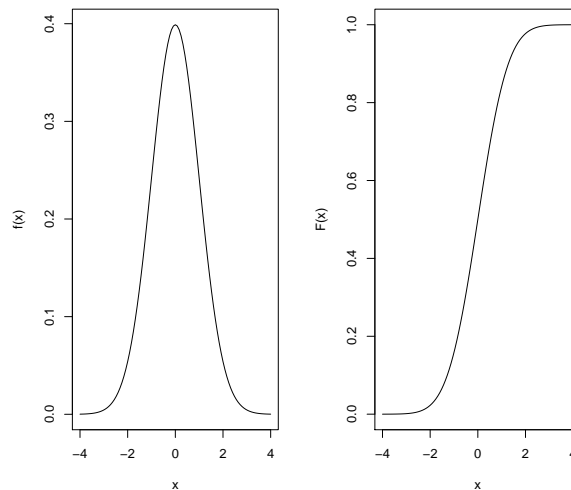


Figura 1: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} F(x)$

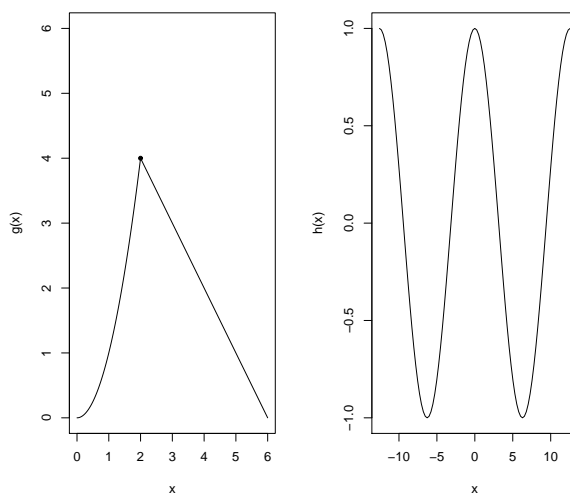


Figura 2: $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

4. Esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir e encontre o limite, se existir. Caso o limite não exista, justificar.

a.

$$f(x) = |x - 2| + 1 \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

b.

$$f(x) = \frac{|x|}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

c.

$$f(x) = \begin{cases} -5, & \text{se } x < 0; \\ 0, & \text{se } x = 0; \\ 5, & \text{se } x > 0. \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

d.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{se } x < 2; \\ 2, & \text{se } x = 2; \\ 9 - x^2, & \text{se } x > 2. \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

e.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{se } x < 3; \\ 10 - x, & \text{se } x \geq 3; \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

f.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{se } x \neq 3; \\ 7, & \text{se } x = 3; \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

5. Aplicando as propriedades e teoremas sobre limites, encontre o limite das funções a seguir.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (-5x + 3)$ Resp.: -2
2. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x - 1)$ Resp.: 7
3. $\lim_{x \rightarrow -1} [(x + 4)^3(x + 2)^{-1}]$ Resp.: 27
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 5)}{(2x^3 + 6)}$ Resp.: $-1/22$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ Resp.: 2
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ Resp.: 3
7. $\lim_{x \rightarrow 6} \log_2(x + 2)$ Resp.: 3
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \exp(x^2 + 5)$ Resp.: e^5
9. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{8x + 1}{x + 3}}$ Resp.: $3/2$
10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$ Resp.: $-3/2$
11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3}$ Resp.: $11/17$
12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$ Resp.: $1/8$
13. $\lim_{x \rightarrow 3/2} \frac{8x^3 - 27}{4x^2 - 9}$ Resp.: $9/2$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$ Resp.: $-\infty$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x} - 1}{-x} \right)$ Resp.: $-1/2$
16. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 3}$ Resp.: $+\infty$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ Resp.: 1
18. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$ Resp.: $-\infty$

19. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - x^3}{8x + 2}$ Resp.: $-\infty$
20. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 5}{8x^3 + x + 2}$ Resp.: $1/2$
21. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x^3 - x} - \sqrt[3]{x^3 + 1})$ Resp.: 0
22. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x^3 + 2}{7x^3 + 3}$ Resp.: $-5/7$
23. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{x^2 + 1}$ Resp.: 0
24. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x^2 - 4}$ Resp.: $+\infty$
25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3 + x)^2 - 9}{x}$ Resp.: 6
26. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}; n \in \mathbb{N}^*$ Resp.: n
27. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{x - 3}$ Resp.: $-\infty$
28. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{|x - 2|}$ Resp.: $+\infty$
29. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x} - x$ Resp.: $3/2$
30. $\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x + 6}{x^2 - 36}$ Resp.: $+\infty$
31. $\lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{x + 6}{x^2 - 36}$ Resp.: $-\infty$
32. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x + 6}{x^2 - 36}$ Resp.: não existe
33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x}$ Resp.: $1/4$
34. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2} - \frac{3}{x - 4}$ Resp.: não existe
35. $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{3 - x}{x^2 - 2x - 8}$ Resp.: $+\infty$
36. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{3 + \operatorname{sen} x}{x \operatorname{sen} x}$ Resp.: $8/\pi$
37. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ Resp.: 1

38. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{sen} x}{x}$ Resp.: 2
39. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sec x}{\cos x}$ Resp.: 0
40. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ Resp.: 1/2
41. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{1 + (\cos x)^2}$ Resp.: -1/2
42. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x \cos x}$ Resp.: 0
43. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{sen} x - \cos x}{1 - \tan x}$ Resp.: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
44. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} ax}{x}$ Resp.: a
45. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 5x}{x \cos x}$ Resp.: 5
46. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x+5}$ Resp.: e^2
47. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$ Resp.: e^{-1}
48. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$ Resp.: e^3
49. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{2}{x}-1}$ Resp.: e^2
50. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ Resp.: e^{-1}

6. Encontrar, caso existam, as assíntotas horizontais e verticais do gráfico das funções a seguir.

$$\begin{array}{lll} \text{a. } f(x) = -\frac{2}{x+3} & \text{b. } f(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{x^2-2}} & \text{c. } f(x) = \frac{4}{x-4} \\ \text{d. } f(x) = \frac{2}{x} & \text{e. } f(x) = e^x - 1 & \text{f. } f(x) = \ln(1+x) \\ \text{g. } f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} & \text{h. } f(x) = \tan x & \text{i. } f(x) = e^{\frac{1}{x}} \end{array}$$

7. Um função real $y = f(x)$ é descontínua no ponto $x = a$ se qualquer um dos três requisitos para continuidade não é satisfeito. Dê três exemplos de funções, em que cada uma delas um desses requisitos é violado.

8. Para cada função a seguir, estude a sua continuidade no ponto solicitado. Esboce os gráficos e justifique sua resposta.

a.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 16, & \text{se } x \neq -4; \\ 4, & \text{se } x = -4; \end{cases} \quad \text{em } x = -4.$$

b.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & \text{se } x \neq -2; \\ 3, & \text{se } x = -2; \end{cases} \quad \text{em } x = -2.$$

c.

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x+1), & \text{se } x \geq 0; \\ -x, & \text{se } x < 0; \end{cases} \quad \text{em } x = 0.$$