Lista 11 -MAT-206 e MAP-216 - 2023

(1) Sejam (a_n) e (b_n) sequências de números reais tais que $\lim_{n\to+\infty} a_n = a$ e $\lim_{n\to+\infty} b_n = b$. Prove que se $a < b$ então existe $n_0 \leq 1$ tal que, para todo $n \geq n_0$. tem-se que $a_n < b_n$.

(2) Sejam (a_n) e (b_n) sequências de números reais tais que $\lim_{n\to+\infty} a_n = a$ e $\lim_{n\to+\infty} b_n = b$.

(i) Prove que se $a_n \leq b_n$, $\forall n \geq 1$, então $a \leq b$.

(ii) Suponha que $a_n < b_n$, $\forall\ n \geq 1$. Você pode concluir que $a < b$? Prove ou dê um contra-exemplo.

(3) Seja (x_n) uma sequência de números reais tal que $\lim_{n\to+\infty} x_n = l$. Prove que $\lim_{n\to+\infty} x_{n+1} = l$ e $\lim_{n\to+\infty} x_{n-1} = l$.

(4) Seja (x_n) uma sequência crescente de números reais e suponhamos que exista uma subsequência (x_{n_j}) de (x_n) tal que $\lim_{n\to+\infty} x_n = +\infty$. Prove que $\lim_{n\to+\infty} x_n = +\infty$.

(5) Seja (x_n) uma sequência de números reais tal que $\lim_{k\to+\infty} x_{2k} = l$ e $\lim_{k\to+\infty} x_{2k+1} = l$. Prove que $\lim_{n\to+\infty} x_n = l$.