Controle H_∞ - PPGEE - EPUSP
Lista 3 - entrega: 15/12/2020

Prof. Diego

Terceiro Período 2020

Problema 1

Suponha que $G(s)$ é uma matriz de funções de transferência estritamente própria. Mostre que $\|G\|_1 < \infty$.

Problema 2

Sejam as matrizes M e Δ dadas por:

$$M = \begin{pmatrix} 12 & -3 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix} \qquad \Delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{pmatrix}$$

onde $\|\Delta\|_\infty < 1$.

Calcule os limites superior e inferior do valor singular estruturado para os seguintes casos usando a função textbfmussv do MATLAB, considerando:

1. $\delta_{ii} = \delta$ reais iguais e os restantes dos termos nulos;
2. δ_{ii} complexos todos distintos e os restantes dos termos nulos;
3. δ_{11} real e δ_{22}, δ_{23}, δ_{32} e δ_{33} complexos;
4. Todos os termos não-nulos e complexos.

Problema 3

Considere o modelo matemático do sistema de controle de vazão e temperatura de ar apresentado em aula, que é um sistema TITO (two-input-two-output). Este modelo foi levantado a patir de um três funções de transferência identificadas, que são:

1. Função de transferência entre tensão na resistência e temperatura:

$$G_{1,4}(s) = \frac{0.1358}{(3.7599s+1)(0.0379s+1)} e^{-0.096s}$$

2. Função de transferência entre tensão no motor do ventilador e temperatura:

$$G_{2,4}(s) = \frac{0.1132}{(4.4903s+1)(0.5896s+1)} e^{-0.5s}$$

3. Função de transferência entre tensão no motor do ventilador e vazão mássica (em volts)

$$G_3(s) = \frac{12.6470}{(0.3621s+1)(0.068s+1)}e^{-0.24s}$$

Considere ainda que:

- O ganho de $G_{1,4}(s)$, ou seja, o parâmetro 0.1358, tem 50% de incerteza para mais e para menos;
- A maior constante de tempo de $G_{2,4}(s)$, ou seja, o parâmetro 4.4903, tem 50% de incerteza para mais e para menos;
- A menor constante de tempo de $G_3(s)$, ou seja, 0.068 tem incerteza de 100% para mais e para menos;
- O atraso de transporte de $G_3(s)$, ou seja, 0.24, tem um incerteza de 70% para mais e para menos.

Deste modo, pede-se:

1. Encontre a matriz de funções de transferência do sistema, considerando que os atrasos de transporte são substituidos por aproximações de Padè de primeira ordem, e que os parâmetros incertos são representados em termos dos parâmetros δ. Plote os diagramas de Bode de cada função de transferência, os valores singulares e a resposta ao degrau para toda a família de parâmetros (considere utilizar a função **ureal**).
2. Encontre as matrizes de funções de transferencia $P(s)$ e $\Delta(s)$ para este sistema. Considere que $P(s)$ deve conter as matrizes de funções peso $W_p(s)$ de desempenho, a de controle $W_u(s)$ e a de incertezas $W(s)$ (as duas primeiras são indeterminadas por enquanto, vide cap. 8 da apostila);
3. Encontre uma representação em espaço de estados para o sistema em função dos parâmetros δ;
4. Considere as seguintes especificações: 1) o maior tempo de subida do sistema em malha fechada deve ser menor que 50% do maior tempo de subida da planta, e 2) o maior erro estacionário ao degrau deve ser menor que 15%. Monte a matriz $W_p(s)$ com base nestas especificações;
5. Projete um controlador TITO $K(s)$ pelo método $S/T/KS$ que atenda a estas especificações e que seja obviamente estável. Comprove plotando o diagrama de Nyquist multivariável (ou seja, verifique se o sistema em malha fechada tem estabilidade e desempenho nominal)
6. Plote os valores singulares nominais de S (junto com o inverso de W_p), T, KS, K e L e a resposta ao degrau de T(juntamente com a da planta) e de S, juntamente com os sinais de controle correspondentes. Comente

Problema 4

Para o problema anterior (vide capítulo 9 da apostila):

1. Encontre a matriz $N(s)$ bem como as submatrizes $N_{11}(s)$, $N_{12}(s)$, $N_{21}(s)$ e $N_{22}(s)$, e plote os valores singulares de $N_{11}(s)$

2. Aplicando a função **mussv**, plote os limites superior e inferior para o valor singular estruturado em função de ω. O sistema tem robustez de estabilidade ? Comprove também plotando os diagramas de Nyquist para a família.

3. Caso não tenha, relaxe as especificações o mínimo possível até conseguir robustez de estabilidade.

4. Encontre a matriz de funções de transferência $\hat{\Delta}$;

5. Aplicando a função **mussv**, plote os limites superior e inferior para o valor singular estruturado consideranto robustez de desempenho. O sistema tem robustez de desempenho ?

6. Verifique se é possível, através de relaxamento das especificaçoes, obter robustez de desempenho.

7. Para o sistema final (com pelo menos robustez de estabilidade), plote os valores singulares de S, T, KS e L para toda a familia de plantas. Plote tambem a resposta ao degrau unitário de T e de S para toda a família, com os correspondentes sinais de controle. Comente.

Problema 5

Considerando a mesma planta do problema 3, projete um controlador $K(s)$ pelo método H_∞ Loop-Shaping de modo a: 1) anular o erro estacionário e 1) o maior tempo de subida do sistema em malha fechada deve ser menor que 50% do maior tempo de subida da planta. Para tanto:

1. Encontre as barreiras de desempenho e as funções peso, sendo que uma delas deve ser do tipo $W_1(s) = \frac{1}{s^n} I_{2\times 2}$ (onde n pode ser 1 ou 2);

2. Projete um controlador que tenha máxima robustez, ou seja, que tenha o menor γ que voce conseguir. Plote os valores singulares de K, S, T, KS e L, bem como a resposta ao degrau unitário de T e S, os correspondentes sinais de controle e o diagrama de Nyquist multivariável. As especificações nominais foram atendidas ? Comente.

3. Se as especificações não foram atendidas, mude as funções peso W_1 e W_2 até que sejam atendidas para o sistema nominal.

4. Encontre a matriz $N(s)$ bem como as submatrizes $N_{11}(s)$, $N_{12}(s)$, $N_{21}(s)$ e $N_{22}(s)$, e plote os valores singulares de $N_{11}(s)$. Temos robustez de estabilidade considerando matriz cheia Δ ?

5. Plote os limites superior e inferior para o valor singular estruturado considerando a matriz Δ do problema 3, ou seja, consideranto as incertezas paramétricas lá apresentadsa. Temos robustez de estabilidade ? Use a função **mussv**.

6. Plote, para toda a família de platas, os valores singulares de S, T, KS e L, bem como a resposta ao degrau unitário de T, de S, os correspondentes sinais de controle e os diagramas de Nyquist. A robustez de estabilidade é confirmada ? Comente.

7. Encontre a matriz de funções de transferência $\hat{\Delta}$;

8. Aplicando a função **mussv**, plote os limites superior e inferior para o valor singular estruturado consideranto robustez de desempenho. O sistema tem robustez de desempenho ?

9. Verifique se é possível, através de relaxamento das especificaçoes, obter robustez de desempenho.

10. Para o sistema final (com pelo menos robustez de estabilidade), plote os valores singulares de S, T, KS e L para toda a familia de plantas. Plote tambem a resposta ao degrau unitário de T e de S para toda a família, com os correspondentes sinais de controle e diagramas de Nyquist multivariáveis. Comente.