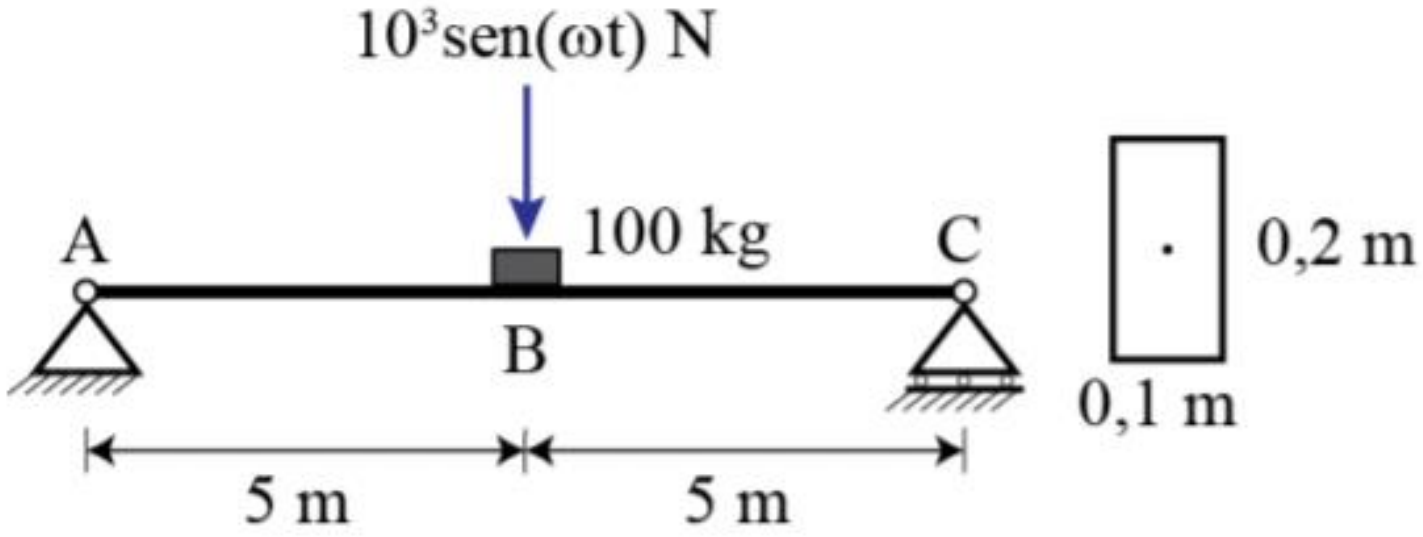
Análise modal para sistemas de vários graus de liberdade - ADINA

Júlio Campanerut Alves
Vitor Schwenck Franco Maciel
Carlos Eduardo Nigro Mazzilli
Guilherme Rosa Franzini
João Cyro André

Problema

Fazer a análise modal de uma viga isostática sujeita a vibração forçada devido à ação de uma máquina rotativa desbalanceada

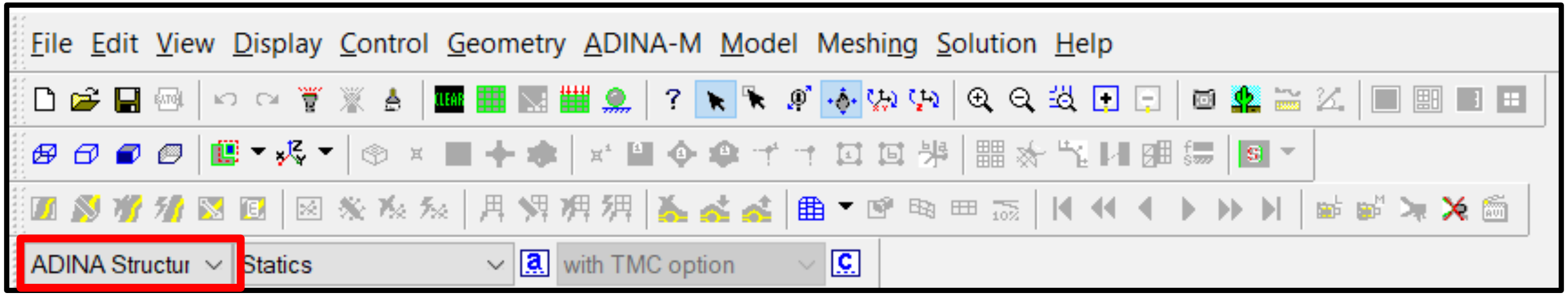


$$E = 1,2 \cdot 10^9 \ N/m^2$$

$$\rho = 2,5 \cdot 10^3 \ kg/m^3$$

Elaboração do modelo

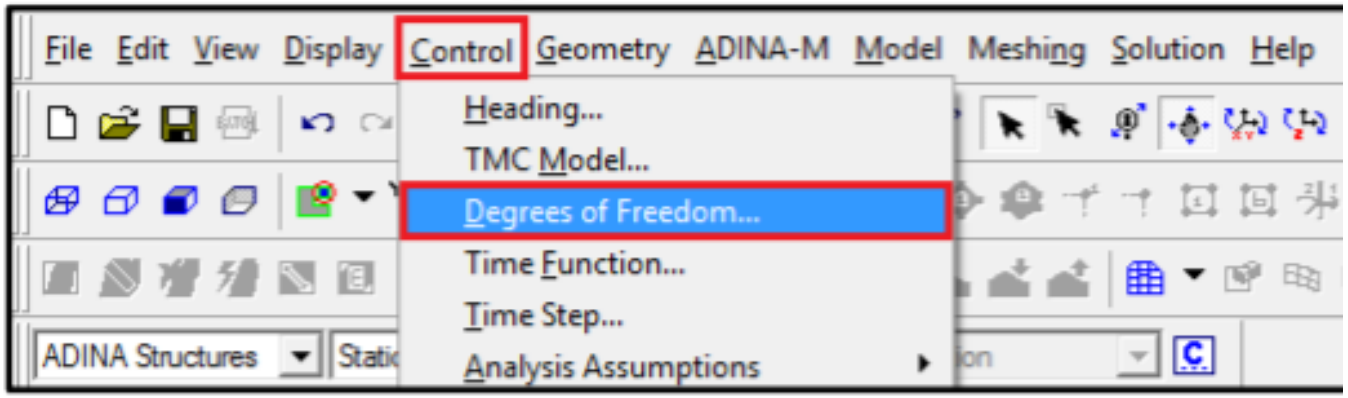
Para começar, certifique-se de que esta caixa está marcada como “**ADINA Structures**”:

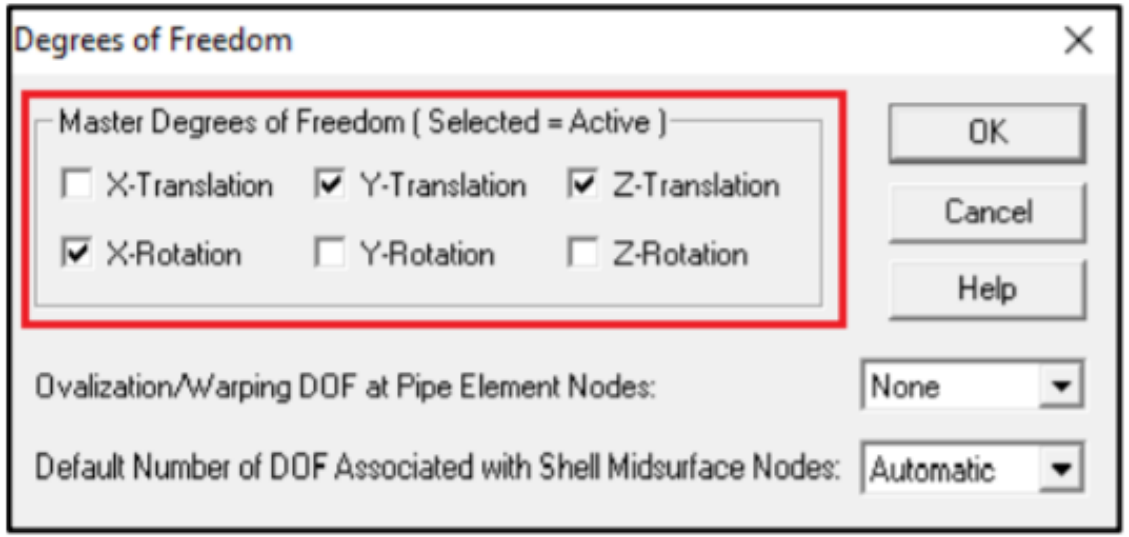


Sempre que uma área da tela não for mostrada nas figuras, suas configurações permanecem as mesmas.

Definição dos graus de liberdade

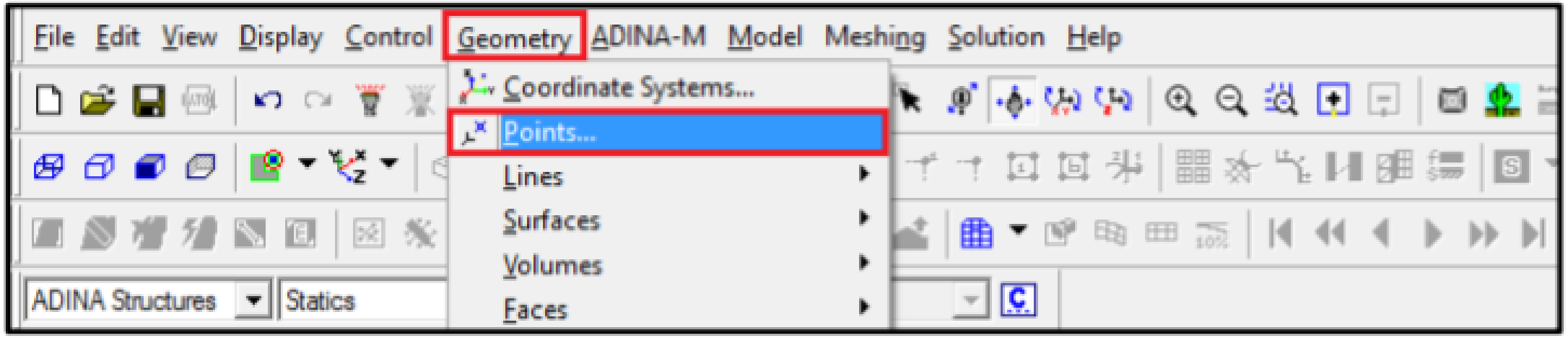
O movimento do modelo se desenvolve no plano YZ. Assim, há translação em Y e Z e rotação da seção transversal em torno de X:

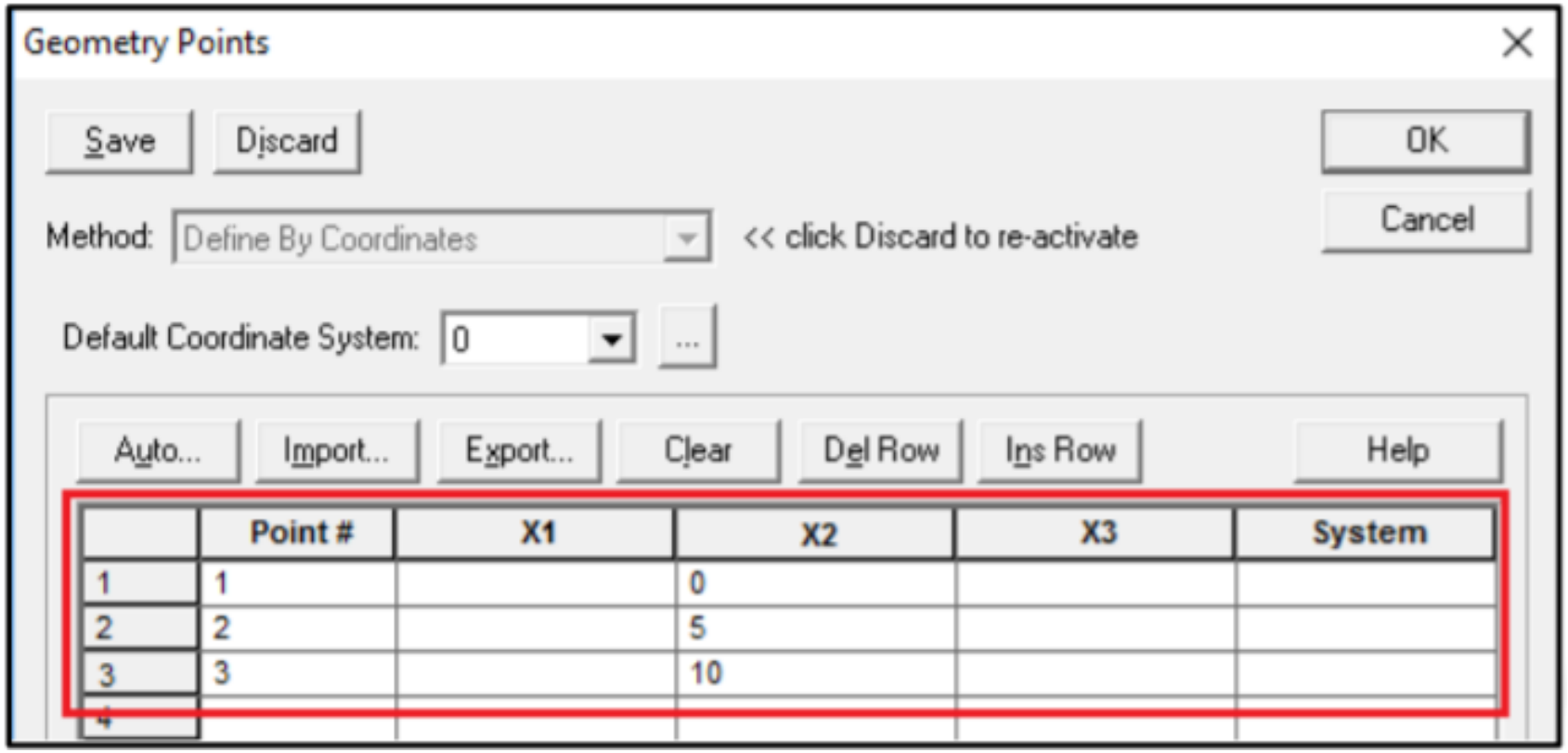




Definição dos pontos principais do modelo

Devem ser definidos os pontos em que há apoios e esforços externos, ou seja, os pontos A e C (apoios) e o ponto B (aplicação do carregamento de amplitude máxima igual a 10^3 N). Para isso:

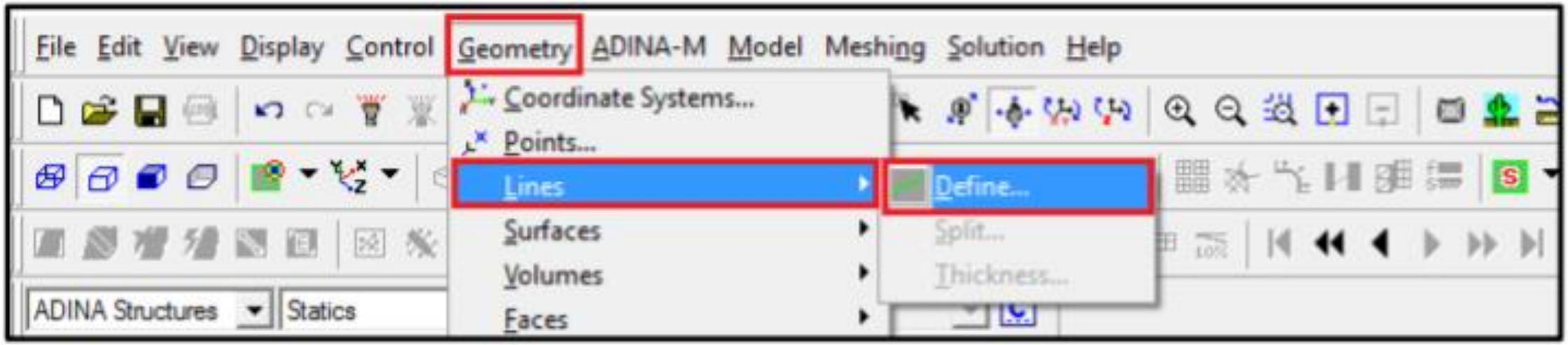




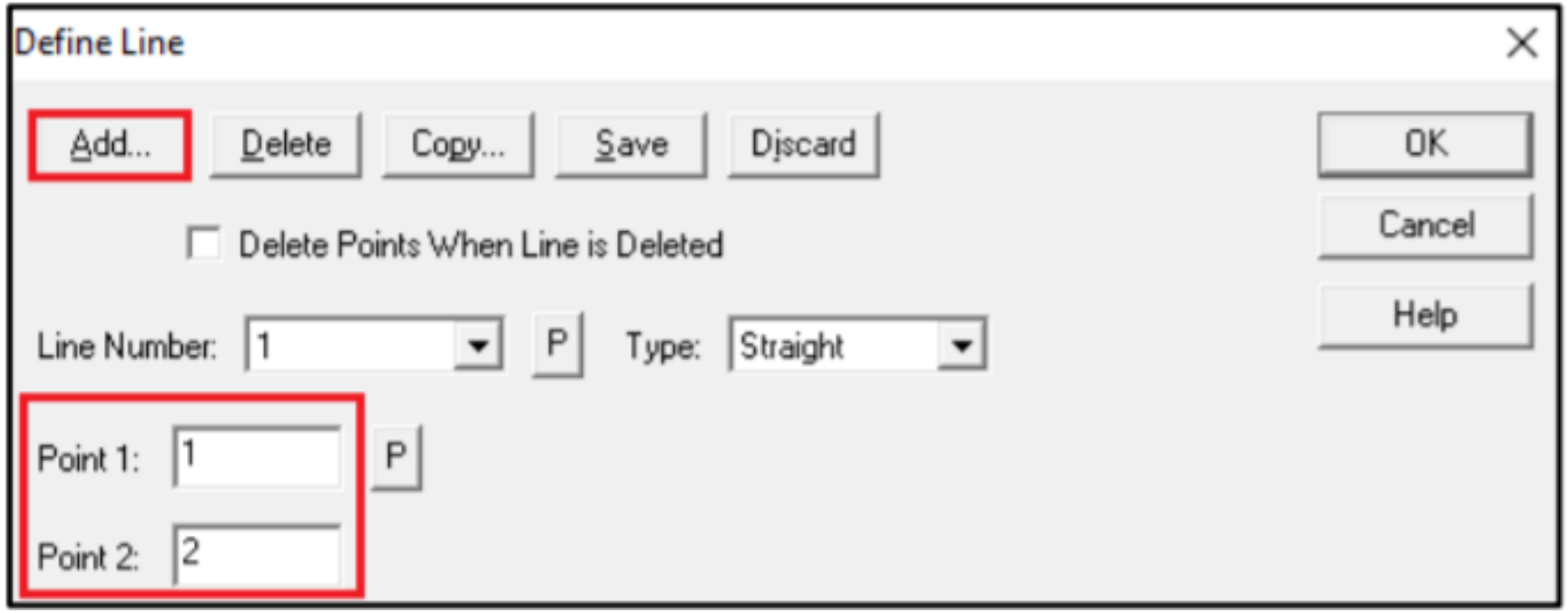
As lacunas sem valores são automaticamente preenchidas com 0's. System do tipo 0 corresponde ao sistema de coordenadas cartesianas (O,X,Y,Z). Perceba que o modelo tem início na origem do sistema.

Definição das barras do pórtico

Cada barra corresponde a uma linha ligando dois pontos do modelo. Assim, a barra completa do problema terá duas linhas: uma conectando os pontos 1 e 2 e outra os pontos 2 e 3:

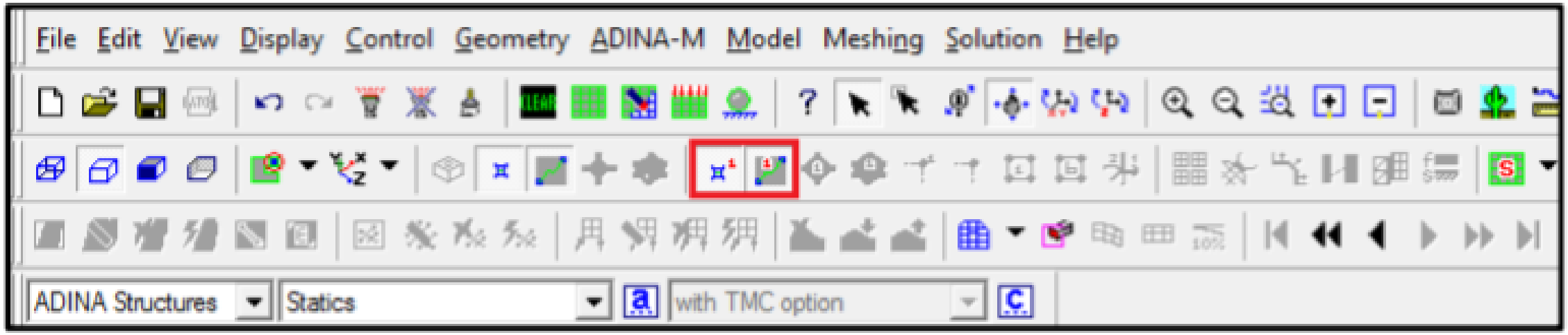


Cada linha é criada pressionando-se **Add** e nomeando-se os pontos a serem conectados.

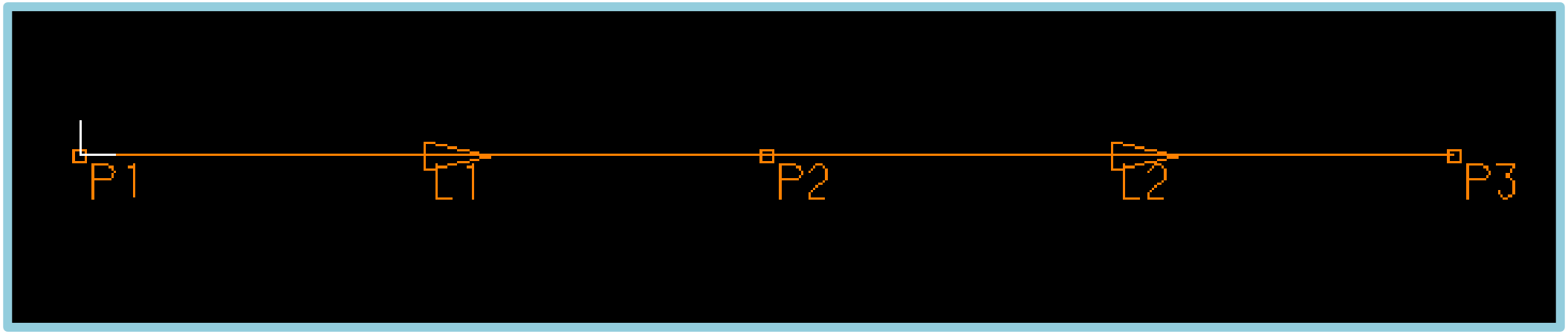


Também é possível criar as linhas manualmente, pressionando-se **P** e selecionando-se os pontos com o mouse.

Os nomes dos pontos e linhas, além da orientação destas, aparecem no modelo ao habilitar **Point Labels** e **Line/Edge Labels**:

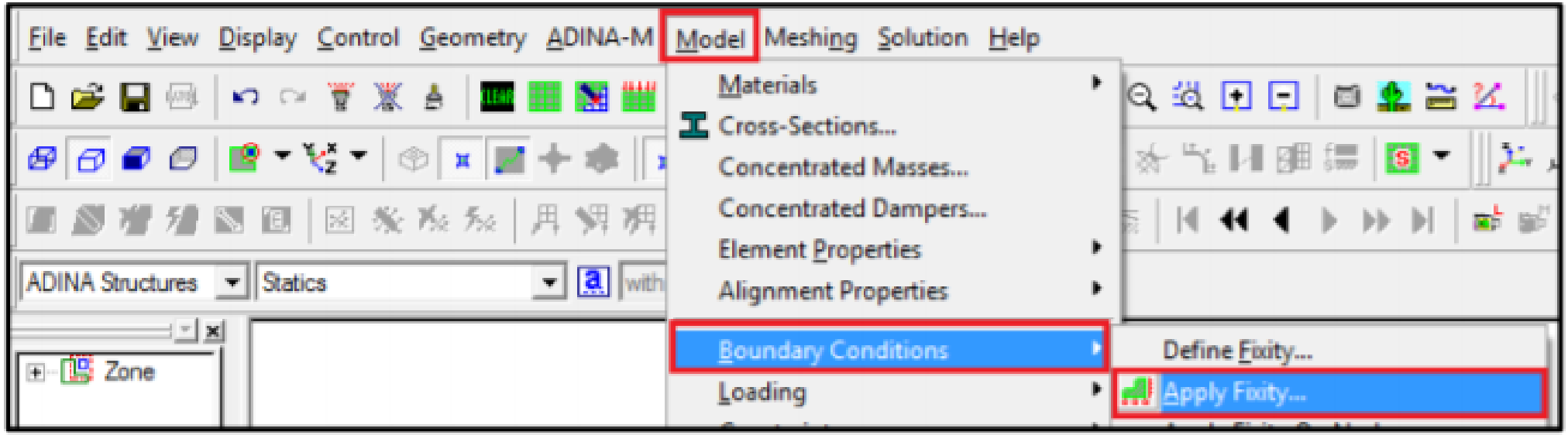


Neste ponto, o modelo deve estar da seguinte forma:

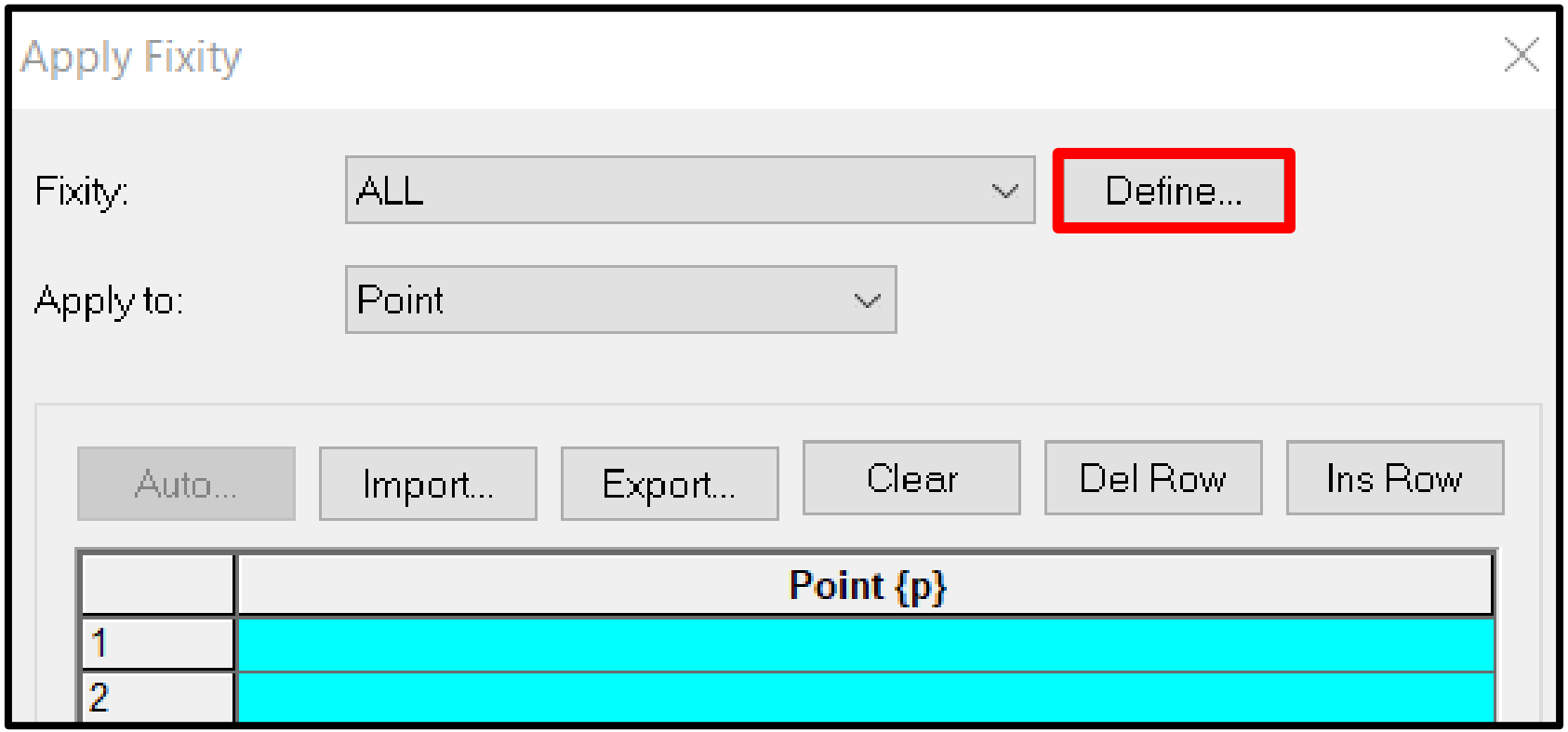


Restrições ao deslocamento no contorno

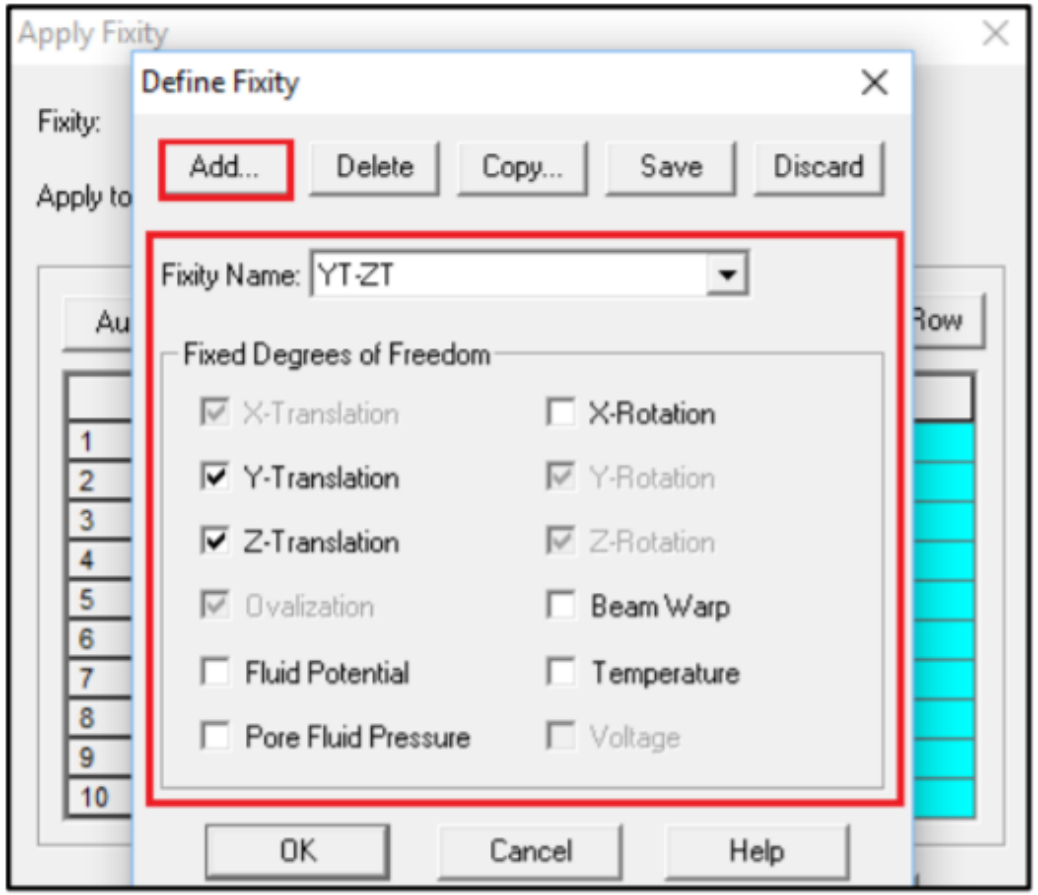
Deve-se definir os pontos do sólido em que não há deslocamento, ou seja, os apoios. No ponto A há um apoio fixo – restrição de translação em Y e Z; no ponto B, um apoio simples – restrição apenas em Z:

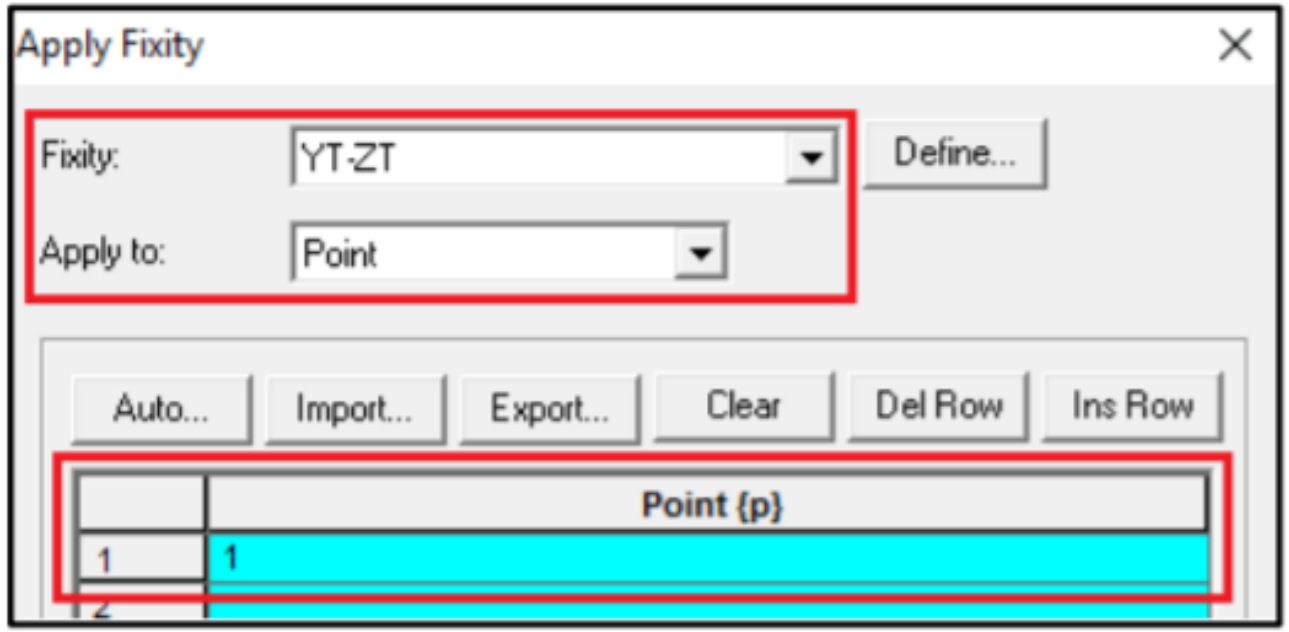


Antes de aplicar as condições de contorno, deve-se defini-las: primeiro, definem-se as do apoio A e aplica-se no ponto 1; a seguir, define-se a de C e aplica-se no ponto 3:



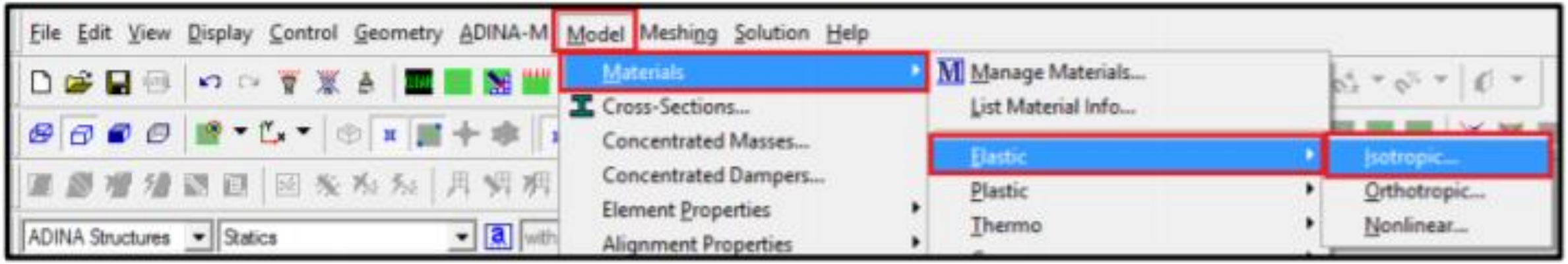
Aplica-se a condição **YT-ZT** ao ponto 1 e, do mesmo modo, a condição **ZT** ao ponto 3.

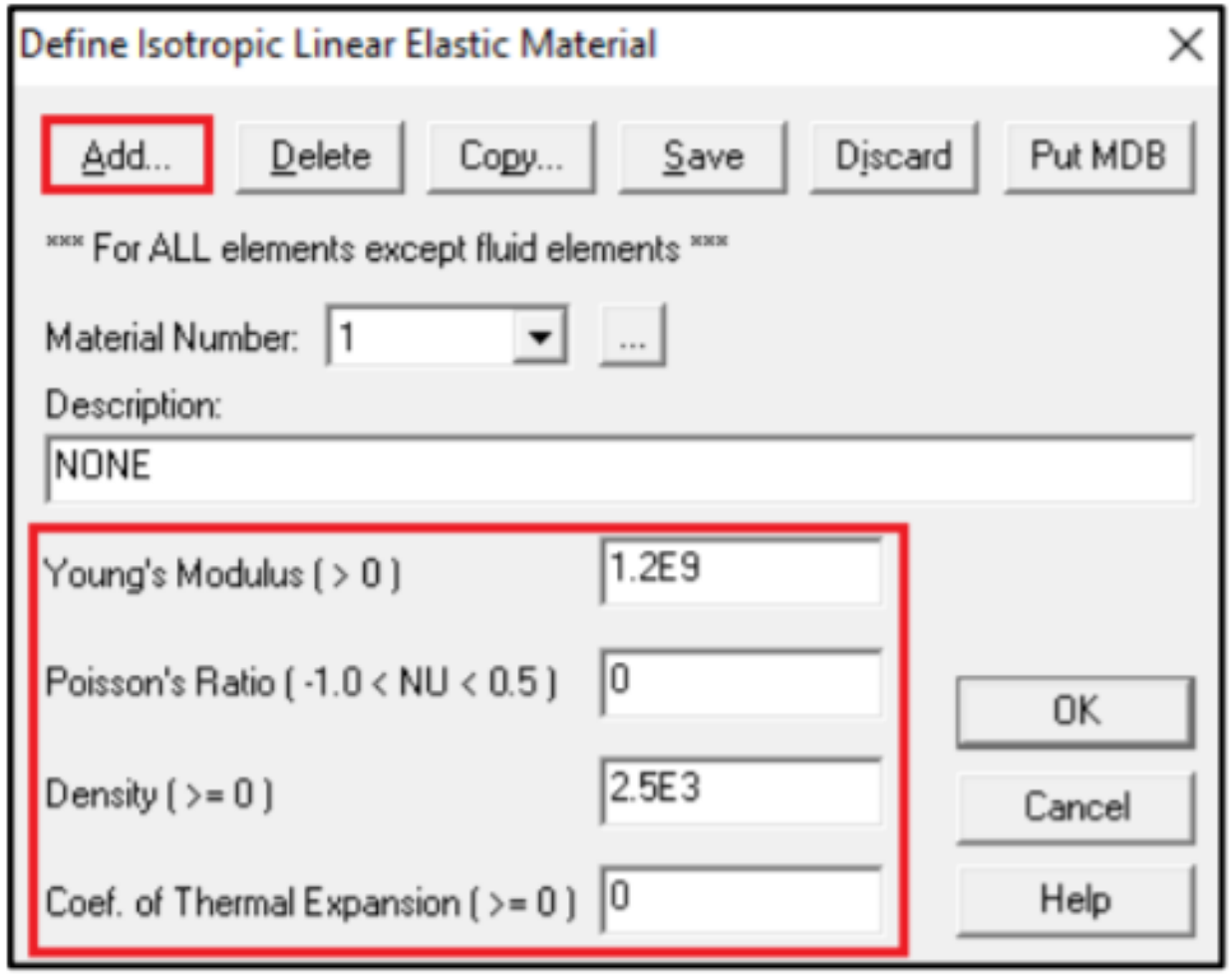




Definição do material das barras

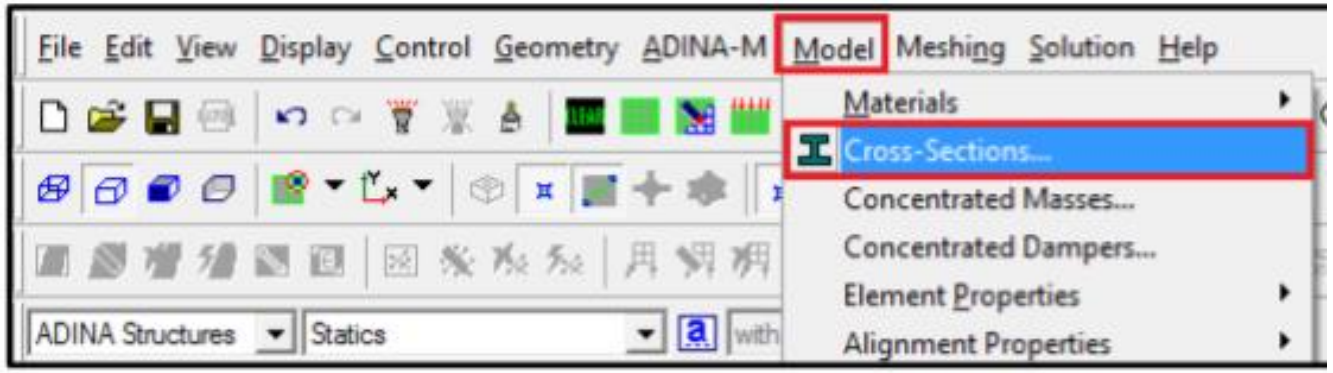
O material de todas as barras é do tipo elástico linear isótropo, de módulo de elasticidade igual a $1{,}2x10^9\ N/m^2$ e densidade igual a $2500\ kg/m^3$:

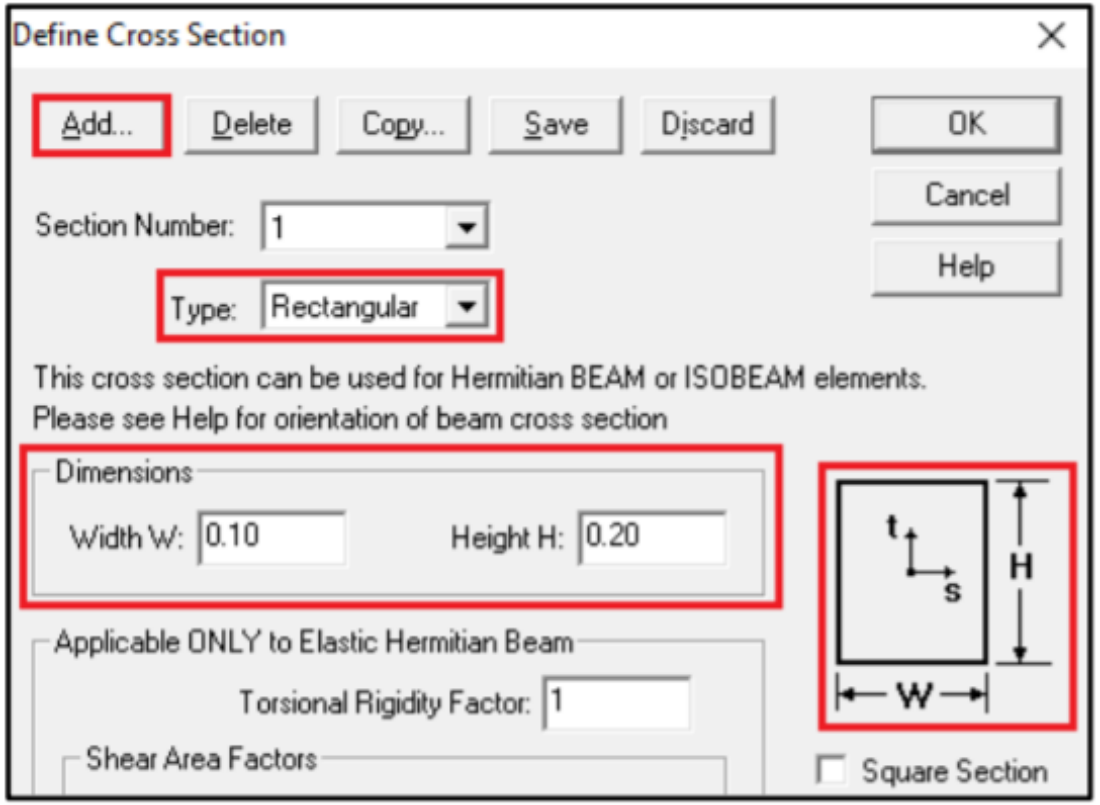



Define Isotropic Linear Elastic Material
Add...
Delete
Copy...
Save
Discard
Put MDB
*** For ALL elements except fluid elements ***
Material Number:
1
...
Description:
NONE
Young's Modulus (> 0)
1.2E9
Poisson's Ratio (-1.0 < NU < 0.5)
0
Density (>= 0)
2.5E3
Coef. of Thermal Expansion (>= 0)
0
OK
Cancel
Help

Definição da seção transversal das barras

As barras possuem seção retangular com largura igual a $0{,}10\,m$ e altura igual a $0{,}20\,m$:

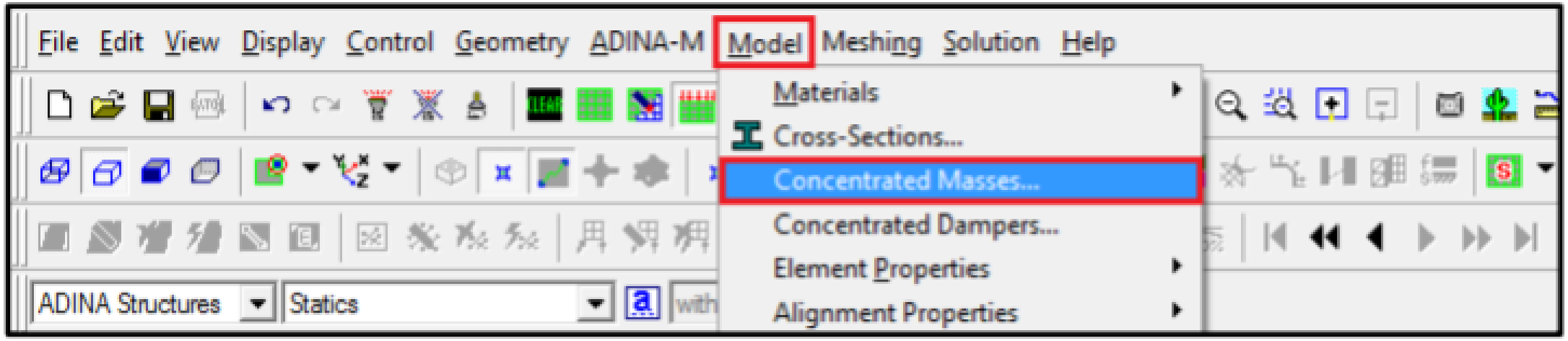




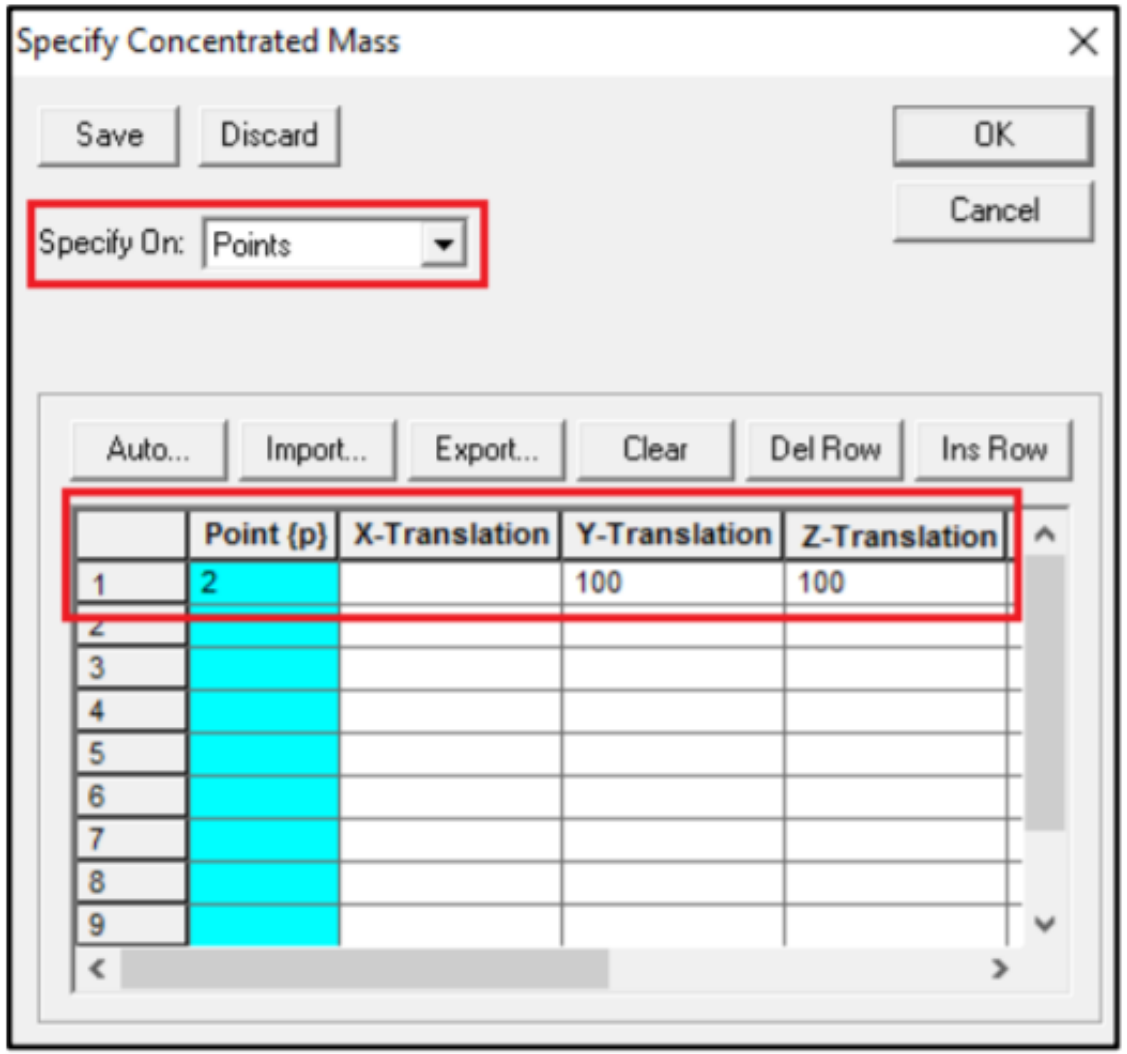
Perceba que há um sistema de eixos local na seção transversal, cujas direções coincidem com o plano XY. Essa informação será útil mais adiante

Definição da massa concentrada

A massa da máquina rotativa é suposta concentrada, valendo $\mathrm{M} = 100\ kg$:

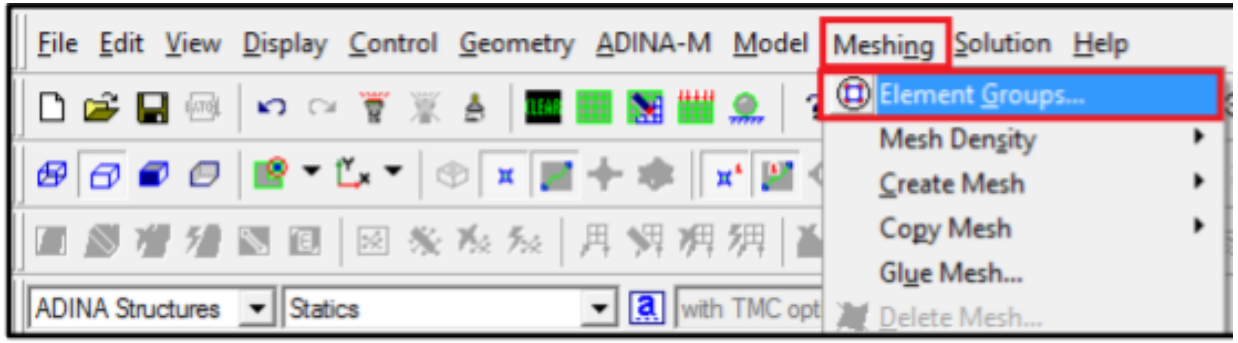


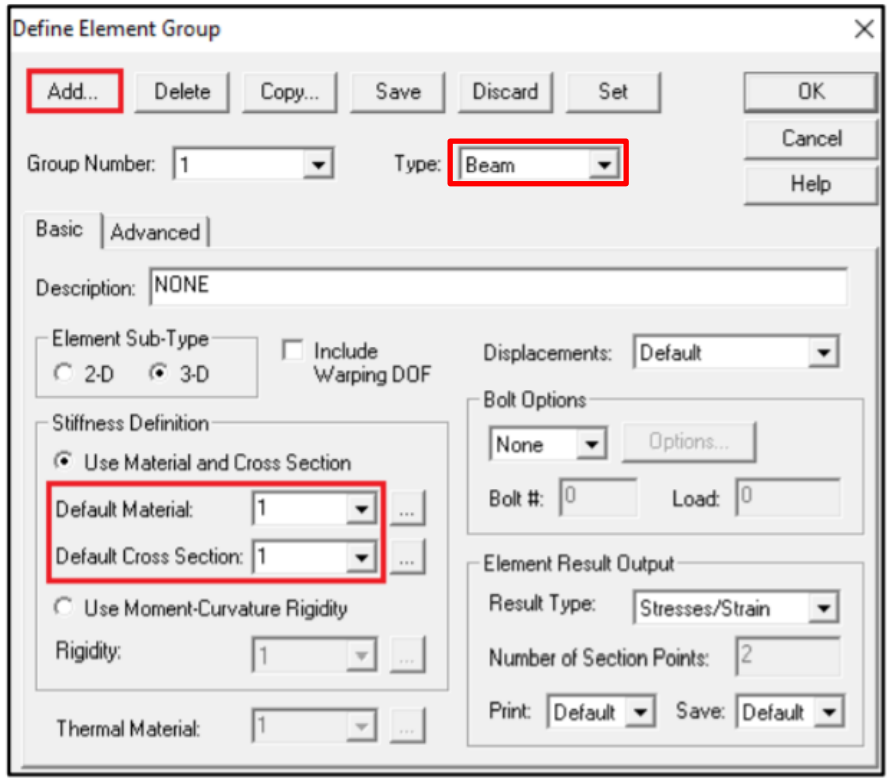
As colunas referentes a translações (**YT** e **ZT**) devem ser preenchidas com o valor da massa (aplicada em B, ponto 2), enquanto a referente a rotação (**XR**) deve ser completada com os momentos de inércia da massa. Aqui, essa coluna permanecerá nula.



Definição de grupo de elementos

No ADINA, grupo de elementos é o mecanismo por meio do qual materiais, seções transversais e tipos de elementos são vinculados. Estes últimos podem ser, por exemplo, treliças, vigas, sólidos 2D, cascas, etc. Neste modelo, será do tipo **Beam** (viga):



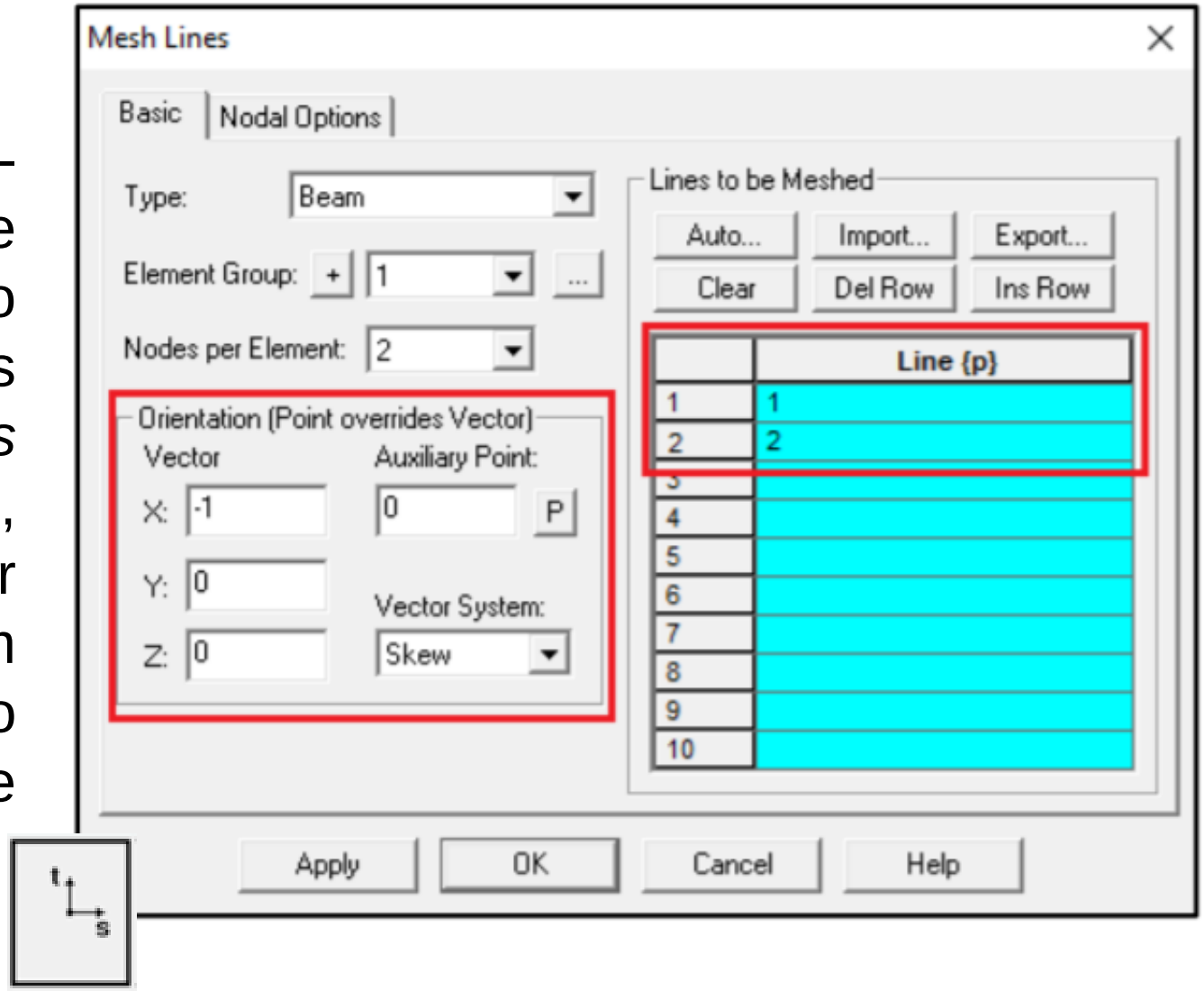


Geração da malha de elementos finitos

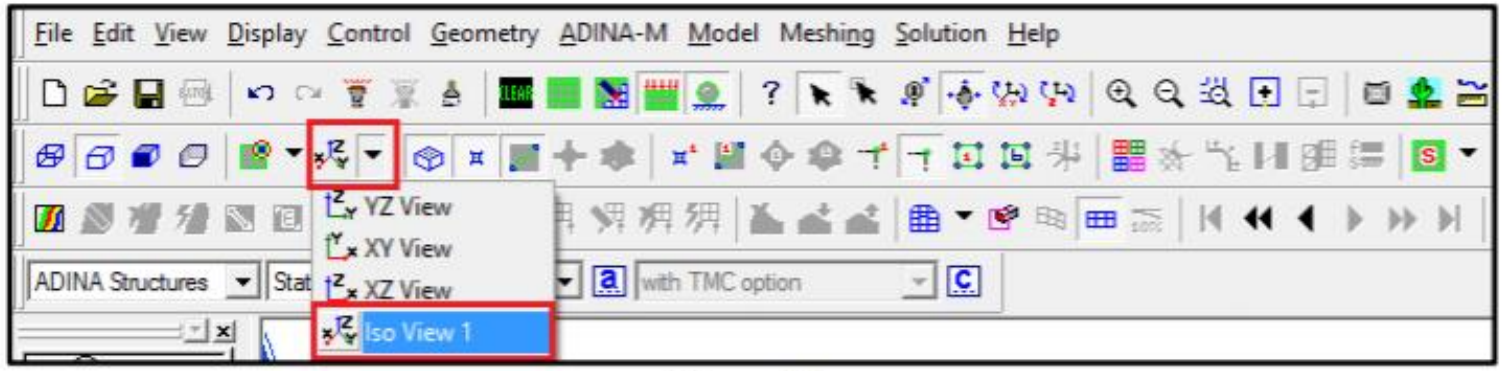
A quantidade de subdivisões, ou seja, de elementos em que cada trecho será dividido, é definida pela densidade da malha. A quantidade de elementos (e de graus de liberdade, portanto) está relacionada à quantidade de modos de vibrar que há no modelo discreto. Este caso será dividido em dois elementos por trecho, totalizando quatro elementos finitos:

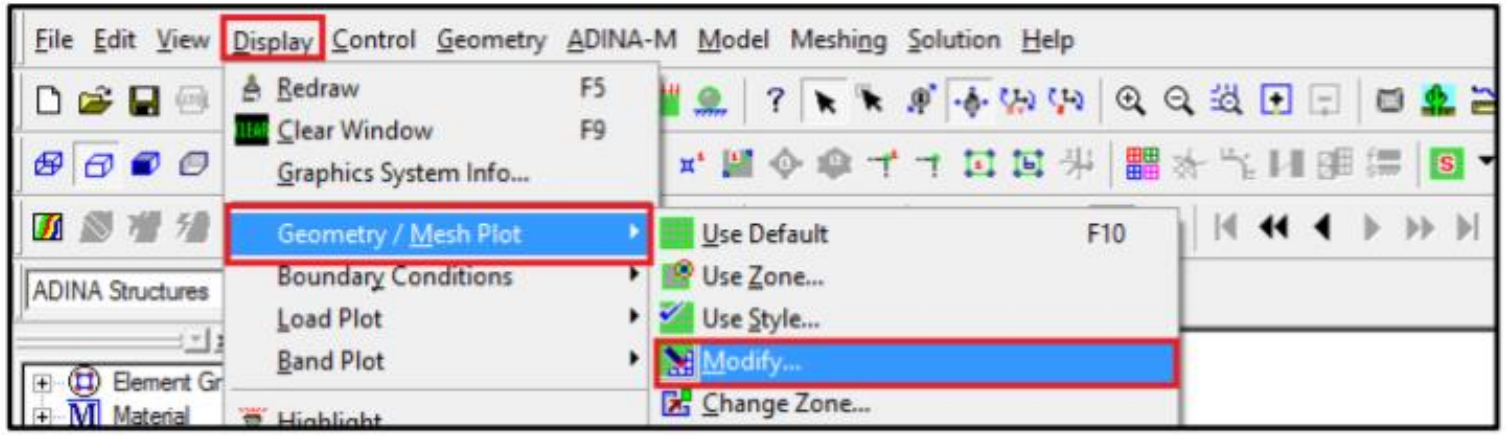
Gera-se, então, a malha:

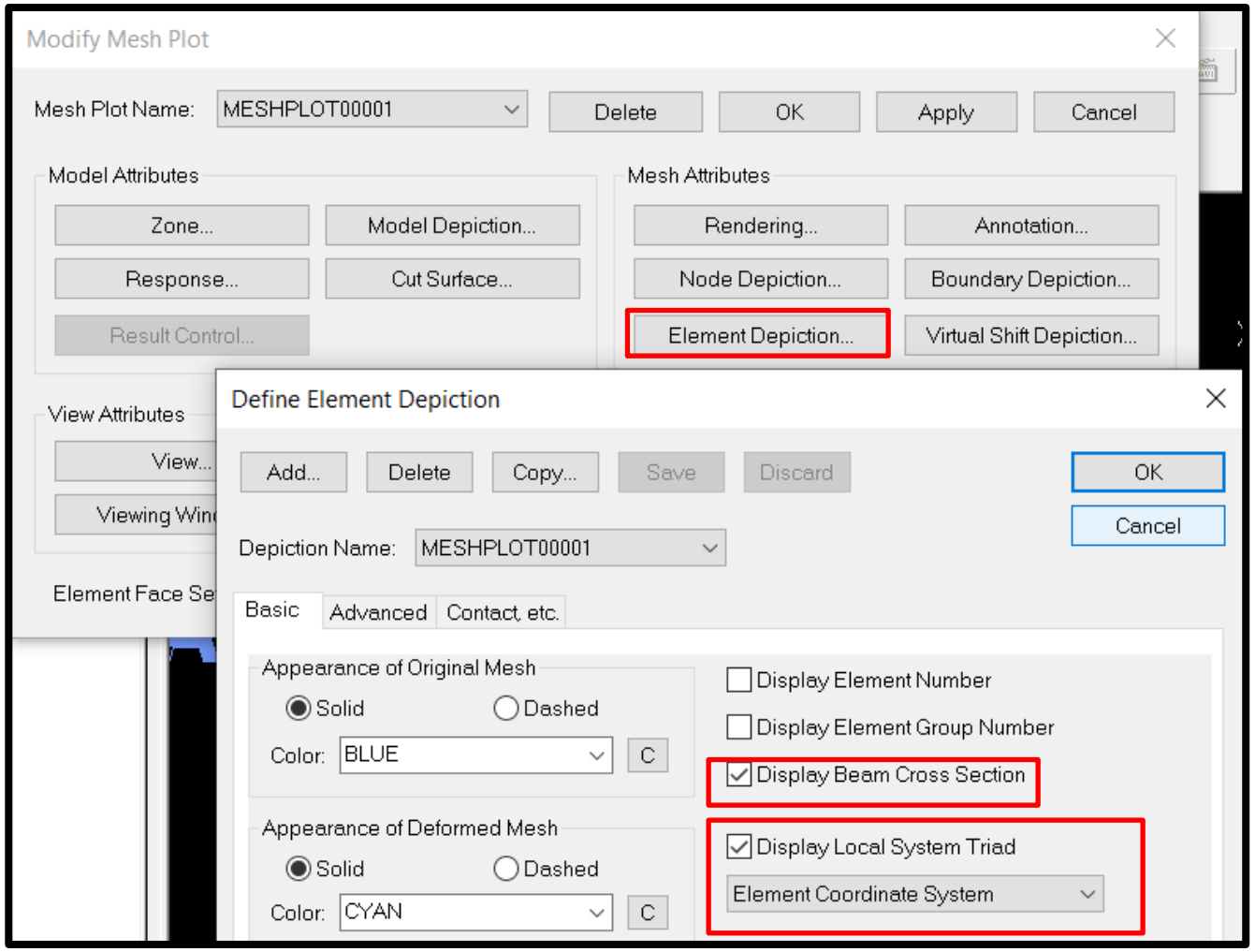
A orientação dada para o vetor-orientação decorre do sistema de coordenadas local presente na seção transversal, visto anteriormente. Seus eixos *r* e *t* coincidem com Y e Z, mas *s* tem o sentido oposto ao de X. Assim, define-se X como sendo -1. Apesar disso, quaisquer vetores que gerem planos *rs* que sejam paralelos ao plano XY podem ser usados neste modelo.



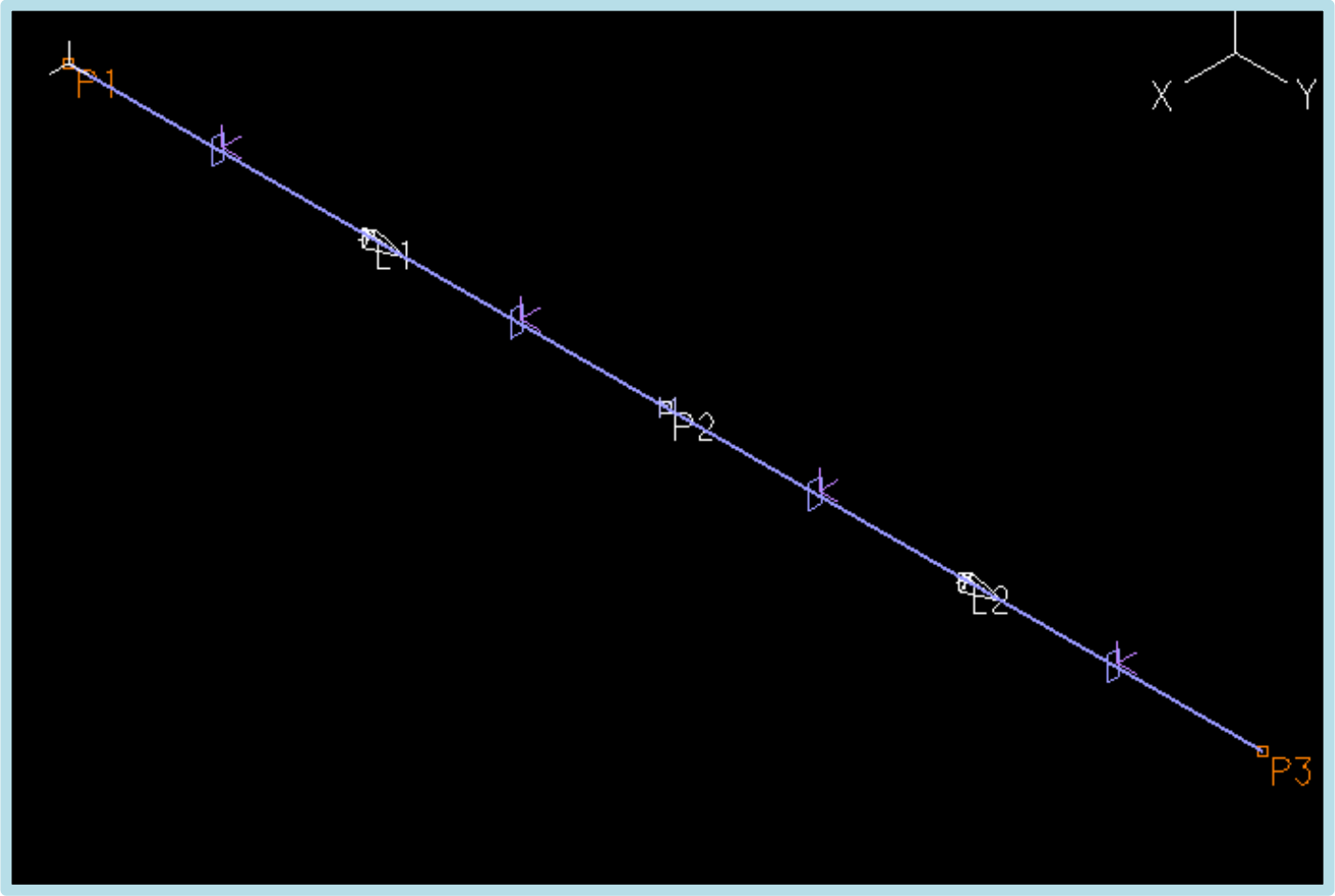
Pode-se mudar a vista para verificar se a orientação das seções transversais está correta:





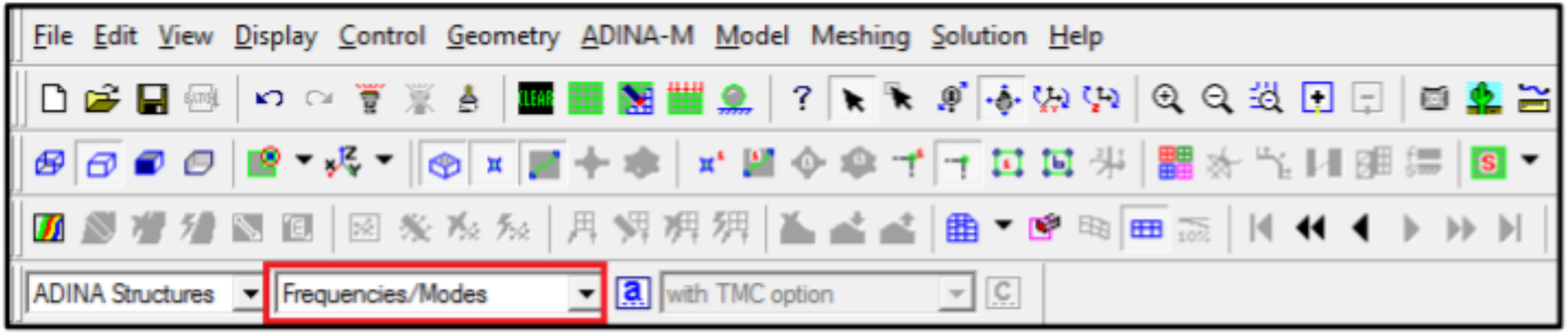

Modify Mesh Plot
Mesh Plot Name:
MESHPLOT00001
Delete
OK
Apply
Cancel
Model Attributes
Zone...
Model Depiction...
Response...
Cut Surface...
Result Control...
Mesh Attributes
Rendering...
Annotation...
Node Depiction...
Boundary Depiction...
Element Depiction...
Virtual Shift Depiction...
View Attributes
View...
Viewing Win
Element Face Se
Define Element Depiction
Add...
Delete
Copy...
Save
Discard
OK
Cancel
Depiction Name:
MESHPLOT00001
Basic
Advanced
Contact, etc.
Appearance of Original Mesh
Solid
Dashed
Color:
BLUE
C
Appearance of Deformed Mesh
Solid
Dashed
Color:
CYAN
C
Display Element Number
Display Element Group Number
Display Beam Cross Section
Display Local System Triad
Element Coordinate System

O modelo, então, fica:



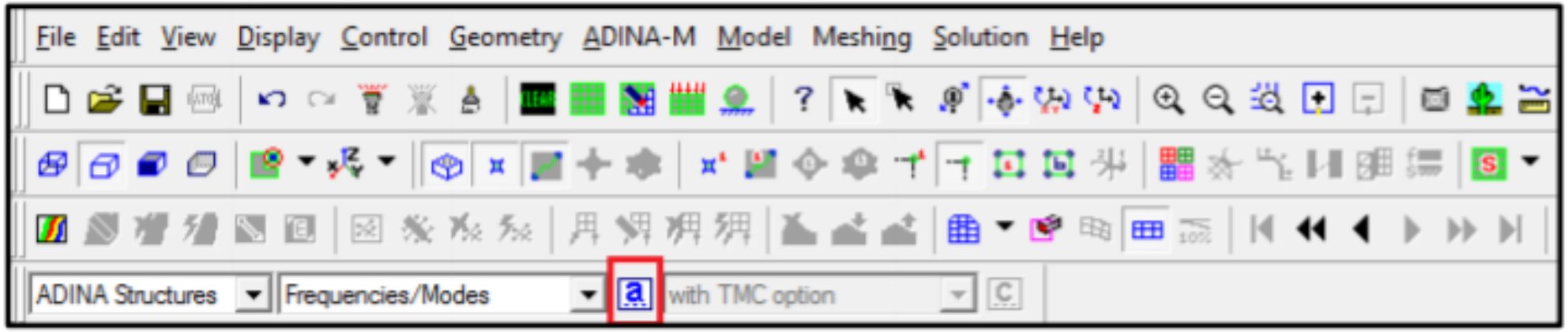
Processamento do modelo

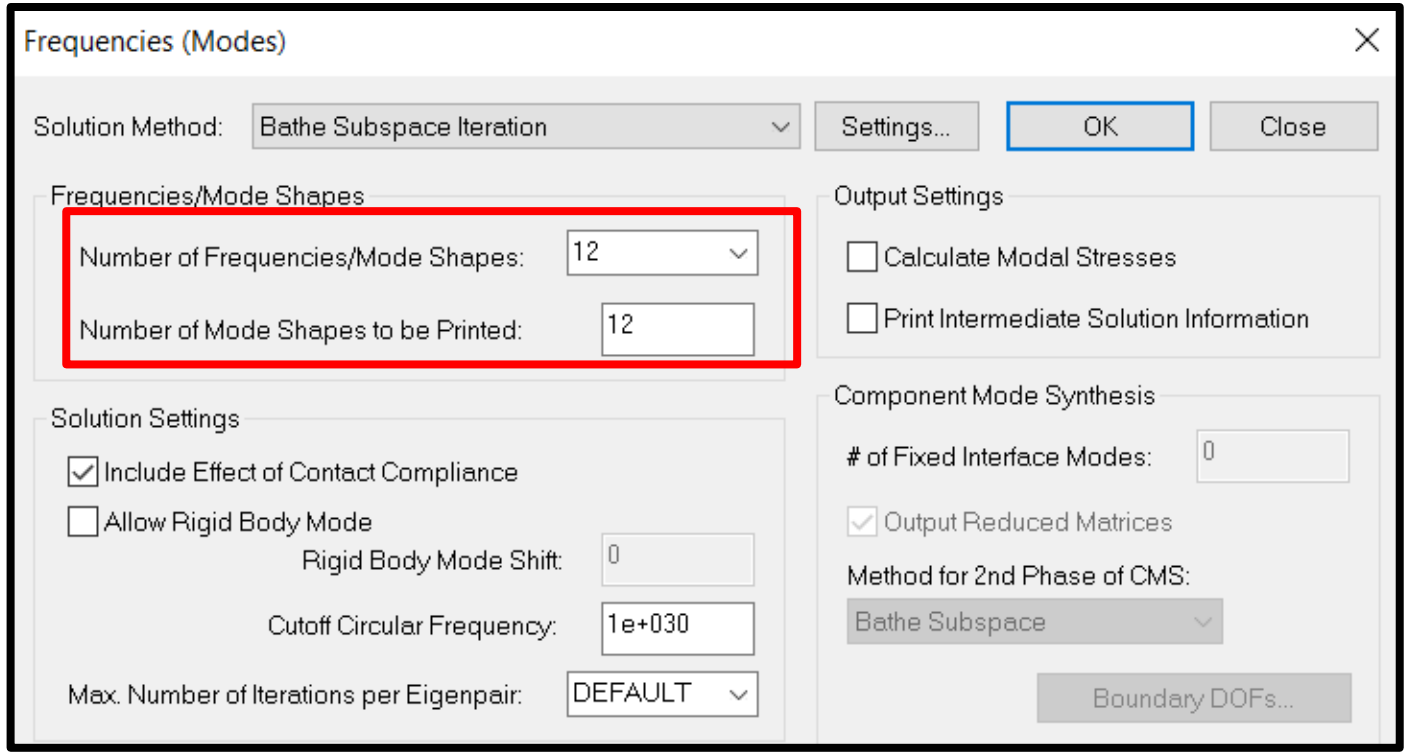
A elaboração do modelo já está concluída. Agora, ele será processado. Para analisar os modos de vibrar do problema, seleciona-se **Frequencies/Modes**:



Definição da quantidade de modos de vibrar

Será definida, agora, a quantidade de modos de vibrar, que não deve superar a quantidade de graus de liberdade livres do modelo. Estes são definidos a partir dos nós: no apoio esquerdo há um grau livre (rotação), no direito há dois (rotação e deslocamento axial) e nos outros três nós os três graus são livres (rotação e deslocamentos axial e transversal), totalizando 12 graus de liberdade. Assim, pode-se escolher até 12 modos:

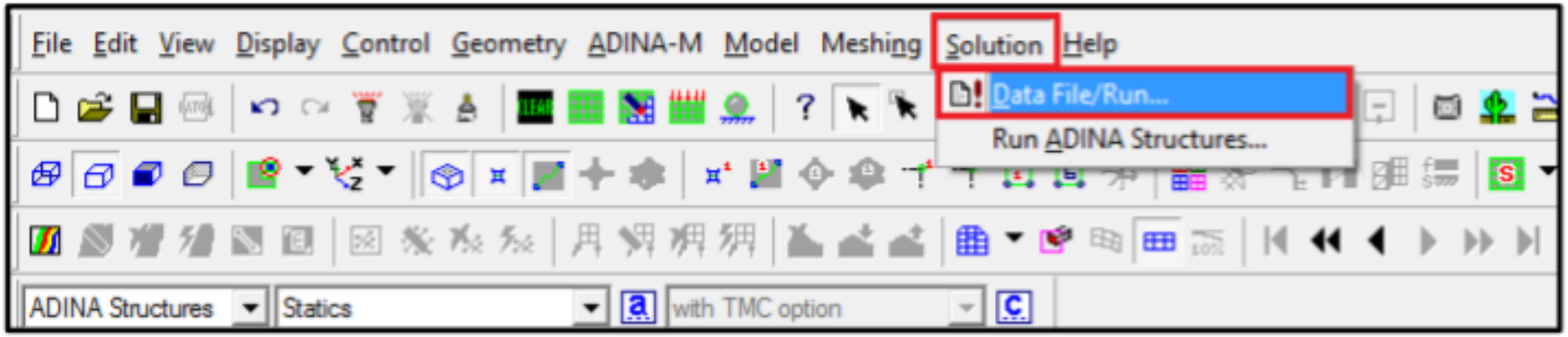




Após isso, salve o arquivo .idb como **Modelo1.idb**. Crie uma pasta na qual serão depositados todos os arquivos que virão automaticamente pelo processamento da solução do modelo.

Solução

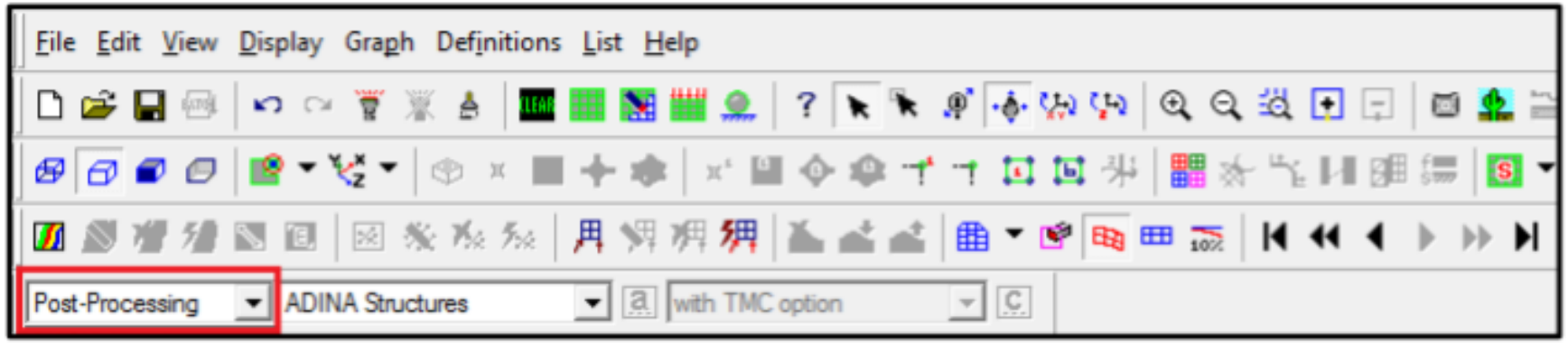
Para rodar a solução:



Análise dos resultados

Visualização dos modos de vibrar

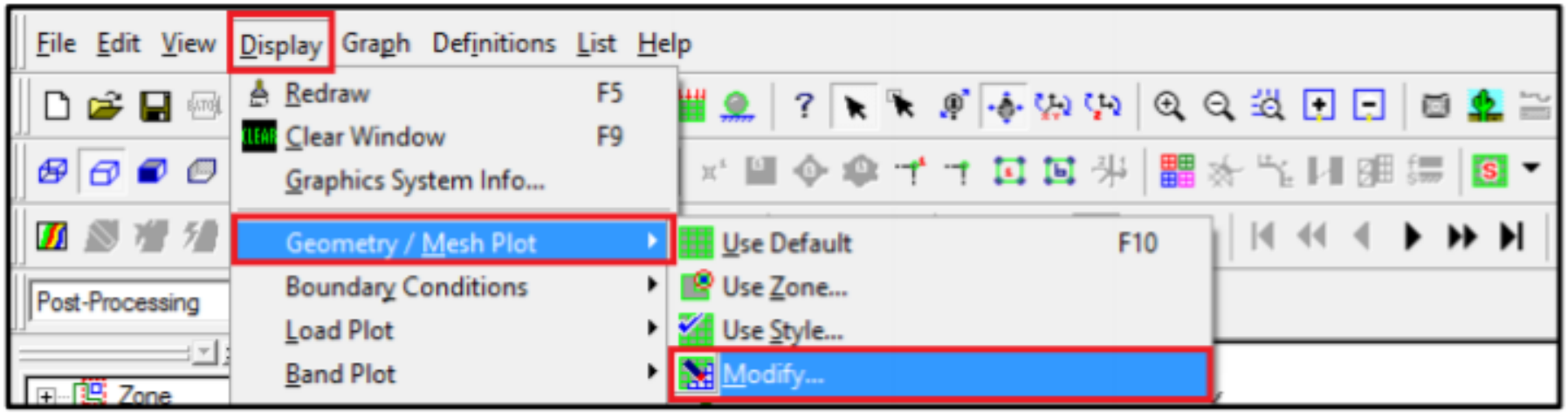
Primeiramente, deve-se mudar o módulo para **Post-Processing**:

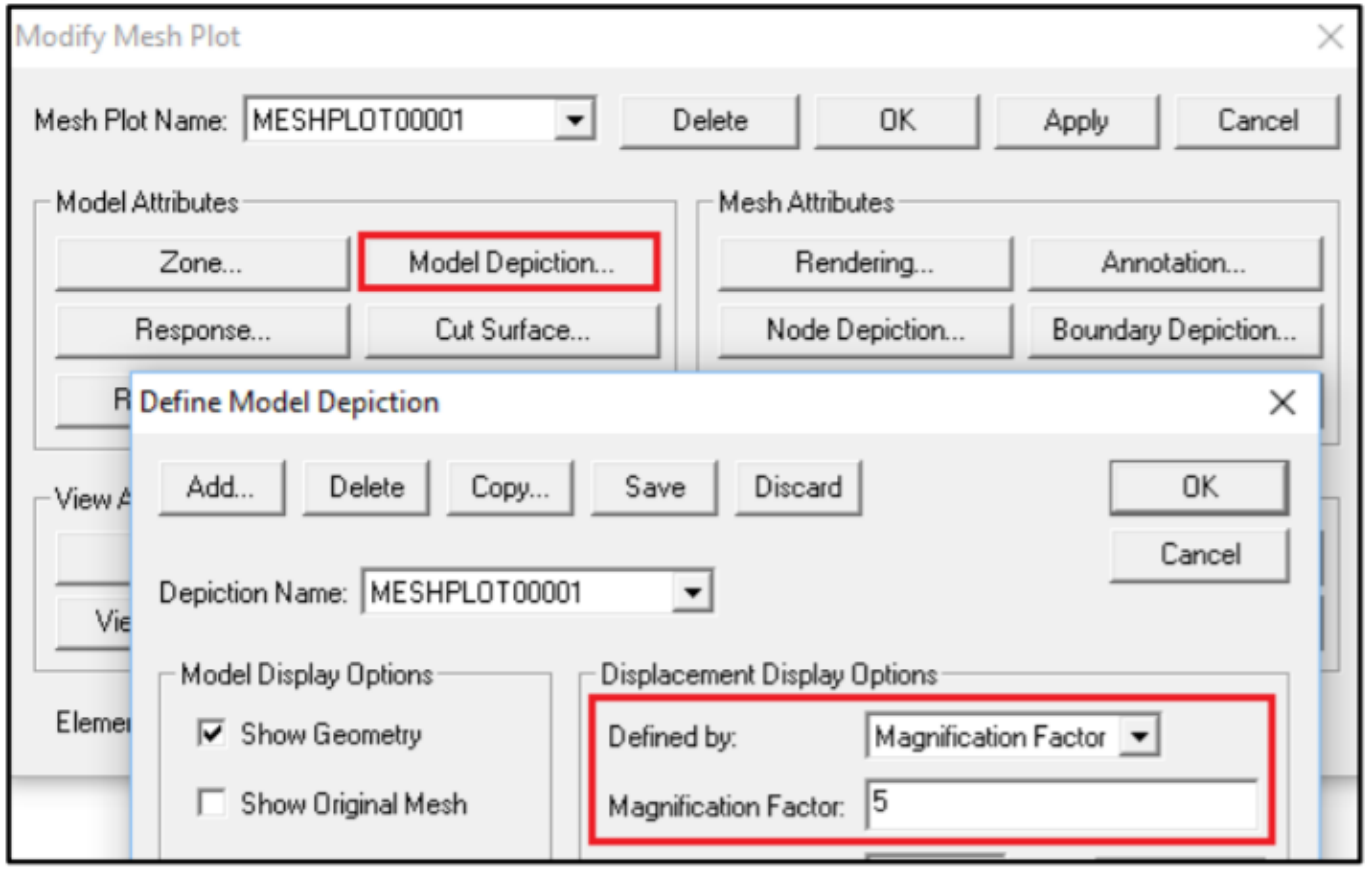


A seguir, em **File – Open** abre-se o arquivo gerado **Modelo1.por**

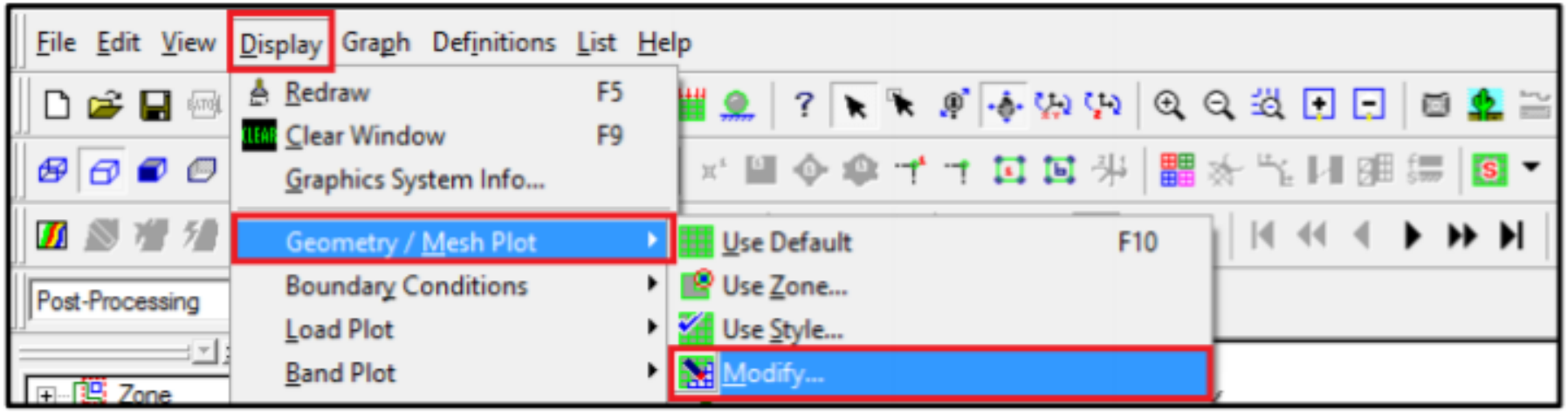
Por definição, o ADINA faz uma magnificação automática dos modos de vibrar, podendo apresentar formas aparentemente erradas.

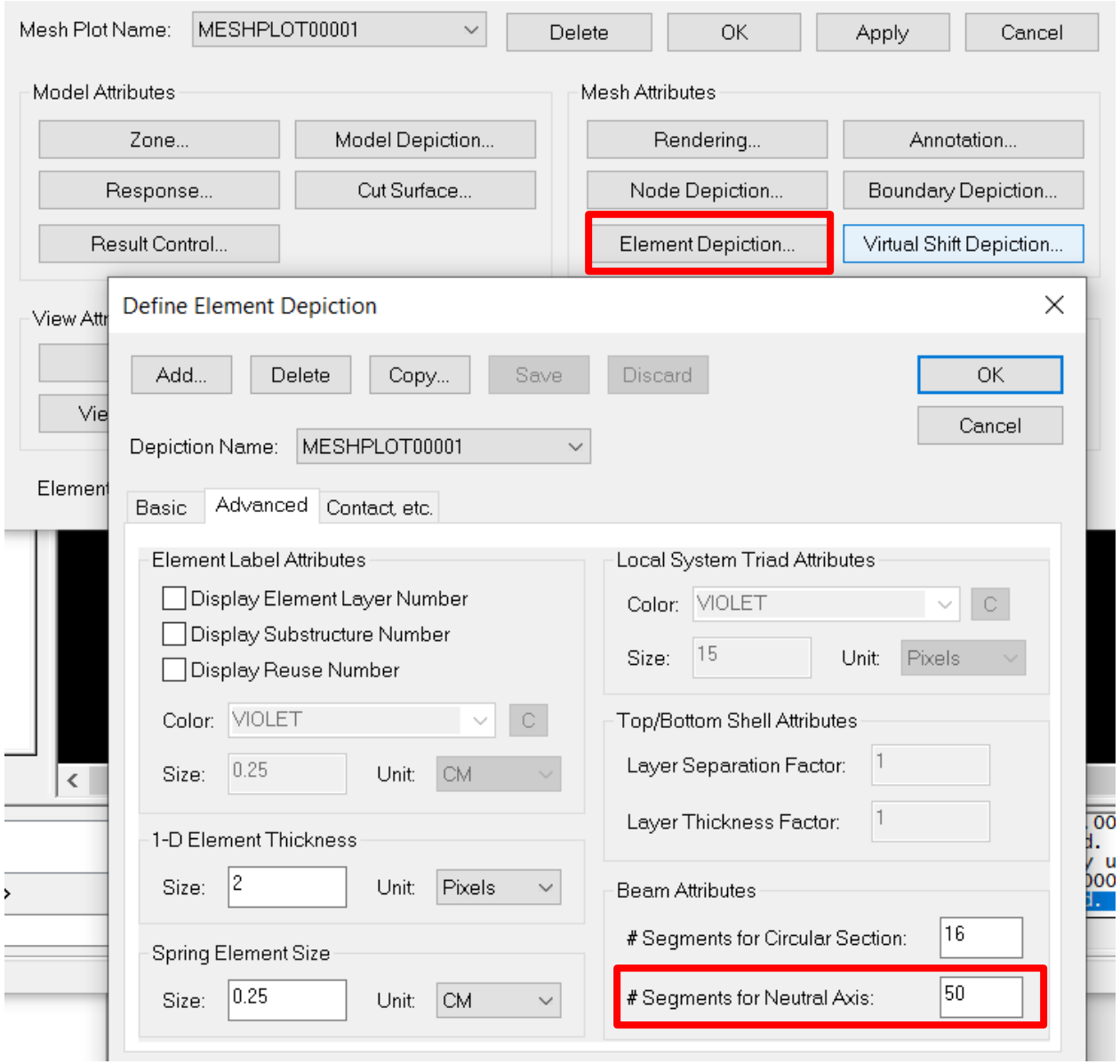
Esses “erros” também podem ser consequência de uma malha pouco discretizada, mas vale verificar se o fator de magnificação não está alto demais:



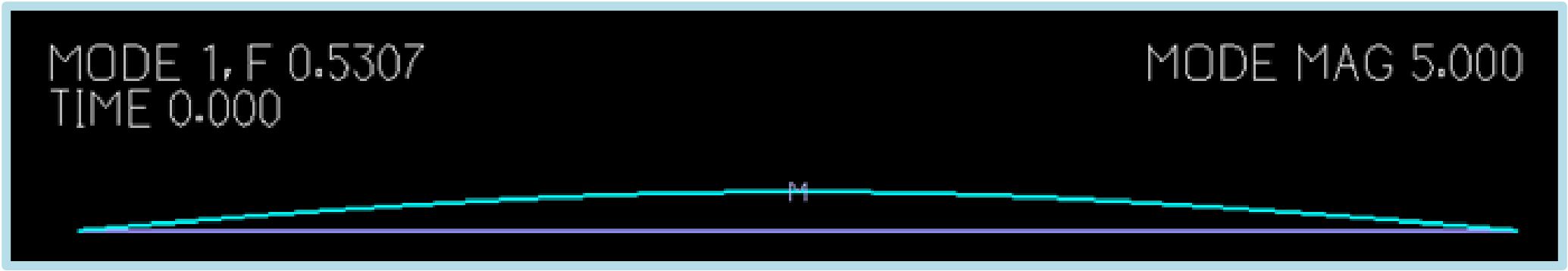

Modify Mesh Plot
Mesh Plot Name: MESHPLOT00001
Delete
OK
Apply
Cancel
Model Attributes
Zone...
Model Depiction...
Response...
Cut Surface...
Mesh Attributes
Rendering...
Annotation...
Node Depiction...
Boundary Depiction...
Define Model Depiction
Add...
Delete
Copy...
Save
Discard
OK
Cancel
Depiction Name: MESHPLOT00001
Model Display Options
Show Geometry
Show Original Mesh
Displacement Display Options
Defined by: Magnification Factor
Magnification Factor: 5

É recomendável, ainda, aumentar a quantidade de segmentos a serem apresentados:

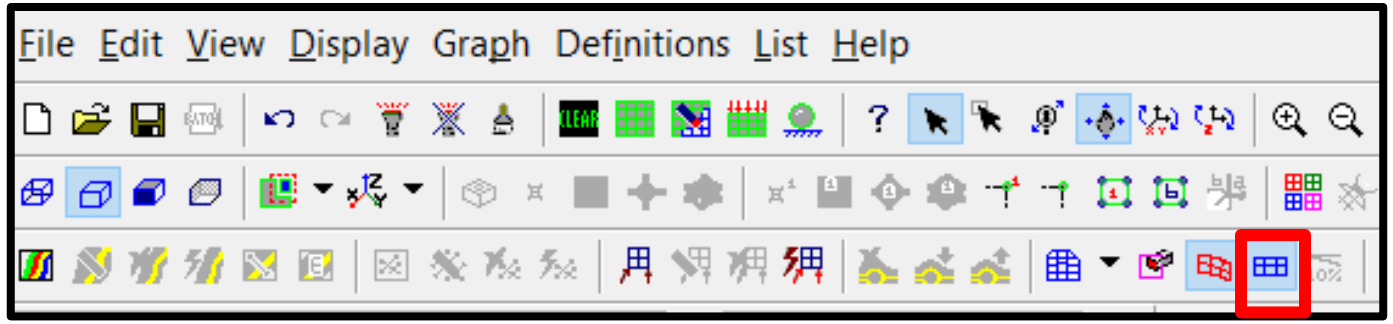



Mesh Plot Name: MESHPLOT00001
Delete
OK
Apply
Cancel
Model Attributes
Zone...
Model Depiction...
Response...
Cut Surface...
Result Control...
Mesh Attributes
Rendering...
Annotation...
Node Depiction...
Boundary Depiction...
Element Depiction...
Virtual Shift Depiction...
Define Element Depiction
Add...
Delete
Copy...
Save
Discard
OK
Cancel
Depiction Name: MESHPLOT00001
Basic
Advanced
Contact, etc.
Element Label Attributes
Display Element Layer Number
Display Substructure Number
Display Reuse Number
Color: VIOLET
C
Size: 0.25
Unit: CM
1-D Element Thickness
Size: 2
Unit: Pixels
Spring Element Size
Size: 0.25
Unit: CM
Local System Triad Attributes
Color: VIOLET
C
Size: 15
Unit: Pixels
Top/Bottom Shell Attributes
Layer Separation Factor: 1
Layer Thickness Factor: 1
Beam Attributes
Segments for Circular Section: 16
Segments for Neutral Axis: 50

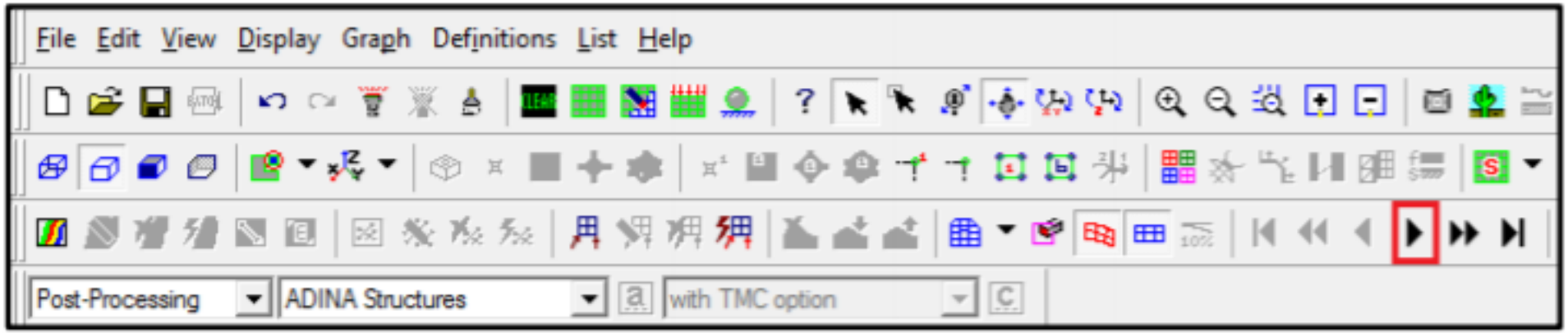
O resultado do primeiro modo de vibrar para magnificação igual a 5 e 50 segmentos deve ser:



Para visualizar a configuração indeformada da barra, basta clicar em:

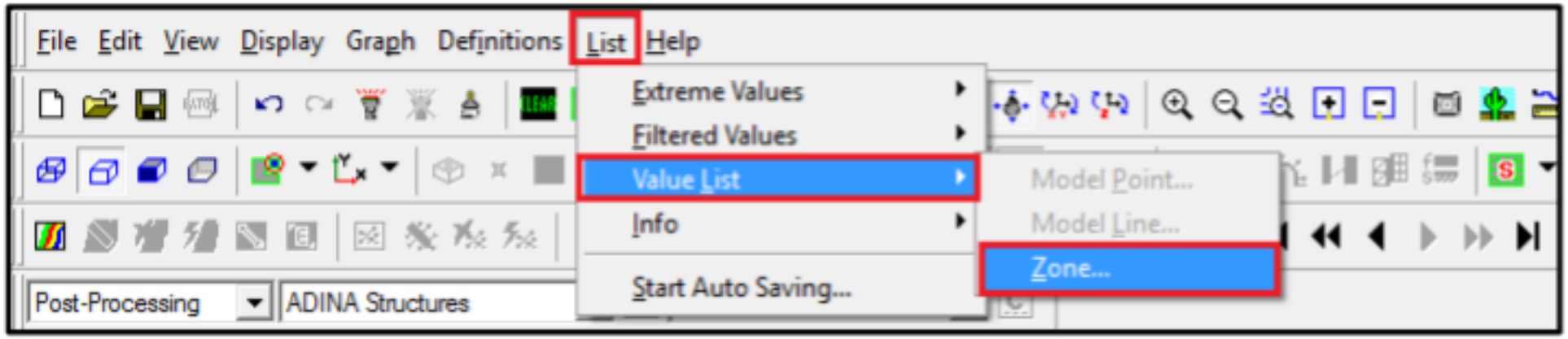


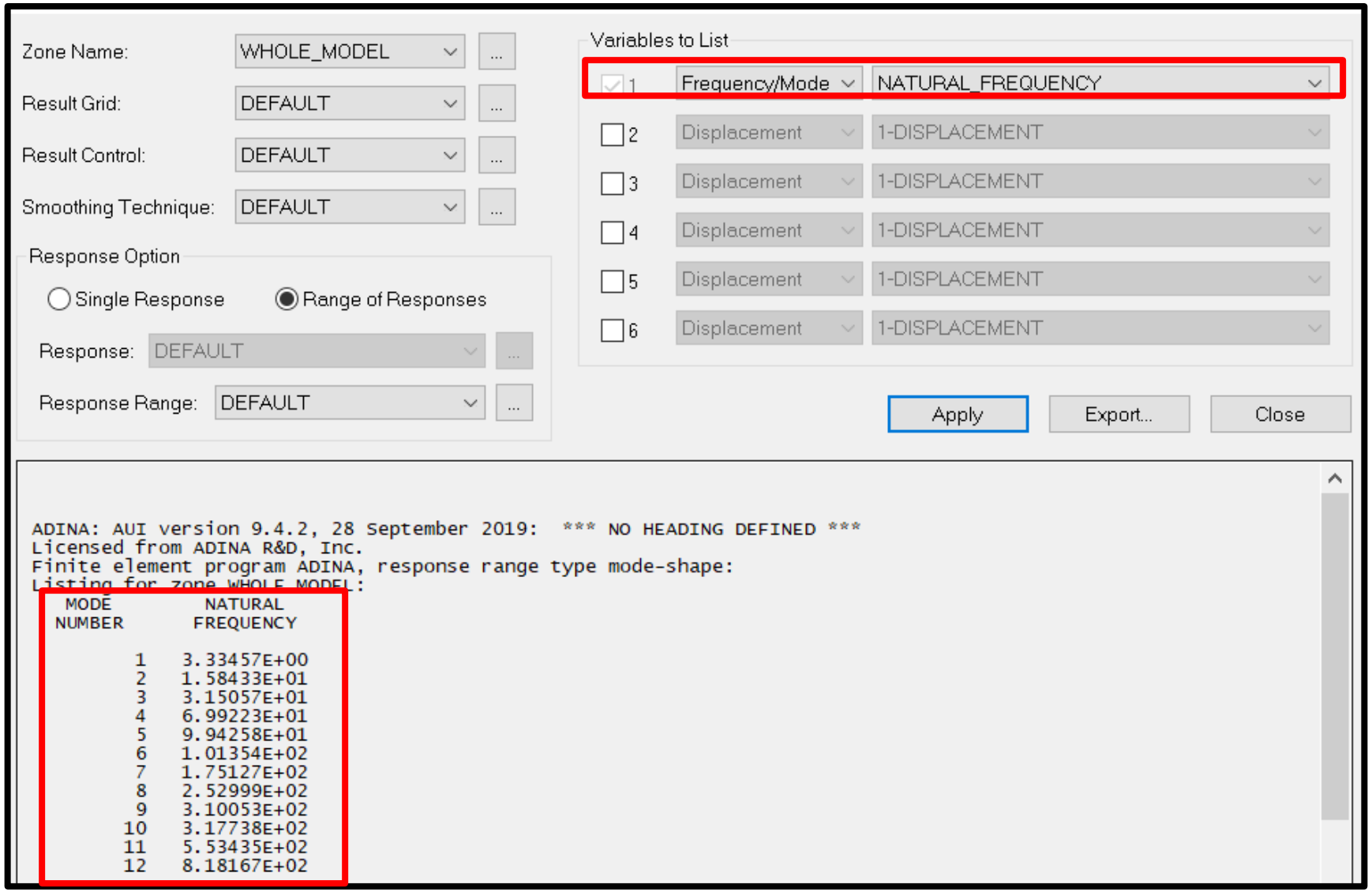
Para observar os próximos modos de vibrar, basta selecionar **Next Solution**:



Obtenção das frequências naturais

Para obter uma lista com as frequências naturais de cada modo:




Zone Name: WHOLE_MODEL
Result Grid: DEFAULT
Result Control: DEFAULT
Smoothing Technique: DEFAULT
Response Option
Single Response
Range of Responses
Response: DEFAULT
Response Range: DEFAULT
Variables to List
1 Frequency/Mode NATURAL_FREQUENCY
2 Displacement 1-DISPLACEMENT
3 Displacement 1-DISPLACEMENT
4 Displacement 1-DISPLACEMENT
5 Displacement 1-DISPLACEMENT
6 Displacement 1-DISPLACEMENT
Apply
Export...
Close
ADINA: AUI version 9.4.2, 28 September 2019: *** NO HEADING DEFINED ***
Licensed from ADINA R&D, Inc.
Finite element program ADINA, response range type mode-shape:
Listing for zone WHOLE_MODEL:
MODE NUMBER NATURAL FREQUENCY
1 3.33457E+00
2 1.58433E+01
3 3.15057E+01
4 6.99223E+01
5 9.94258E+01
6 1.01354E+02
7 1.75127E+02
8 2.52999E+02
9 3.10053E+02
10 3.17738E+02
11 5.53435E+02
12 8.18167E+02

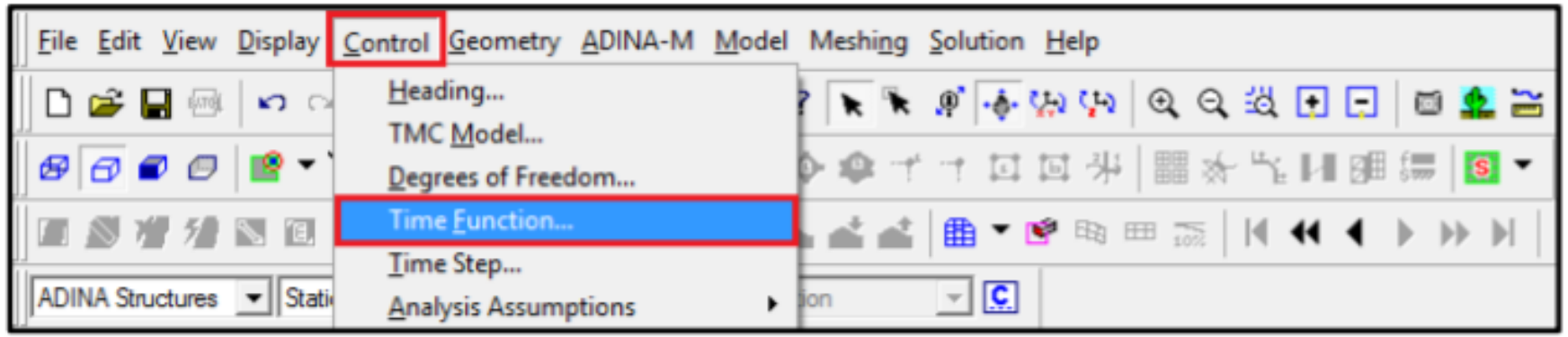
É importante notar que o modelo de elementos finitos pode apresentar modos cujos deslocamentos são axiais, os quais não são captados pela solução analítica. Assim, é possível que o n-ésimo modo do ADINA não coincida com o n-ésimo modo daquela solução. Cabe, portanto, ao usuário verificar as formas modais em ambos os modelos, a fim de realizar eventuais comparações corretamente.

Adaptação do modelo para análise transiente

Definição de uma função temporal para o carregamento

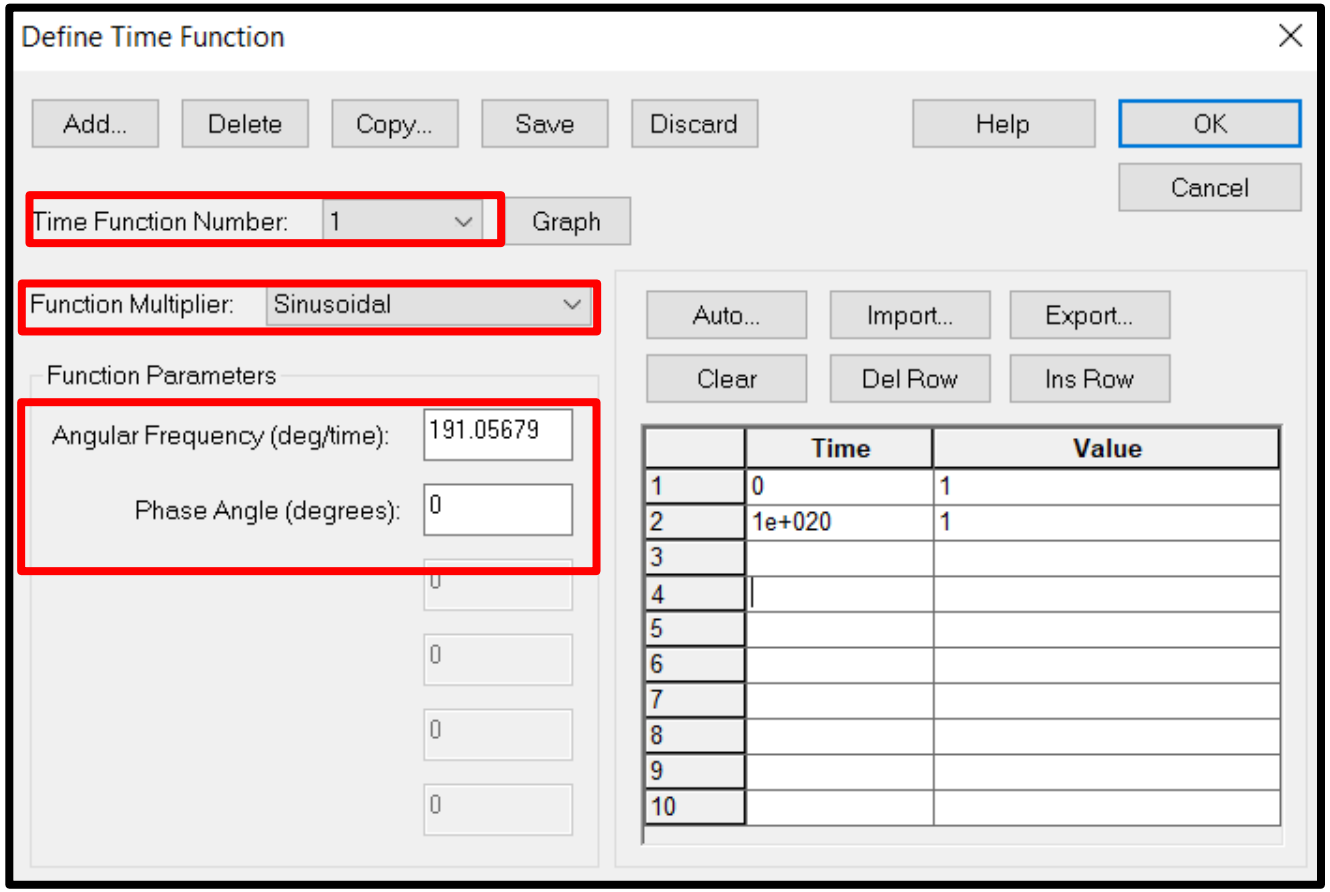
Primeiramente, é necessário sair do módulo **Post-Processing** e retornar a **ADINA Structures**. A seguir, abre-se o arquivo **Modelo1.idb** e salva-se com o nome de **Modelo2.idb**.

A função temporal torna o carregamento dependente do tempo. Como o carregamento dinâmico obedece a uma função harmônica, a função temporal deve, também, ser harmônica:



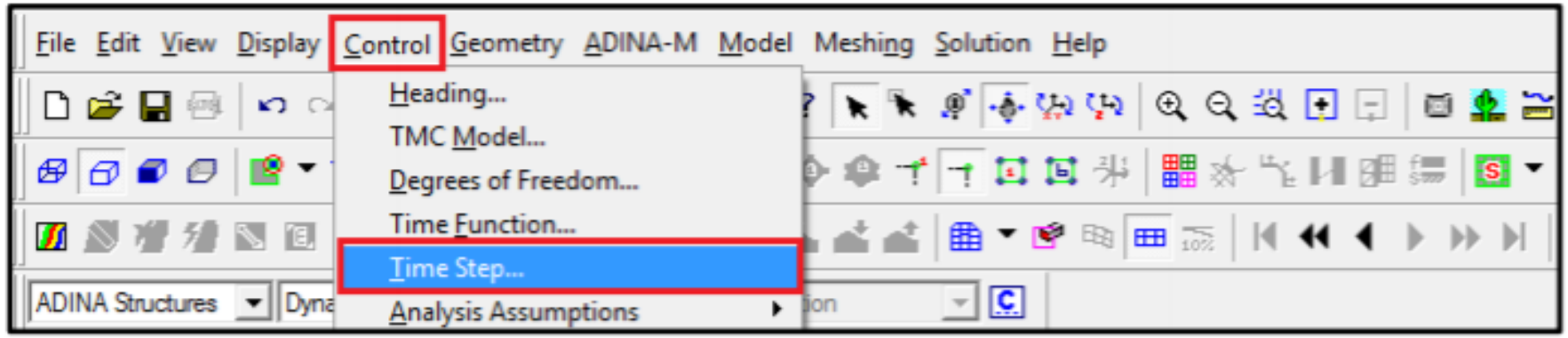
A frequência da oscilação forçada pode ser escolhida livremente. Neste caso, escolhe-se a frequência natural do primeiro modo, para excitar o modo fundamental da estrutura com a massa concentrada. Assim, a frequência vale:

$$3{,}33457\ rad/s = 191{,}05679\ °/s$$

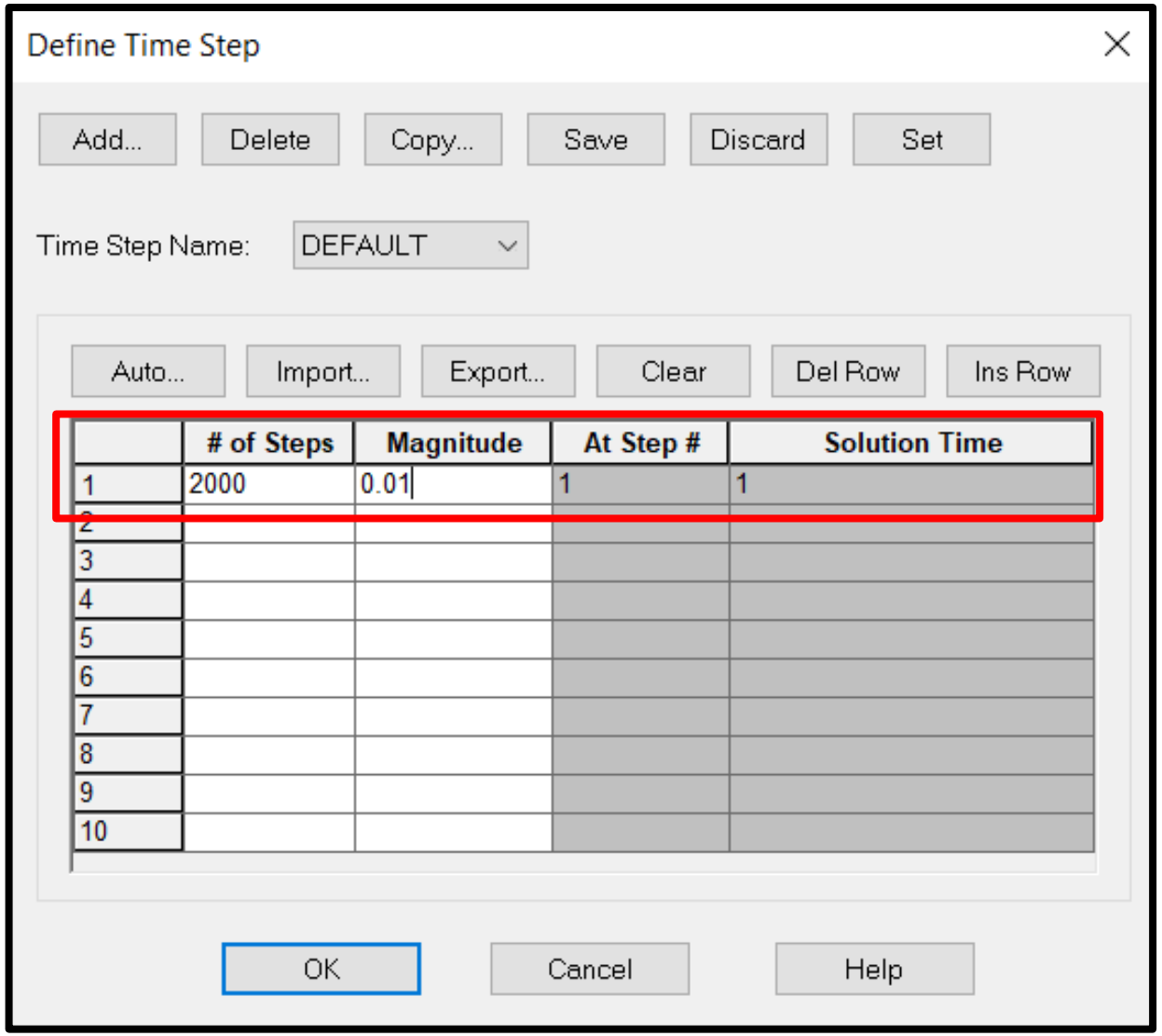


Definição dos passos de execução da solução

Como se quer a resposta dinâmica ao longo do tempo, deve-se definir os passos de solução: os instantes inicial e final e a quantidade de instantes dentro desse intervalo:

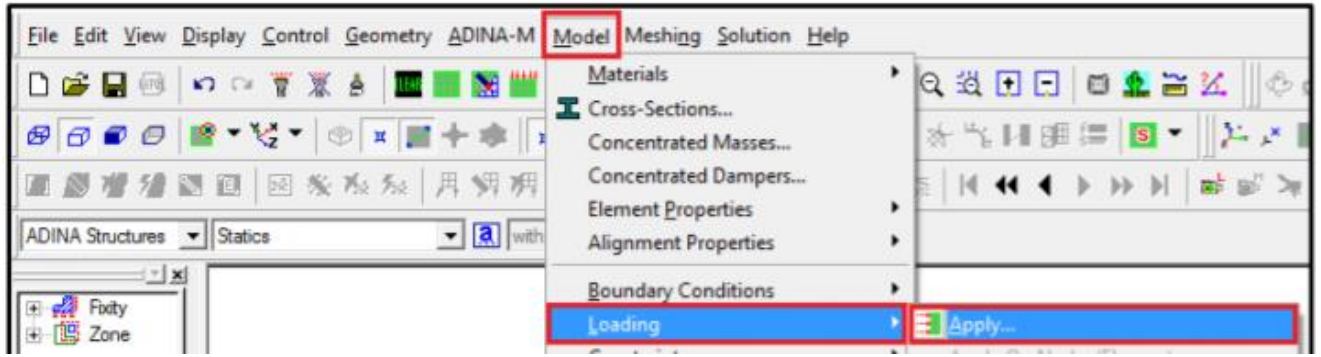


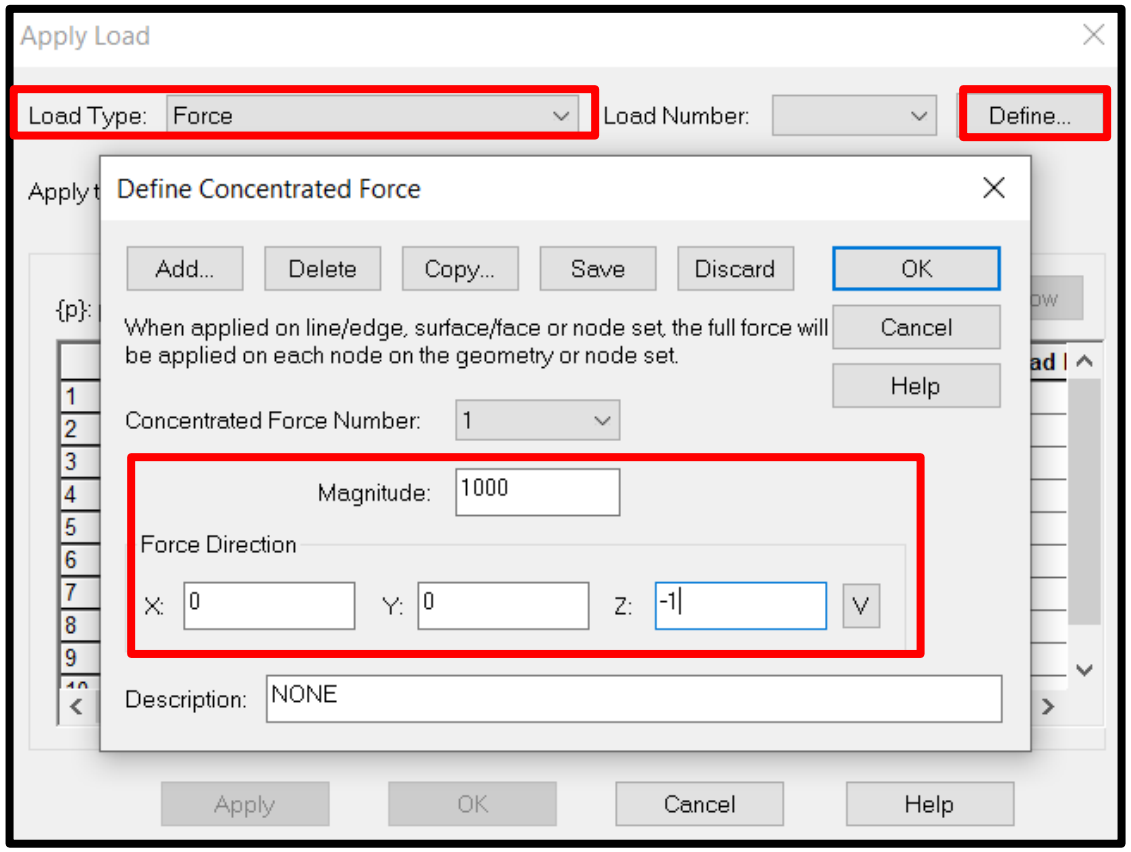
Neste caso, serão escolhidos 2000 passos de $0{,}01\ s$, totalizando um intervalo de $20\ s$:


Define Time Step
Add...
Delete
Copy...
Save
Discard
Set
Time Step Name:
DEFAULT
Auto...
Import...
Export...
Clear
Del Row
Ins Row
# of Steps
Magnitude
At Step #
Solution Time
1
2000
0.01
1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
OK
Cancel
Help

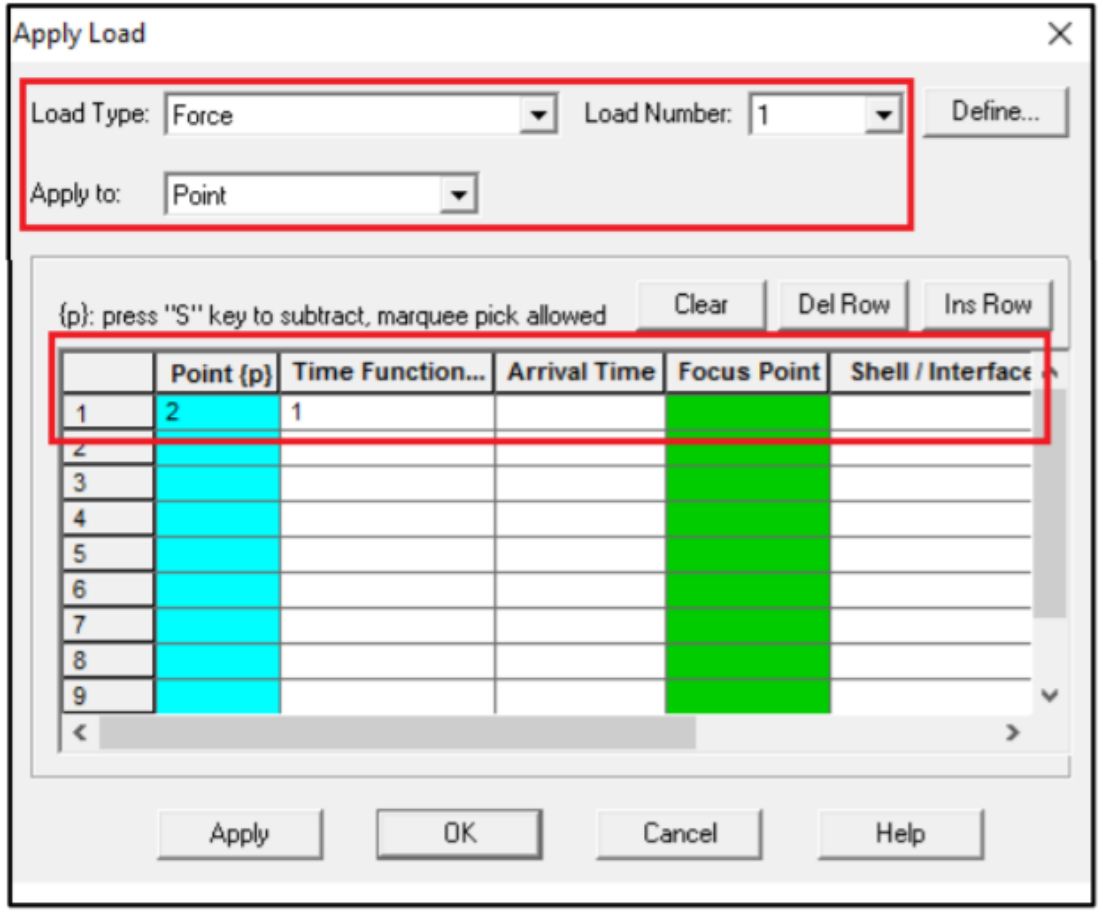
Prescrição de carregamentos no contorno

Deve-se prescrever a amplitude da força do carregamento dinâmico:



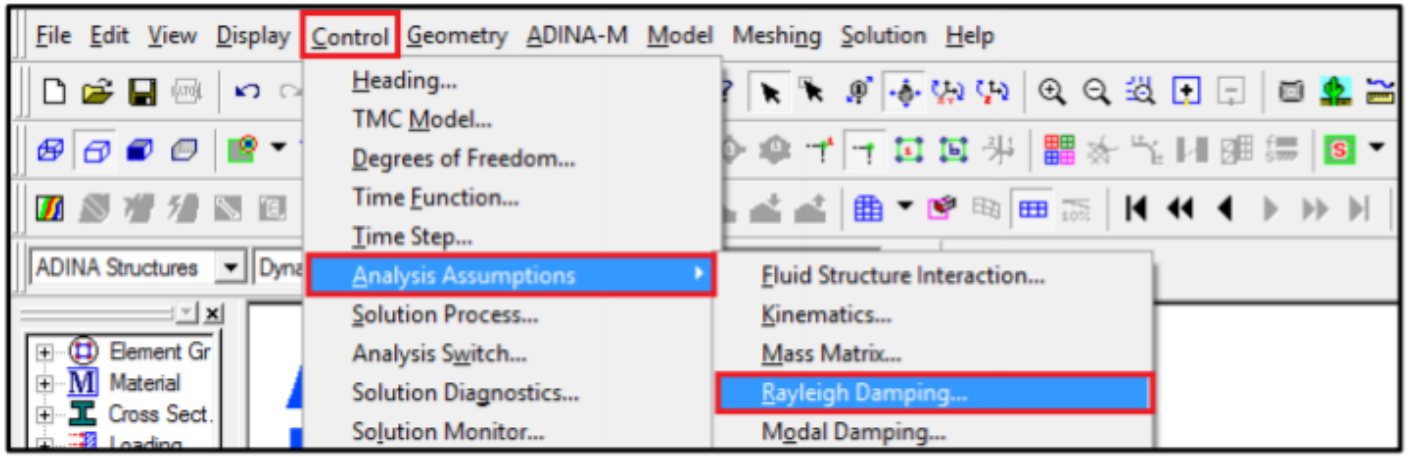


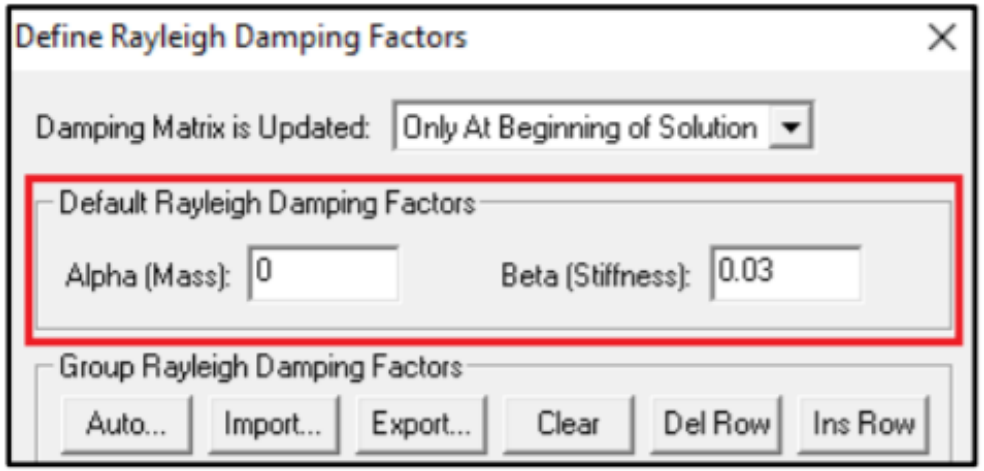
Aplica-se o carregamento em B (ponto 2) com **Time function** Igual a 1:



Definição de amortecimento proporcional

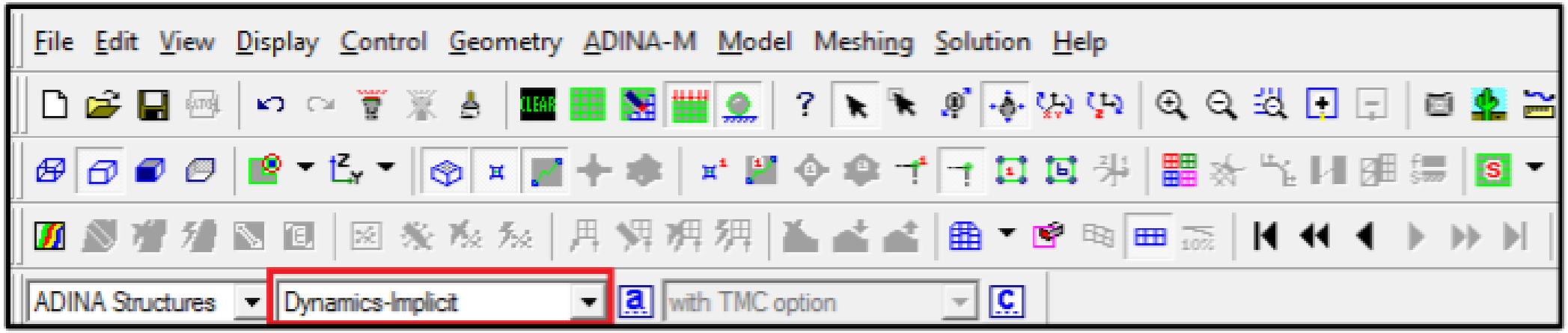
Define-se o amortecimento proporcional (tipo Rayleigh) da estrutura. A matriz desse amortecimento está relacionada às matrizes de rigidez e de massa por dois fatores. Neste modelo, eles são: $\alpha_R = 0$ e $\beta_R = 0{,}03$:





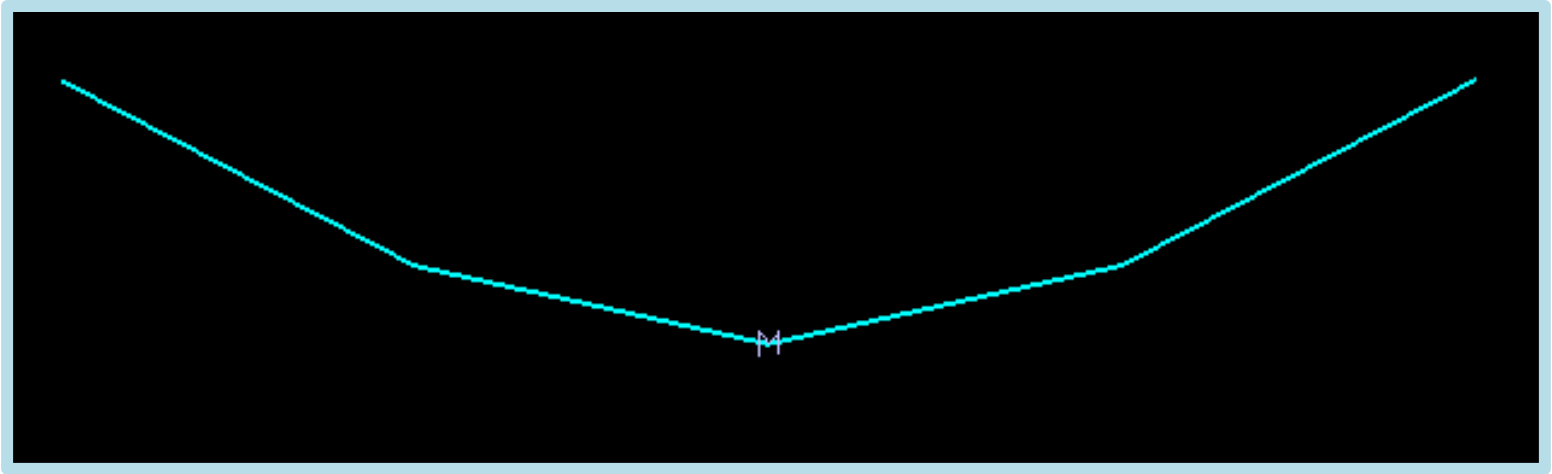
Processamento do modelo

Seleciona-se **Dynamics-Implicit** como tipo de análise, salva-se o arquivo e roda-se a solução:



Análise dos resultados

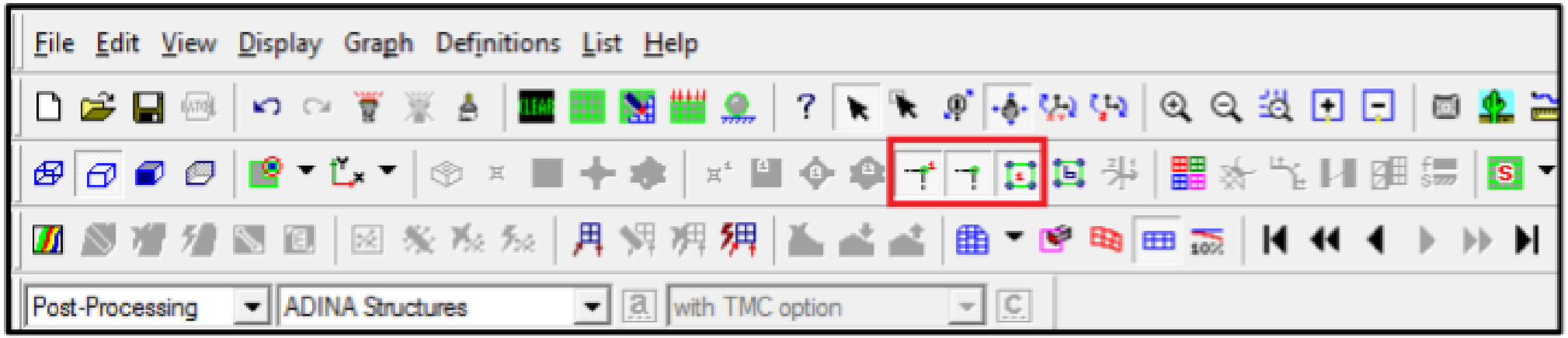
Trocando para o módulo para **Post-Processing** e abrindo o arquivo **Modelo2.por**, o resultado esperado é uma resposta similar ao primeiro modo de vibrar:



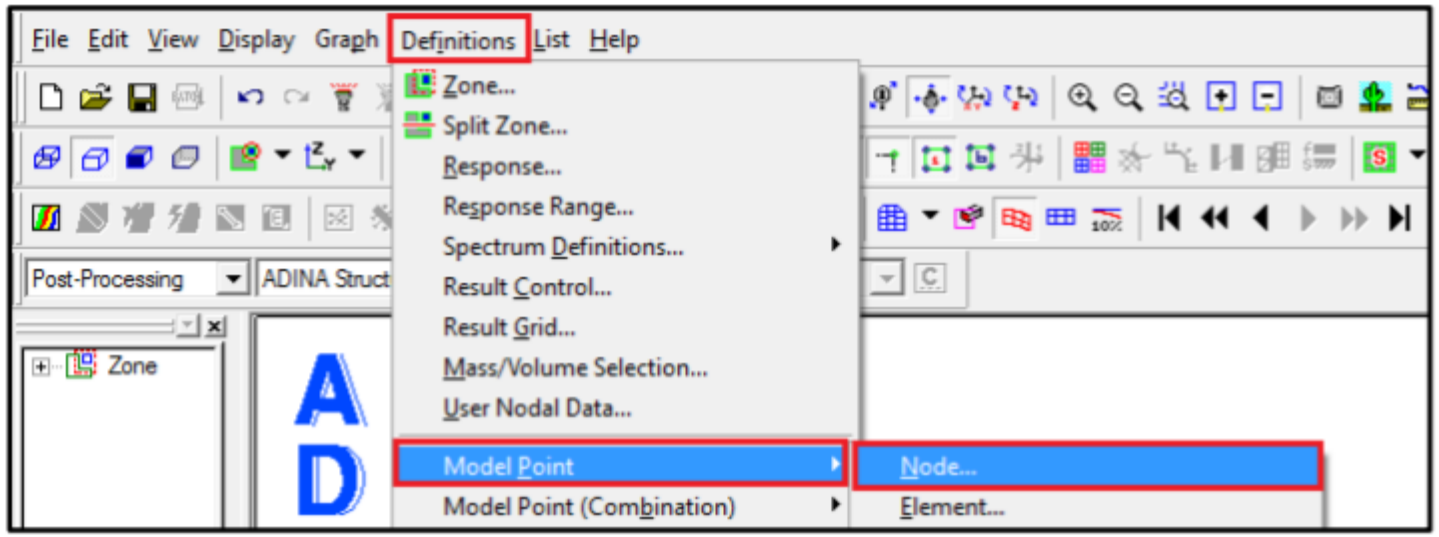
Novamente, é possível alterar o fator de magnificação e a quantidade de segmentos.

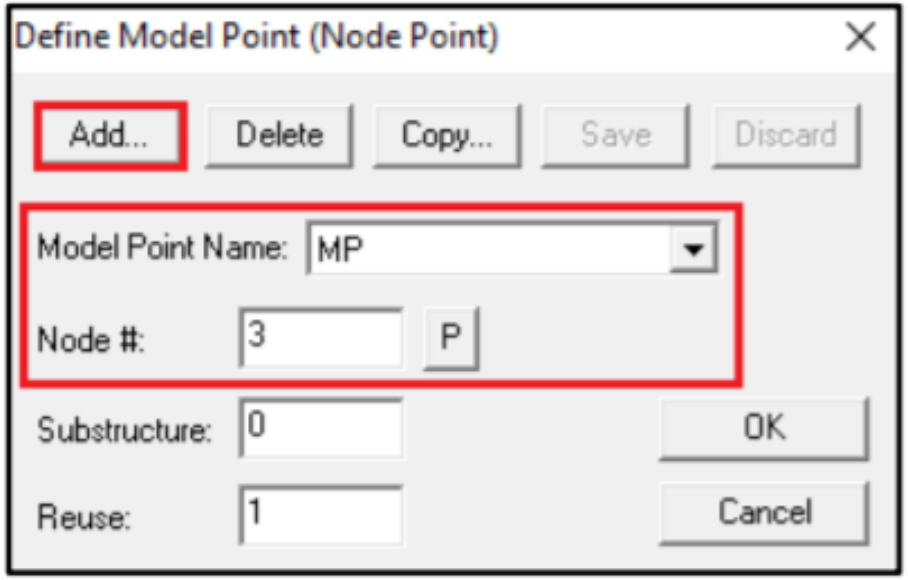
Definição de um ponto de amostragem

Para gerar um **Model Point** que coincida com o meio do vão, explicitam-se os nós e sua numeração na malha:



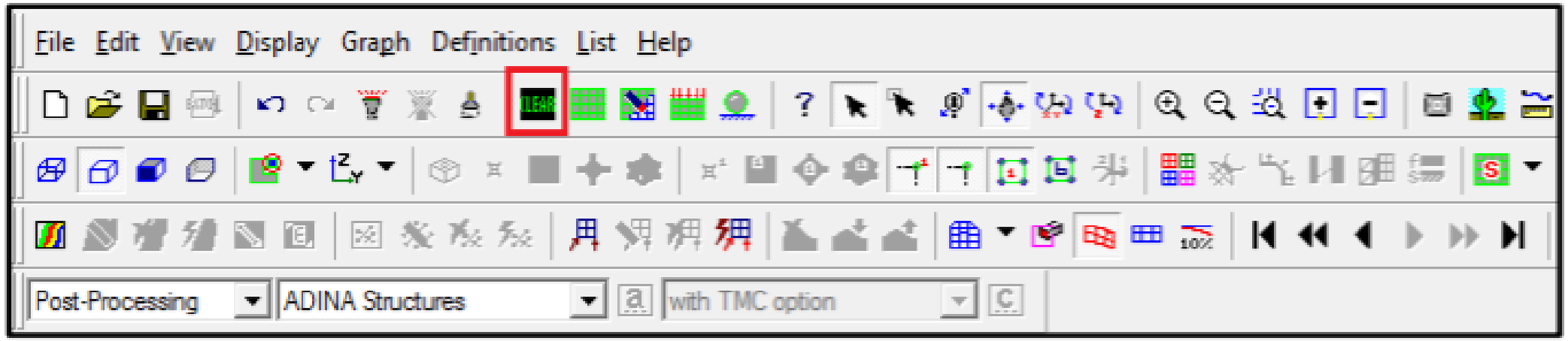
Para quatro elementos, o nó que corresponde ao meio do vão é o nó 3. Gera-se, assim, o ponto de amostragem nesse nó:



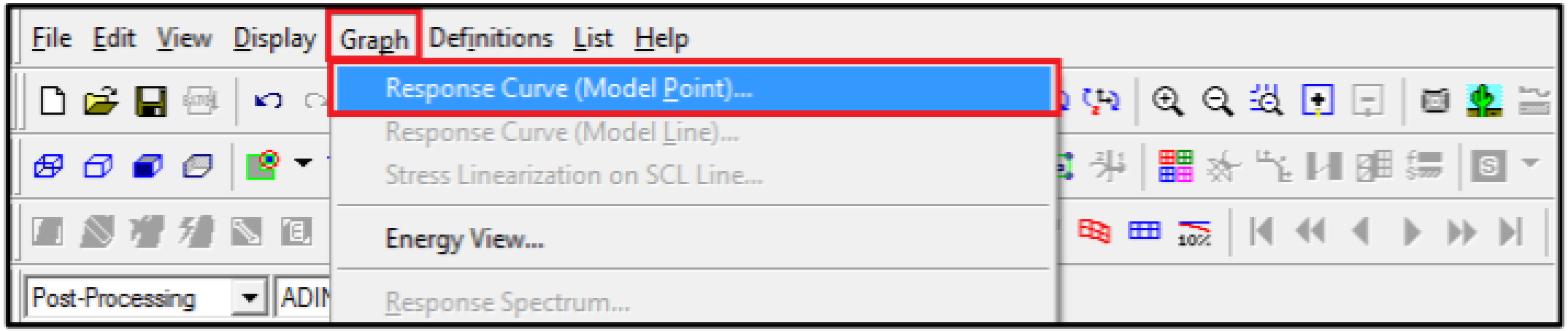


Disposição da resposta dinâmica no domínio do tempo

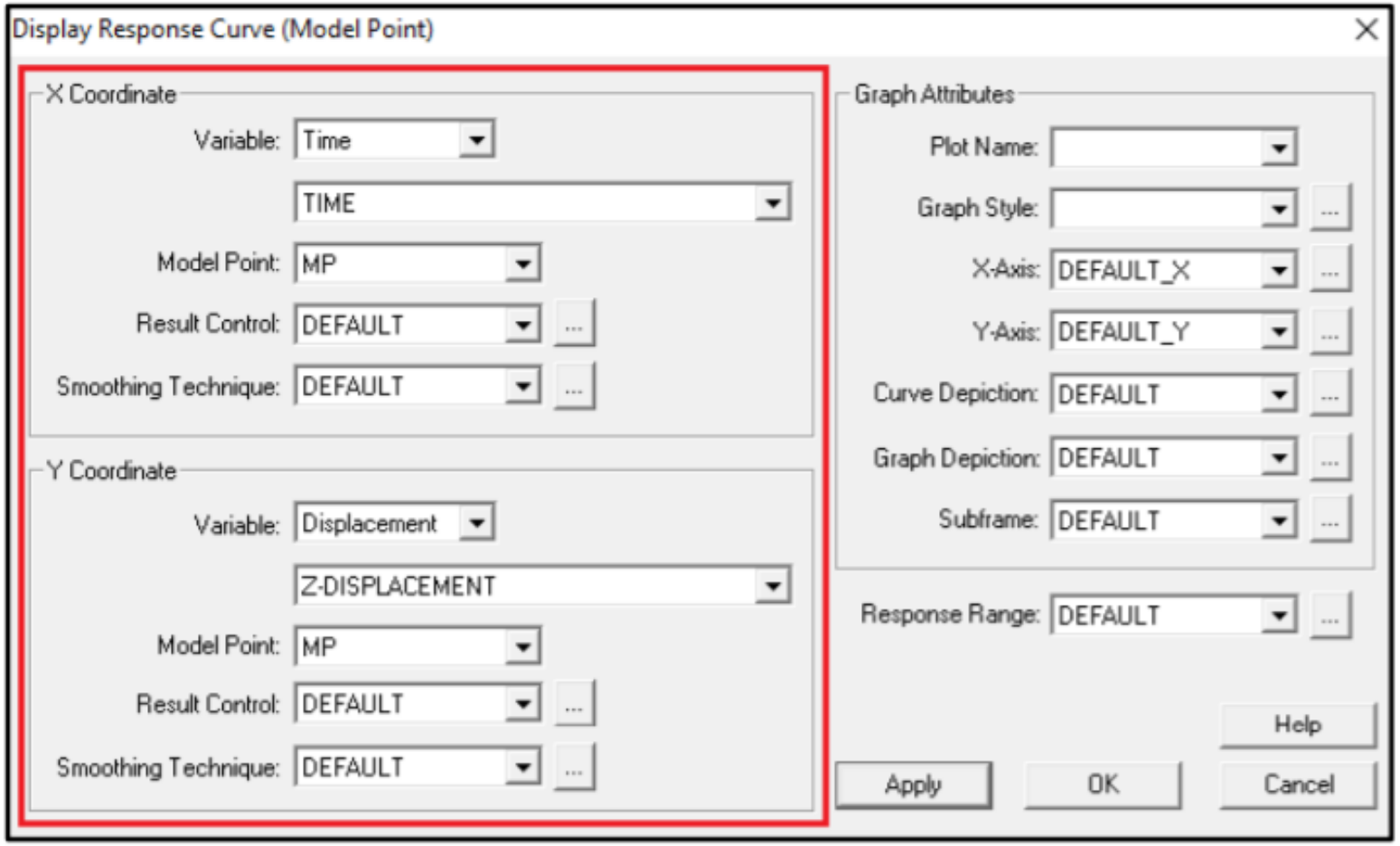
Antes de gerar o gráfico da resposta, deve-se “limpar” a tela de exibição para que o gráfico não se sobreponha à malha:



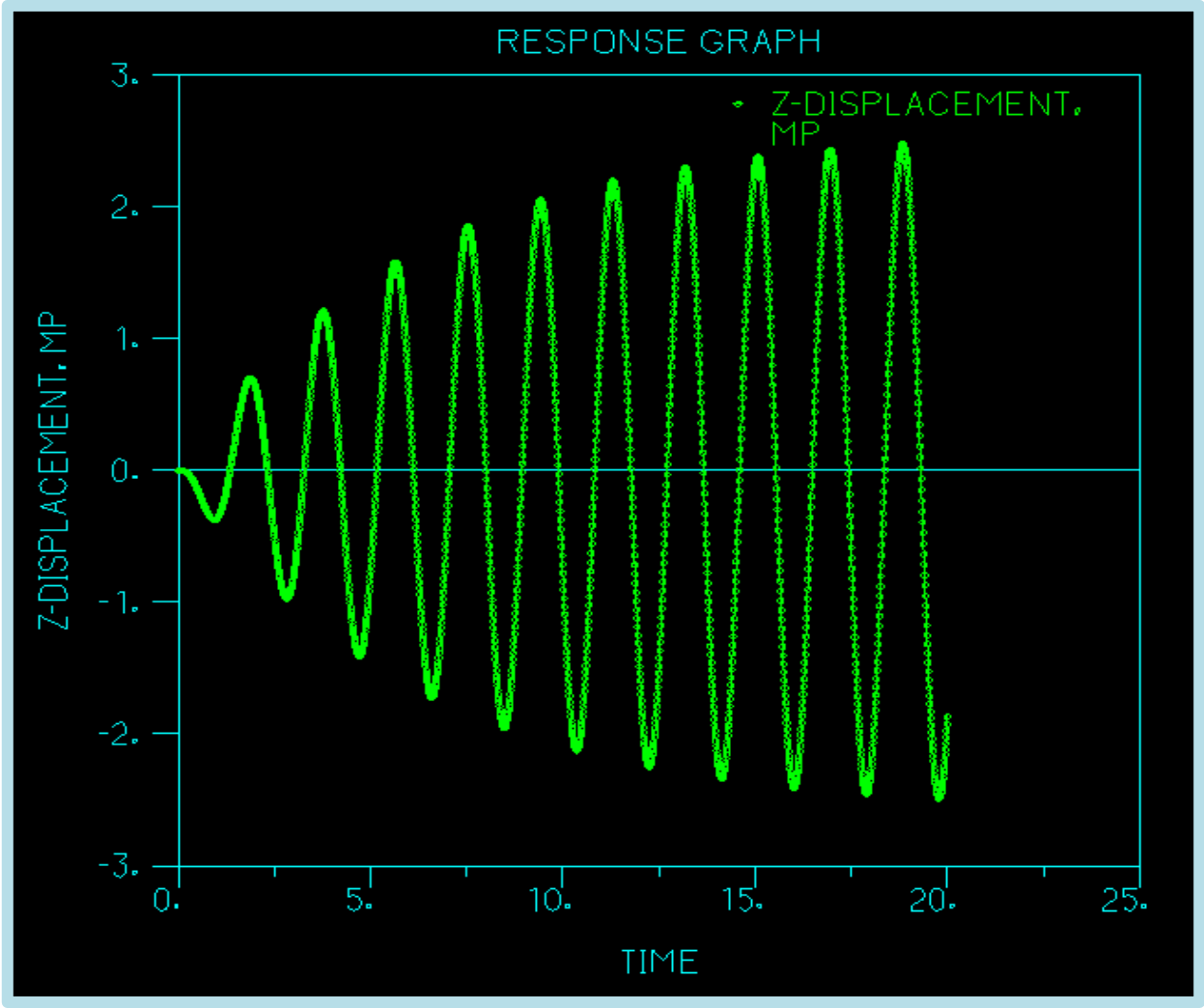
Gera-se, assim, o gráfico:



O que se quer analisar é o deslocamento em Z:



A resposta dinâmica no domínio do tempo é, portanto:



Vale notar que a resposta oscila em torno de zero, e não do deslocamento estático no ponto. Caso seja desejado que a solução dinâmica oscile em torno da flecha estática, pode-se:

- Acrescentar, durante a modelagem, uma carga de intensidade $1000\ N$ no instante zero. Nesse caso, a carga dinâmica deve ser aplicada após a estabilização da vibração decorrente da primeira carga, instante esse que pode ser encontrado pelo usuário após o primeiro processamento; ou
- Gerar uma variável personalizada dada pela translação em Z mais a flecha estática, a partir do caminho **Definitions / Variable / Resultant.** O valor dessa flecha pode ser determinado a partir da solução analítica.