

5- Tensão Admissível à Fadiga

Peça terá vida infinita (isto é $N > N_{crit}$) se :

$$S_{max} \leq S_{Fadm}$$

Modelo 1 :

$$S_{Fadm} = S_F \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5}$$

corpo de prova

Modelo 2 :

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

corpo de prova

Adotado por : Shigley, J. E. et al. *Mechanical Engineering Design*.
Norton R. L. *Projeto de máquinas*

5- Tensão Admissível à Fadiga

Peça terá vida infinita (isto é $N > N_{crit}$) se :

$$S_{max} \leq S_{Fadm}$$

$$S_{Fadm} = S_F \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5} \quad *$$

S_{Fadm} = tensão de fadiga admissível

S_F - limite de resistência à fadiga para o **corpo de prova** e sob mesma solitação k da peça

$b_1, b_2, b_3 \rightarrow$ fatores de influência

η_i = coeficientes de segurança

β_k = coeficiente de entalhe

* Se $k = \infty$ usar Fig.1 da apostila de ábacos de fadiga (caso de flexão) ou Fig.2 (caso de tensão uniaxial: tração/compressão) ou Fig.3 (torção) para obter :

$$S_F = S_{Fa}$$

* Se $k \neq \infty$, com S_{Fa} obtido acima e mais S_e e montar Goodman simplificado e obter

$$S_F = f(S_{Fa}, k, b_1, b_2, \beta_k)$$

* Hänchen R., *Resistencia a la fatiga*, Reverte, 201p. 1960

S_{Fa} (Kgf/mm²)

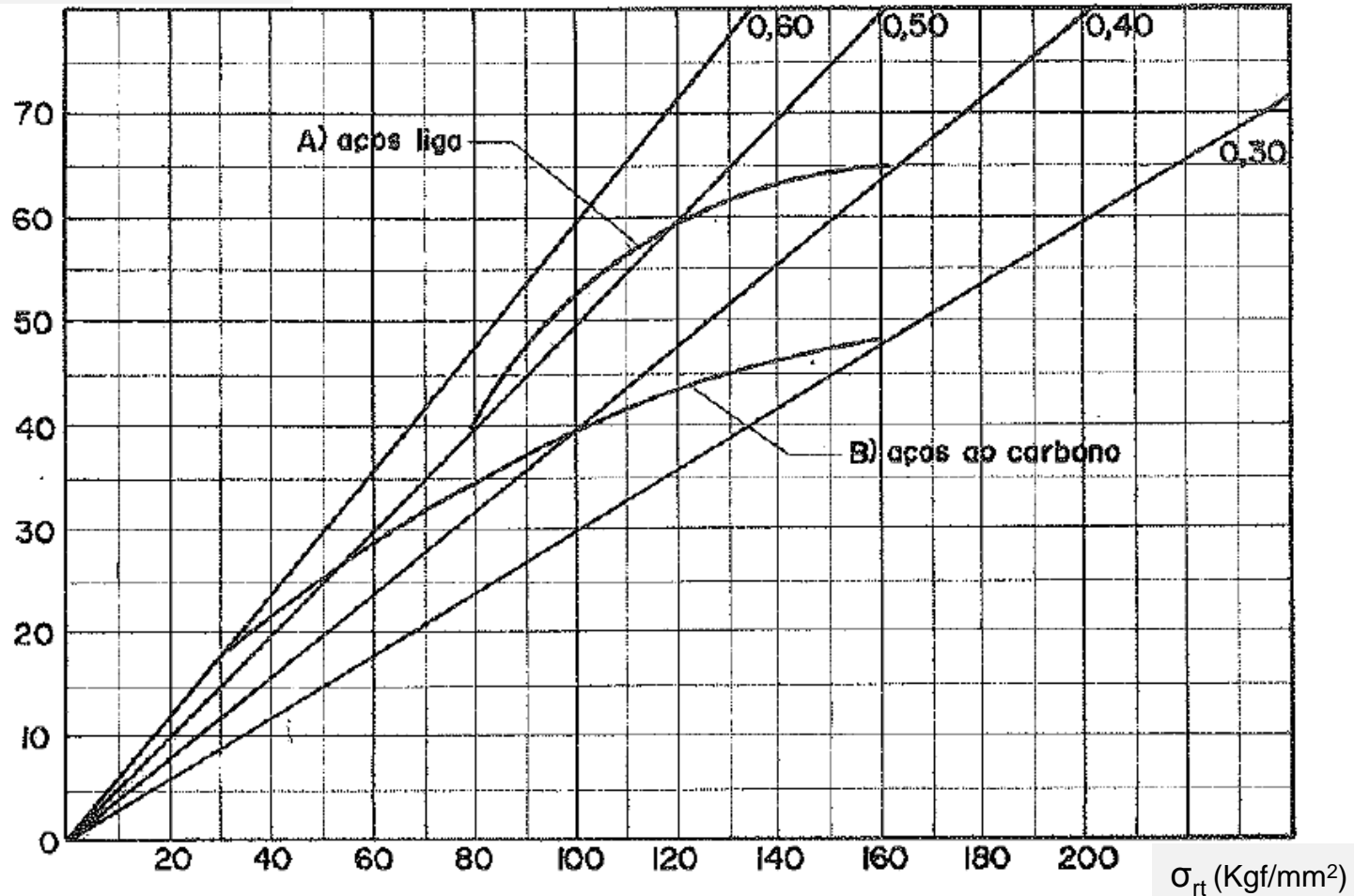


Figura 1 - Curvas do limite de resistência à fadiga alternada simétrica de **FLEXÃO (Pura e mista)** para aços em função da tensão de ruptura a Tração.

S_{Fa} (Kgf/mm²)

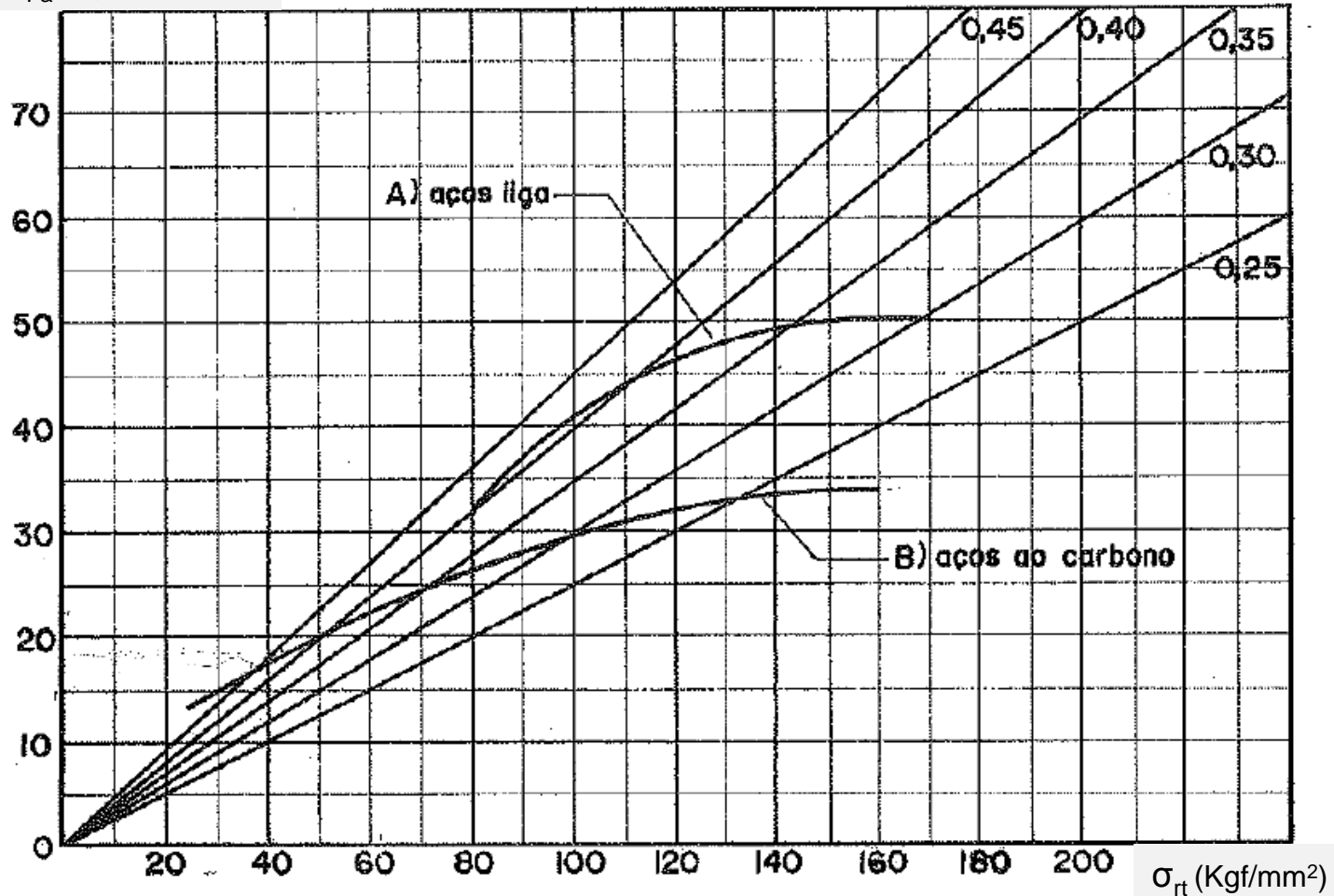


Figura 2 - Curvas do limite de resistência à fadiga alternada simétrica **AXIAL** para aços em função da **tensão de ruptura a Tração. (Axial pura)**

S_{Fa} (Kgf/mm²)

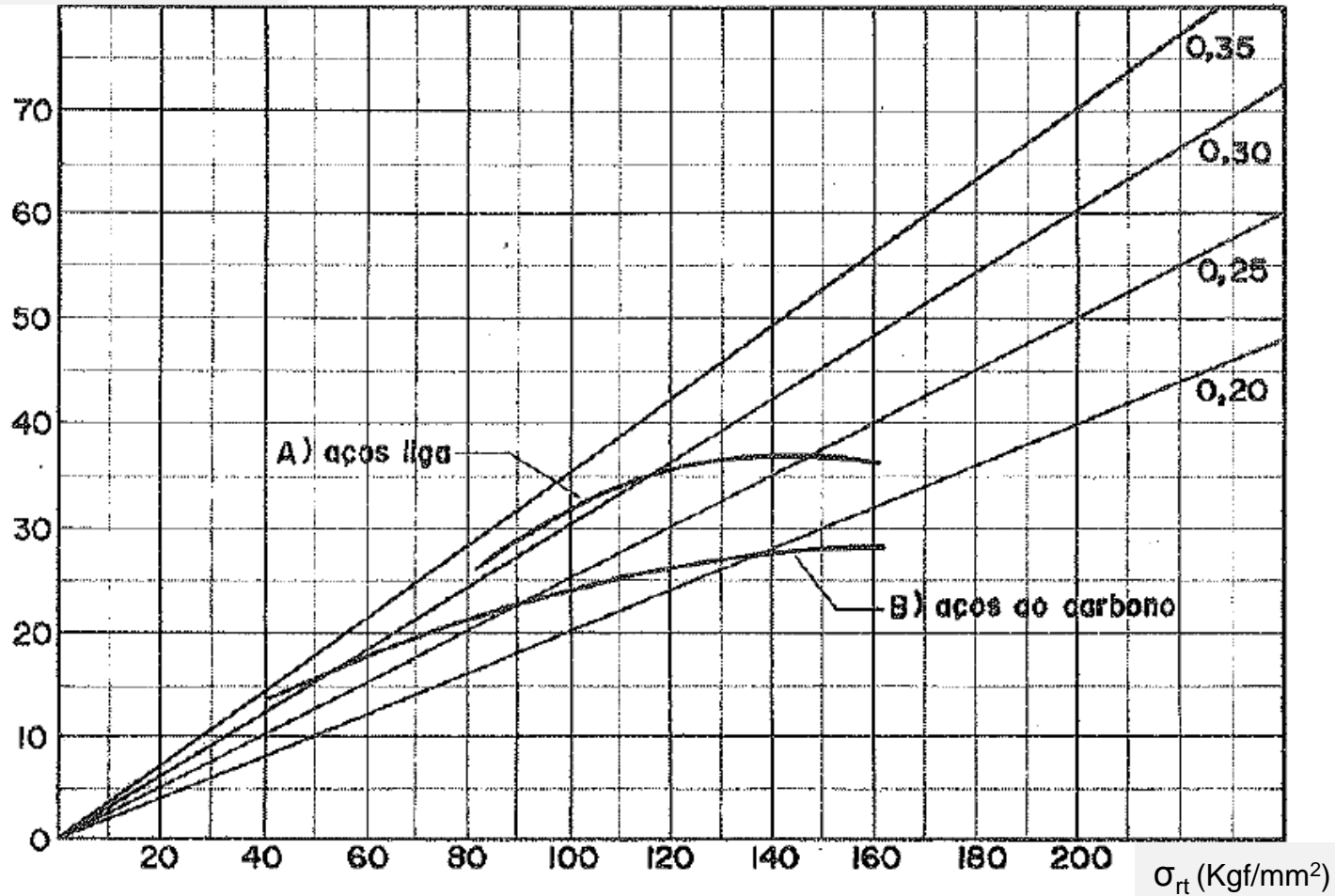


Figura 3 - Curvas do limite de resistência à fadiga alternada simétrica de **TORÇÃO** para aços em função da tensão de ruptura a Tração. (Torção pura)

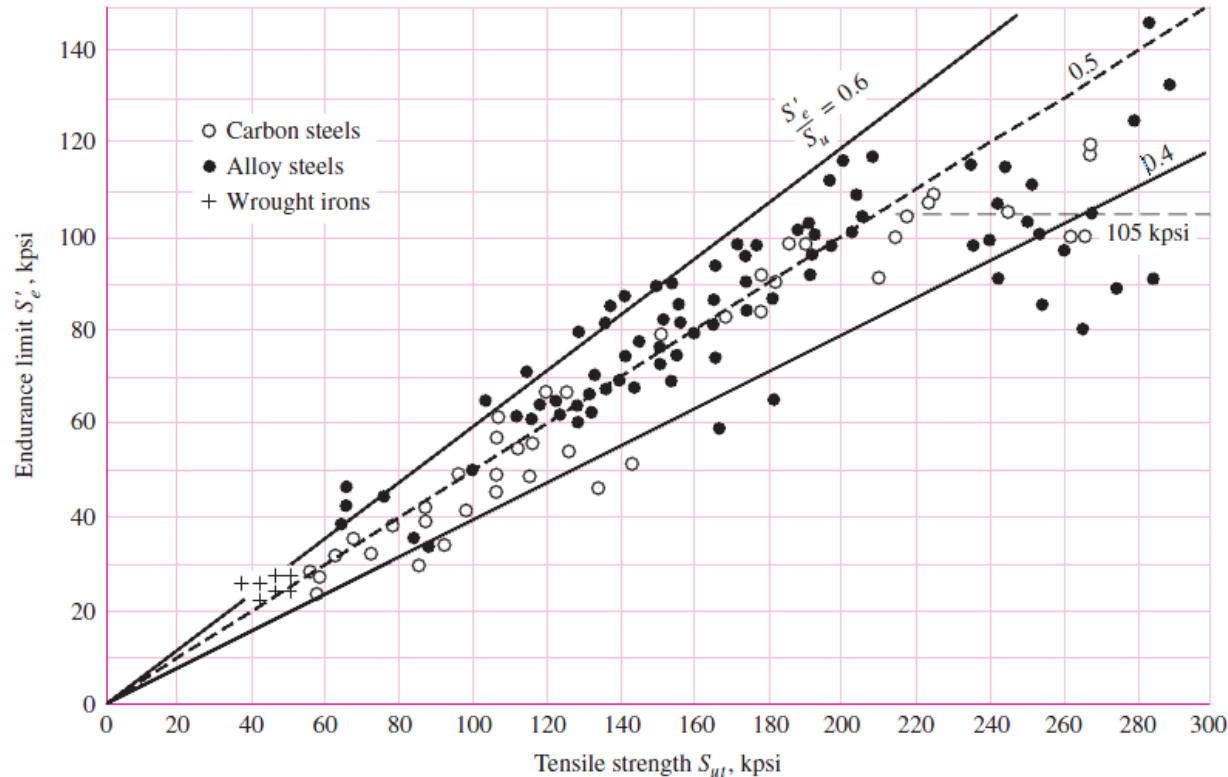


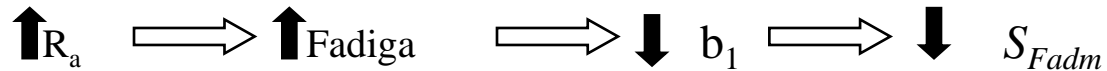
Figure 6–17 - Graph of endurance limits versus tensile strengths from actual test results for a large number of wrought irons and steels. Ratios of S_e/S_{ut} of 0.60, 0.50, and 0.40 are shown by the solid and dashed lines. Note also the horizontal dashed line for $S_e = 105$ kpsi. Points shown having a tensile strength greater than 210 kpsi have a mean endurance limit of $S_e = 105$ kpsi and a standard deviation of 13.5 kpsi. (Collated from data compiled by H. J. Grover, S. A. Gordon, and L. R. Jackson in *Fatigue of Metals and Structures, Bureau of Naval Weapons Document NAVWEPS 00-25-534, 1960*; and from *Fatigue Design Handbook, SAE, 1968, p. 42.*)

b_1, b_2 e b_3 - Fatores de influência

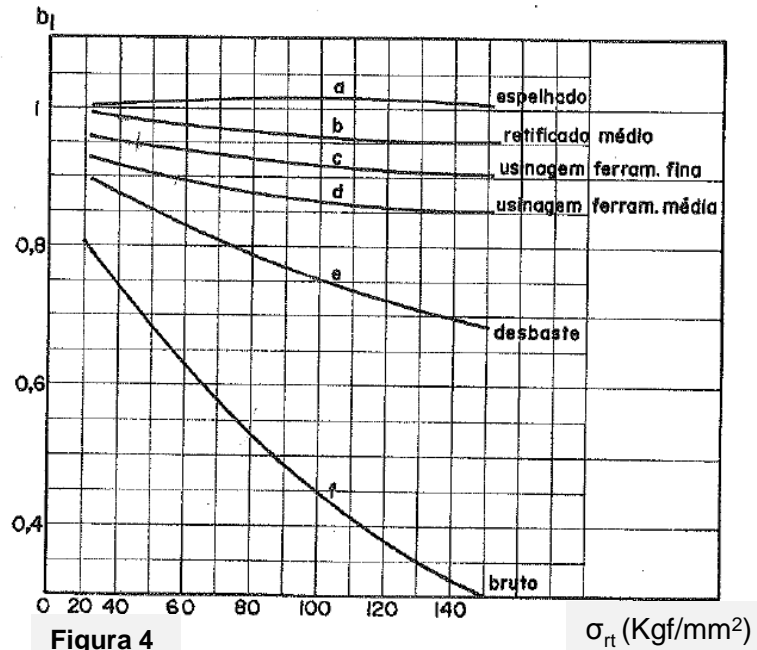
• b_1 \implies Coeficiente de acabamento superficial

- Fadiga depende do acabamento
 - R_a do corpo de prova \neq do R_a da peça
- } $\implies b_1$

$$b_1 = f(\sigma_{rt})$$

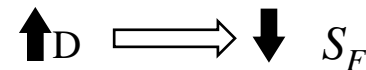


- A operação de **shot peening** (bombardeamento com granalha de aço) é usada para aliviar tensões superficiais e melhorar o comportamento à fadiga.



• b_2 \longrightarrow Coeficiente dimensional

Fadiga depende da dimensão da peça.



- Kugel : Diâmetro maior (maior volume de material) implica em maior probabilidade de falha por fadiga.
- Von Philip : Material perto da LN ($\sigma \cong 0$) "descarrega" trabalho das fibras externas $\Rightarrow \sigma_{max}$ real é menor que teórico. Para diâmetros grandes este efeito é pequeno.

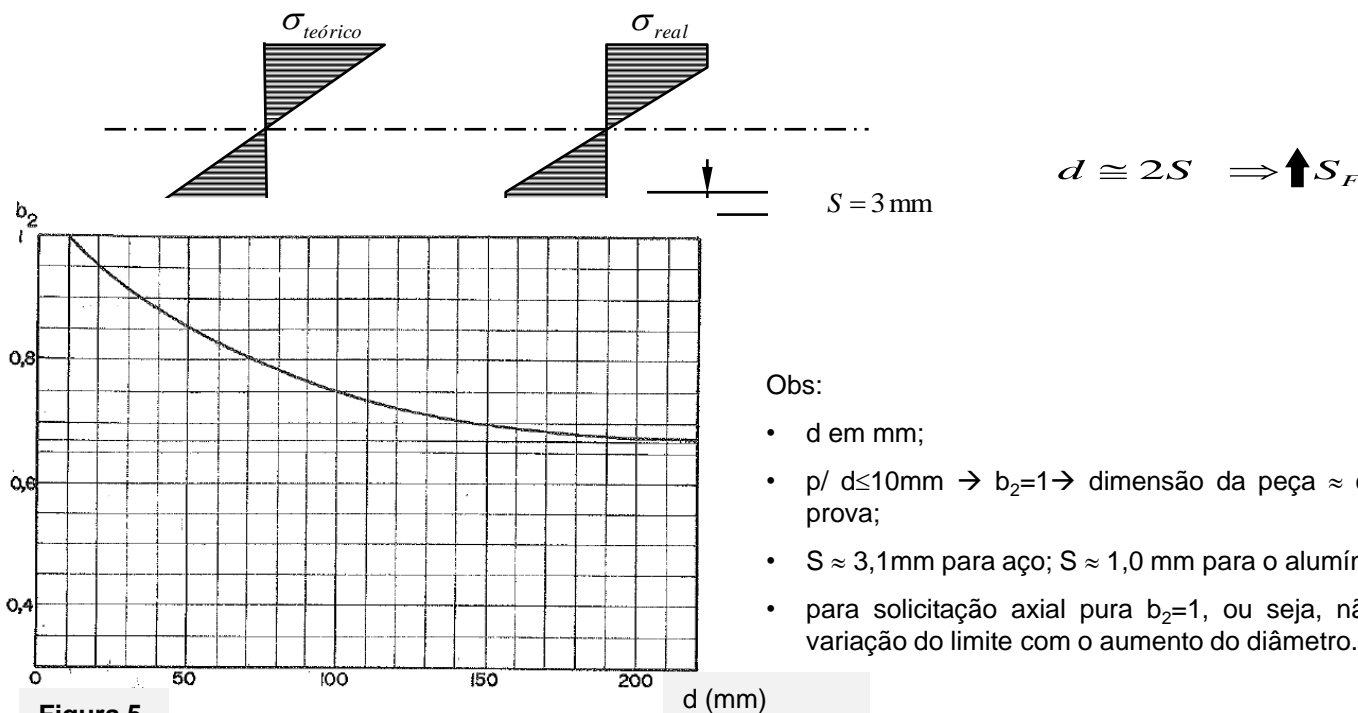


Figura 5

Obs:

- d em mm;
- $p/ d \leq 10\text{mm} \rightarrow b_2=1 \rightarrow$ dimensão da peça \approx corpo de prova;
- $S \approx 3,1\text{mm}$ para aço; $S \approx 1,0\text{ mm}$ para o alumínio;
- para solicitação axial pura $b_2=1$, ou seja, não existe variação do limite com o aumento do diâmetro.

Um equacionamento para calcular b_2 é proposto por Shigley e Mitchel*

para $d \leq 8 \text{ mm}$:

$$b_2 = 1$$

para $8 \text{ mm} \leq d \leq 250 \text{ mm}$:

$$b_2 = 1,189.d^{-0,097}$$

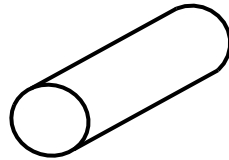
para $d \geq 250$:

$$b_2 = 0,6$$

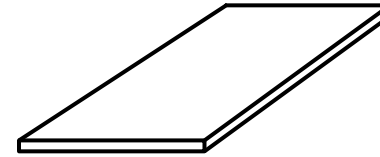
*Shigley, J.E.; Mitchell, L.D. Mechanical Engineering Design, 4th ed., Mc-Graw-Hill: New York, p.293,1983.

- b_3 \longrightarrow Coeficiente de forma da secção

$$k = 2$$



$$S_F = 100\%$$



$$S_F = 63\%$$

Assume-se $b_3 = 1$ para secção circular.

A distribuição de tensão depende da forma da secção (há formas de secção mais críticas que outras)

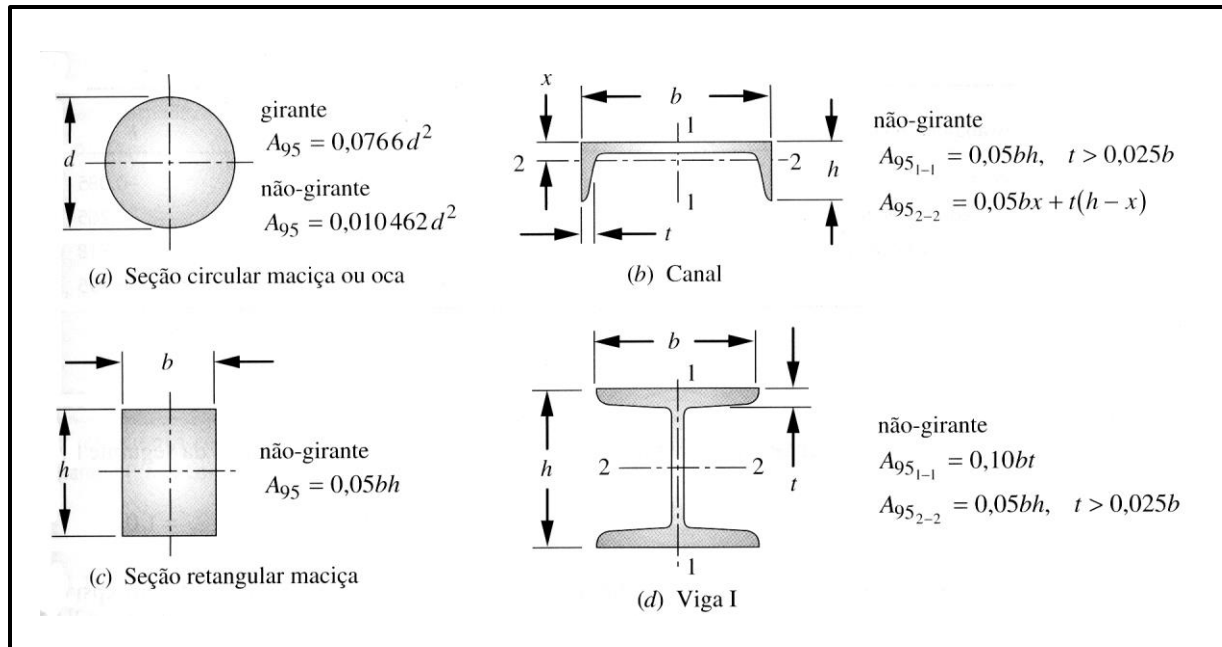
$$S_{F_{\text{forma geométrica}}} = S_{F_{\text{círculo}}} \cdot b_3$$

Se necessário ensaia-se a peça de forma genérica \Rightarrow Wohler \Rightarrow Goodman

Obtém-se $S_{F_{\text{forma geométrica}}}$ e faz-se $S'_F = S_{F_{\text{forma geométrica}}} \cdot b_3 \quad (b_3 = 1)$

- b_2 e b_3 combinados pela área $A_{0,95\sigma}$ de formatos comuns

O equacionamento para calcular b_2 proposto por Shigley e Mitchel é válido para seção transversal circular. Para peças com outros formatos Kuguel sugeriu equivalência da área da seção transversal com a área de um corpo de prova circular submetido à flexão rotativa. Um diâmetro equivalente é obtido quando a área da seção transversal da peça que estiver sujeita a uma tensão superior a 95% da tensão máxima da seção for igual a área correspondente de uma peça de seção circular.



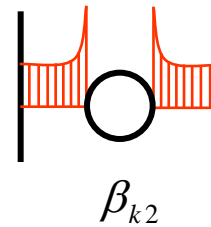
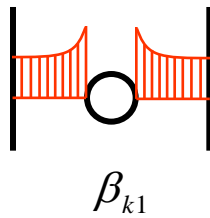
$$d_{equiv} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0,0766}}$$

Norton R. L. *Projeto de máquinas*. Ed. Bookman, 2004

• β_k \longrightarrow Coeficiente de entalhe para solicitação dinâmica

β_k depende de :

- Material : $\uparrow \sigma_{rt}$, \downarrow ductilidade, $\uparrow \beta_k$ (e portanto $\downarrow S_{Fadm}$)
- Tipo de entalhe: \uparrow concentração de tensão, $\uparrow \beta_k$
- Dimensão relativa entalhe/peça : \uparrow região de concentração de tensões , $\uparrow \beta_k$

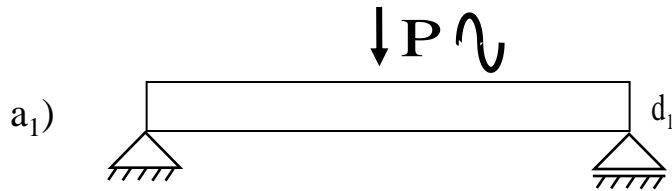


$$\beta_{k1} < \beta_{k2}$$

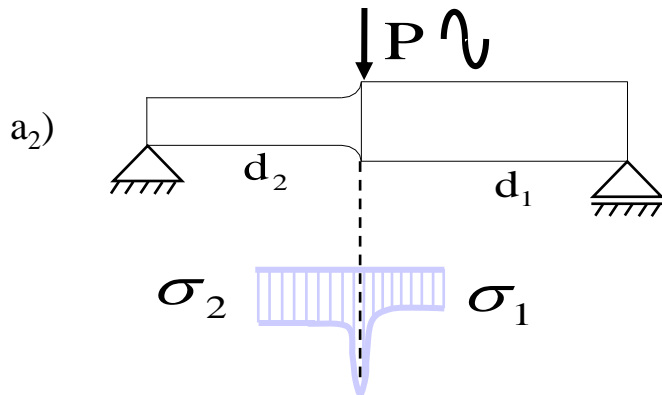
- Tipo de solicitação (flexão, torção, ...)
- Variação da solicitação : $\uparrow k$, $\uparrow \beta_k$

Como obter β_k

a) obter β_k por ensaios diretos



$$S_{Fafa_1} \Rightarrow Goodman \Rightarrow S_{Fka_1}$$



$$S_{Fafa_2} \Rightarrow Goodman \Rightarrow S_{Fka_2}$$

$$\beta_k = \frac{S_{Fka_1}}{S_{Fka_2}}$$

b) obter β_k por gráficos e ábacos disponíveis

Alguns casos, obtenção direta de β_k em função de σ_{rt}

- OBS.:
- 1) Efetuar interpolações necessárias
 - 2) β_k diferentes para M_f , M_t e sollicitação uniaxial
 - 3) Efetuar correções de configuração de entalhe

$$\frac{d_2}{d_1}, \frac{r}{d}, \frac{\phi}{d} \text{ etc.}$$

- 4) β_k dos ábacos são válidos para $k = \infty$

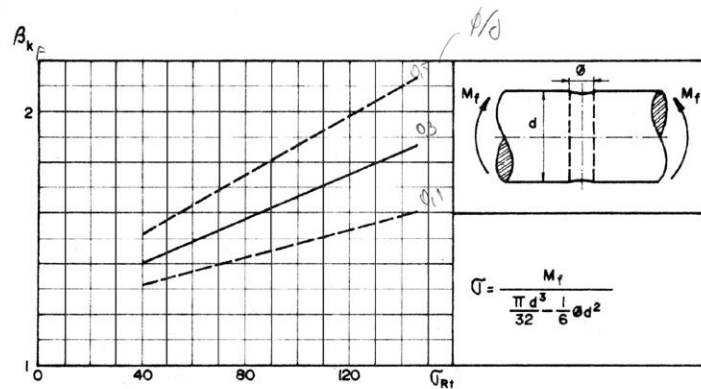


Figura 6

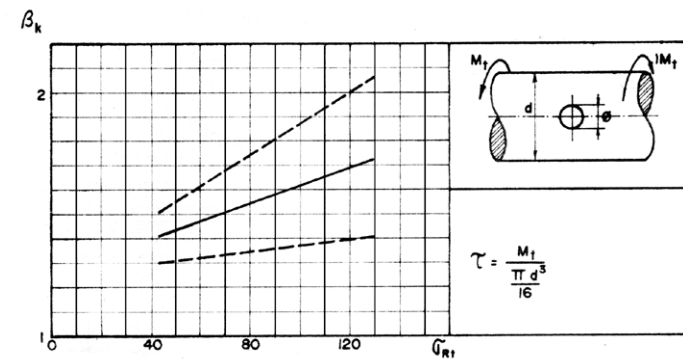


Figura 7

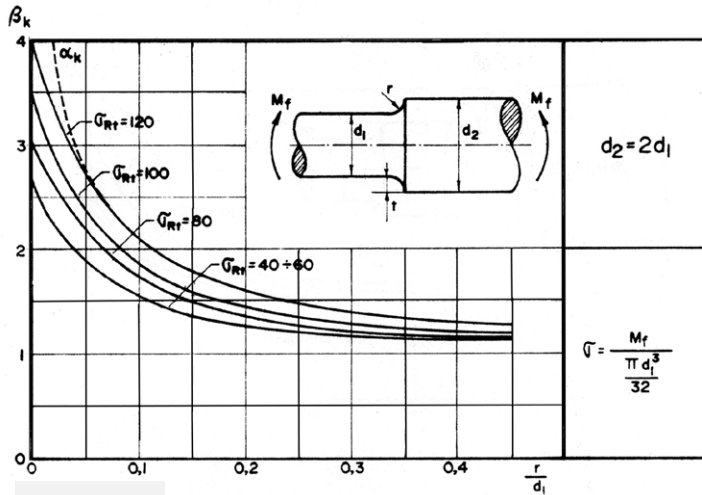


Figura 8

Para $\frac{d_2}{d_1} \neq 2 \Rightarrow \beta_k = 1 + c \left(\beta_k \frac{d_2}{d_1} - 1 \right)$

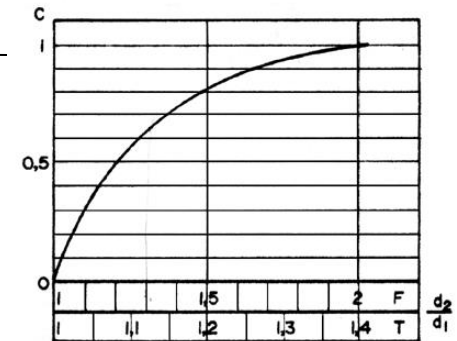


Figura 10

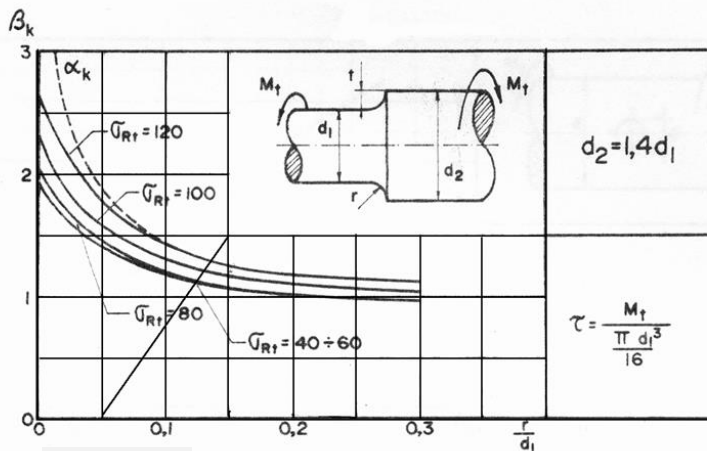
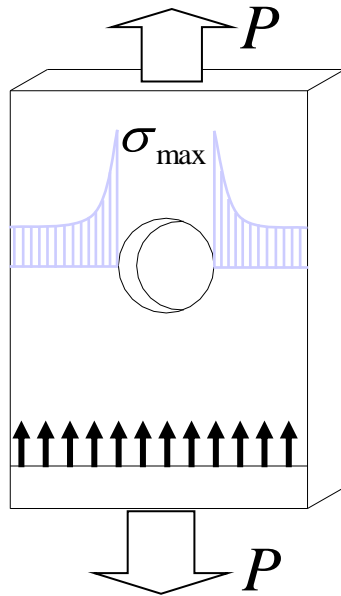


Figura 9

c) obter β_k através de α_k

α_k : Coeficiente de entalhe para solicitações estáticas.



$$\sigma_m = \frac{P}{(b-d)h}$$

$$\sigma_n = \frac{P}{b.h}$$

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m}$$

$$\alpha_k > \beta_k > 1$$

α_k : Medida da concentração de tensões

É mais fácil de ser obtido que β_k

- Gráficos e ábacos
- Casos simples : teoria da elasticidade
- Maioria dos casos :

{	Elementos finitos Fotoelasticidade Determinação experimental
---	--

Tendo-se α_k

$$\beta_k = 1 + \eta_k (\alpha_k - 1)$$

η_k : coeficiente de sensibilidade ao entalhe

Coeficiente de sensibilidade ao entalhe

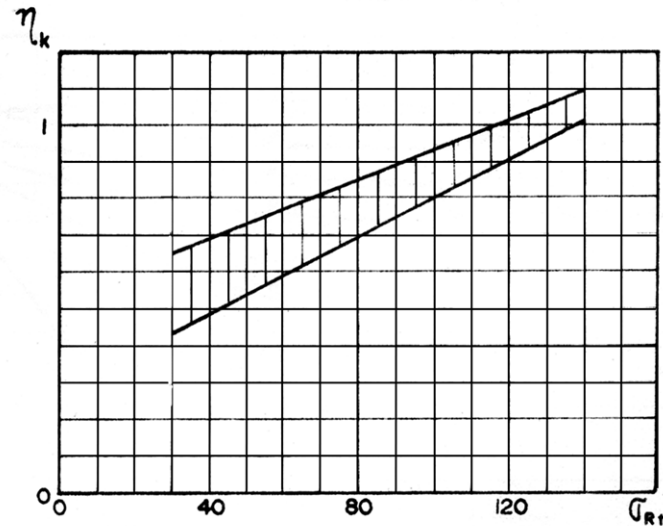


Figura 11

Para o mesmo σ_{Rt} , escolher η_k de acordo com :

- Fragilidade do aço $\uparrow \rightarrow \uparrow \eta_k$
- Tensão de ruptura $\uparrow \rightarrow \uparrow \eta_k$
- Severidade do entalhe (D/d por ex.) $\uparrow \rightarrow \uparrow \eta_k$
- Valor de $\alpha_k \uparrow \rightarrow \uparrow \eta_k$

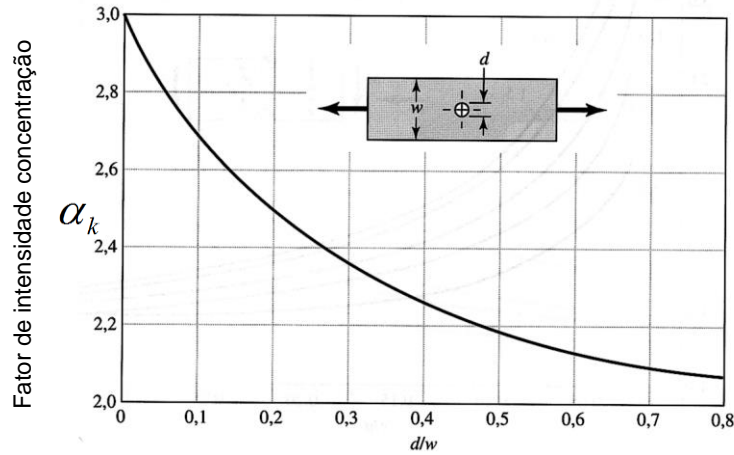


Figura 12 - Fator de concentração de tensão para uma barra retangular sujeito à tração ou compressão com um furo transversal

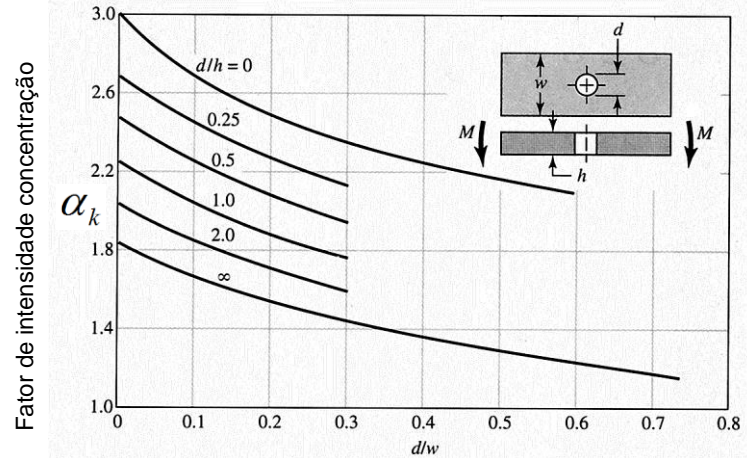


Figura 13 - Fator de concentração de tensão para uma barra retangular sujeito à flexão com um furo transversal

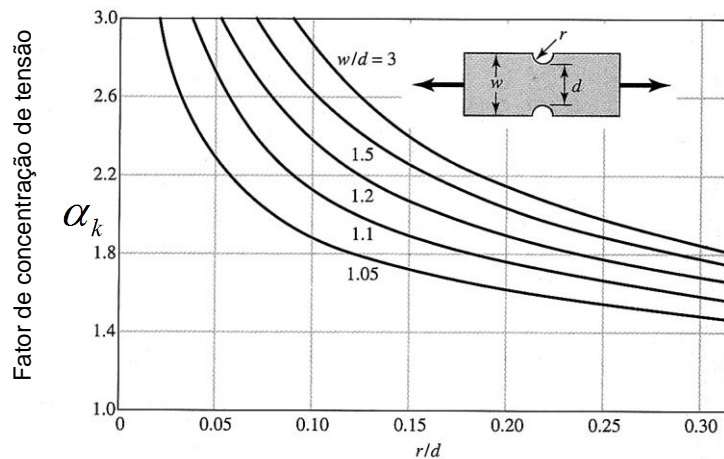


Figura 14 - Fator de concentração de tensão para uma barra com entalhes, sujeita a tração e compressão

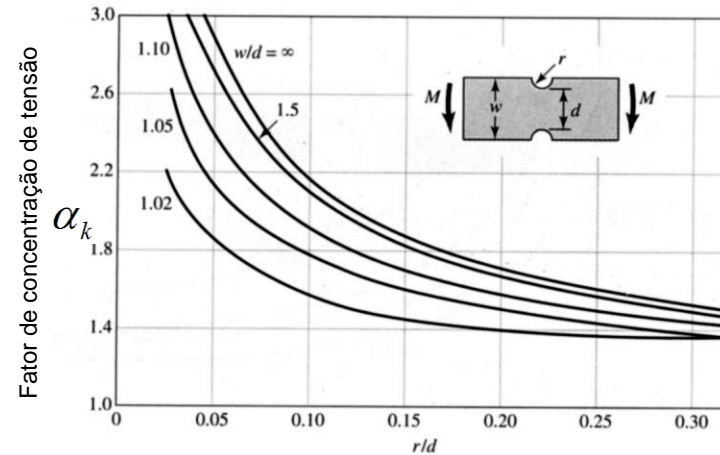


Figura 15 - Fator de concentração de tensão para uma barra retangular sujeito à flexão

Fonte: Shigley, J. E. et al. *Mechanical Engineering Design*. 7th ed. 2004 (appud Peterson, R.E. *Design Factors for Stress Concentration*, Parts 1 to 5 *Machine Design*, Feb-Jul. 1951.)

SEM 0241 – ELEMENTOS DE MÁQUINAS I

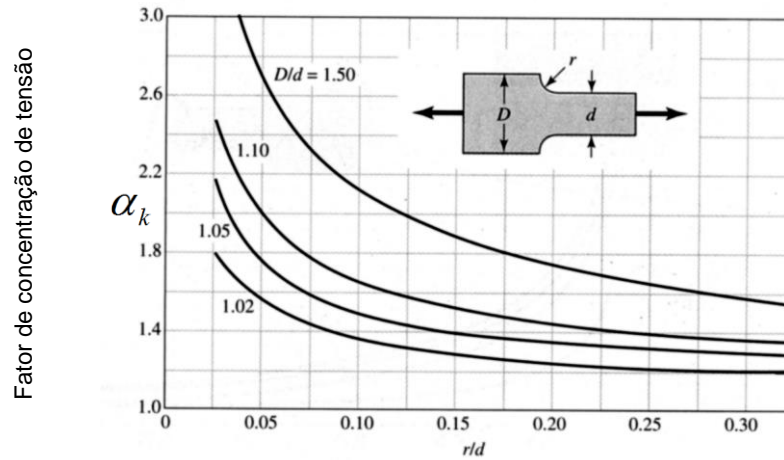


Figura 16 - Fator de concentração de tensão para uma barra com variação de secção sujeita a tração e compressão.

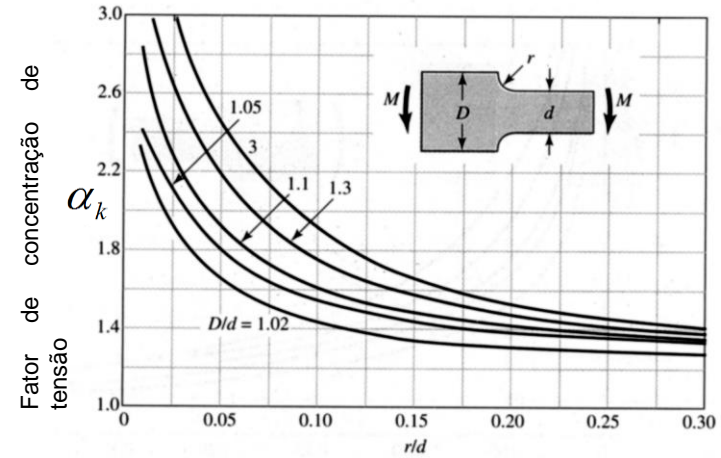


Figura 17 - Fator de concentração de tensão para uma barra com variação de secção sujeita a flexão.

Fonte: Shigley, J. E. et al. *Mechanical Engineering Design*. 7th ed. 2004 (appud Peterson, R.E. *Design Factors for Stress Concentration*, Parts 1 to 5 *Machine Design*, Feb-Jul. 1951.)

SEM 0241 – ELEMENTOS DE MÁQUINAS I

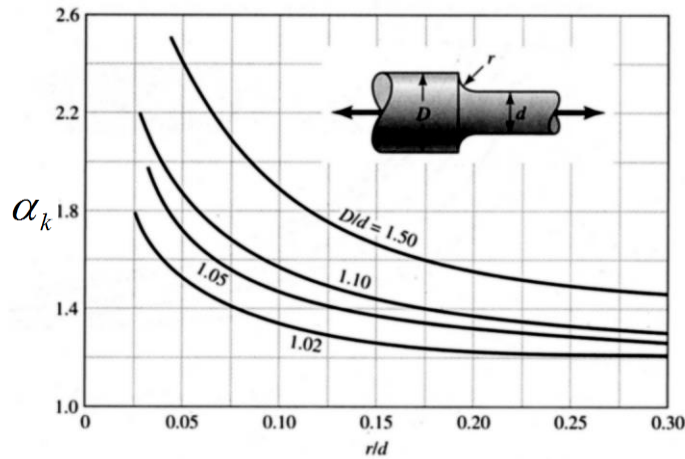


Figura 18 - Fator de concentração de tensão para eixo de seção circular sujeito a tração

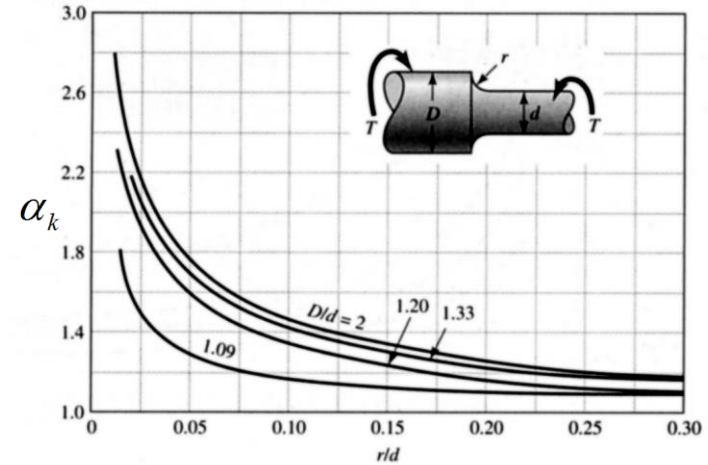


Figura 19 - Fator de concentração de tensão para eixo de seção circular sujeito a torção

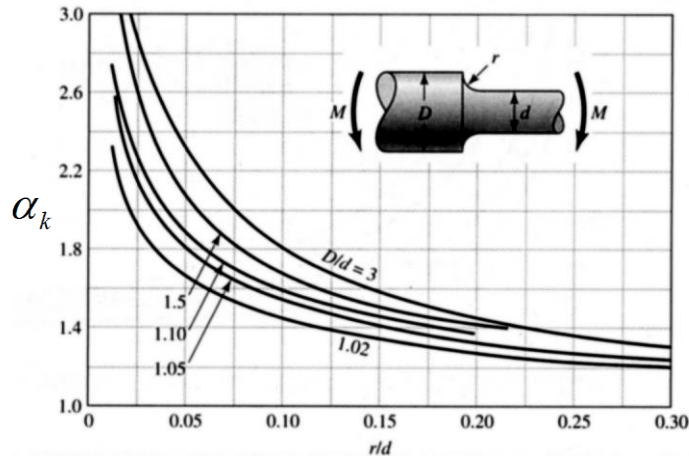


Figura 20 - Fator de concentração de tensão para eixo de seção circular sujeito à flexão

Fonte: Shigley, J. E. et al. *Mechanical Engineering Design*. 7th ed. 2004 (appud Peterson, R.E. *Design Factors for Stress Concentration*, Parts 1 to 5 *Machine Design*, Feb-Jul. 1951.)

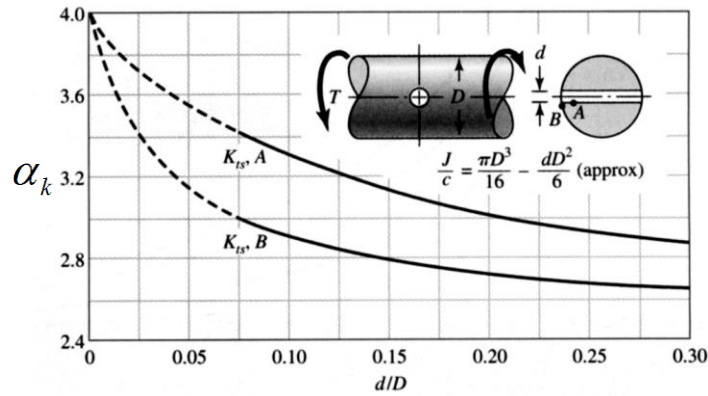


Figura 21 - Fator de concentração de tensão para eixo de seção circular, com um furo, sujeito à flexão

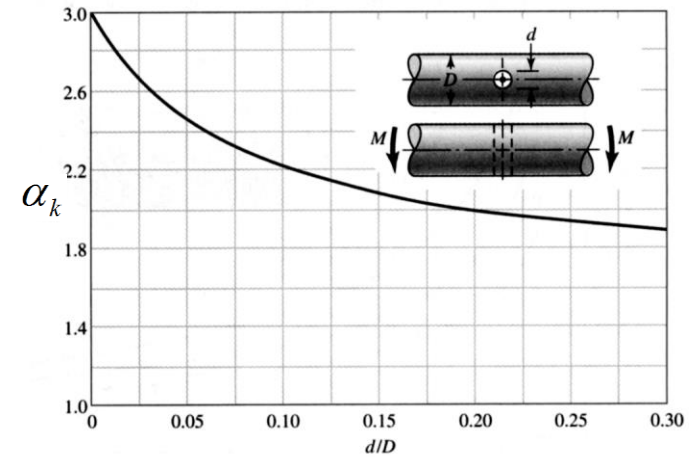


Figura 22 - Fator de concentração de tensão para eixo de seção circular, com um furo, sujeito à torção

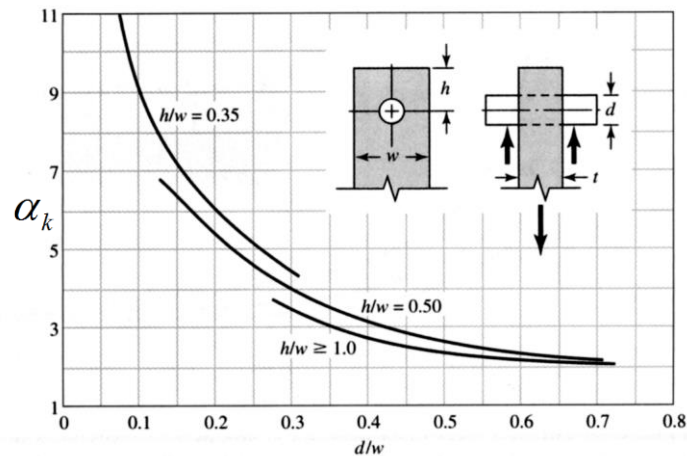


Figura 23 - Fator de concentração uma barra sujeita a tração através de um pino.

Fonte: Shigley, J. E. et al. *Mechanical Engineering Design*. 7th ed. 2004 (appud Peterson, R.E. *Design Factors for Stress Concentration*, Parts 1 to 5 *Machine Design*, Feb-Jul. 1951.)

SEM 0241 – ELEMENTOS DE MÁQUINAS I

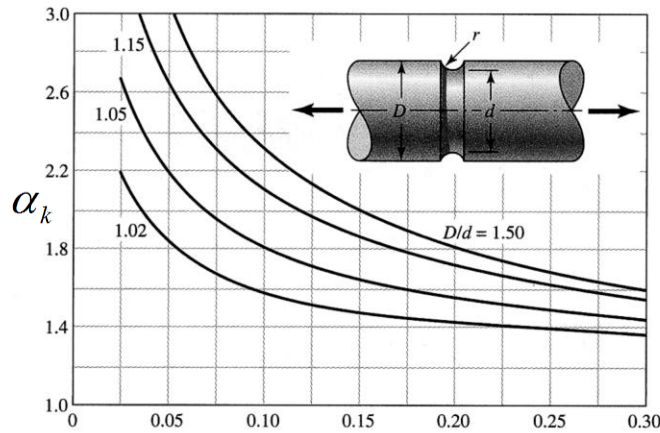


Figura 24 - Fator de concentração de tensão para eixo de seção circular, com um rasgo arredondado, sujeito à tração.

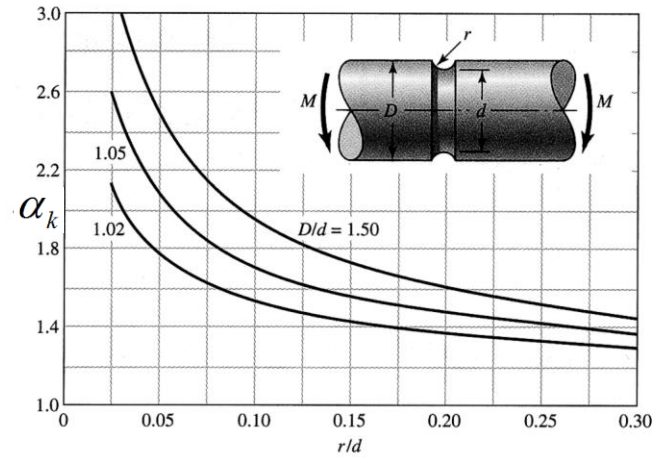


Figura 25 - Fator de concentração de tensão para eixo de seção circular, com rasgo arredondado, sujeito à flexão.

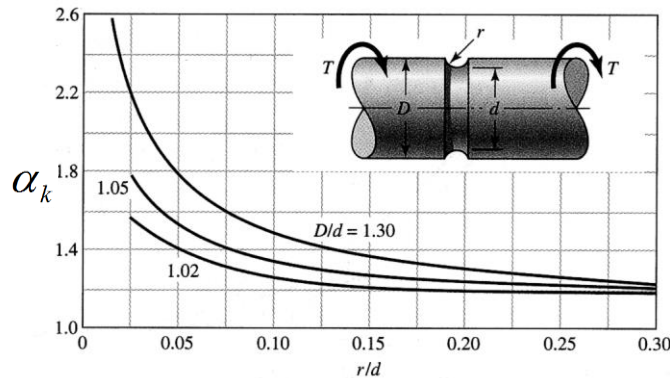
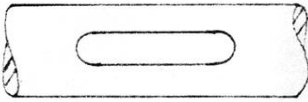
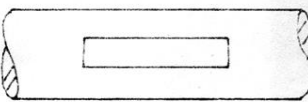
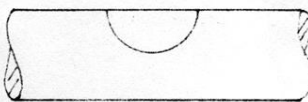


Figura 26 - Fator de concentração de tensão para eixo de seção circular, com rasgo arredondado, sujeito à torção.

Fonte: Shigley, J. E. et al. *Mechanical Engineering Design*. 7th ed. 2004 (appud Peterson, R.E. *Design Factors for Stress Concentration*, Parts 1 to 5 *Machine Design*, Feb-Jul. 1951.)

Coeficiente de entalhe para solicitações dinâmicas para rasgos de chaveta:

1) Solicitação de flexão
alternada simétrica

	VALORES DE β (β_{kt})	
	EIXO AÇO CARBONO	EIXO AÇO CARBONO TRATADO OU AÇO-LIGA
A) RASGOS COM FRESA DE TOPO 	1,6	2,0
B) RASGOS COM FRESA WOODROFF (DE DISCO) 	1,3	1,6
C) RASGOS CHAVETA AMERICANA (MEIA LUA) 	2,0	3,0

2) Solicitação de torção
alternada simétrica

	VALORES DE β	
	EIXO AÇO CARBONO	EIXO AÇO CARBONO TRATADO OU AÇO-LIGA
A) QUALQUER TIPO DE RASGO EXCETO AMERICANA	1,3	1,6
B) RASGO AMERICANA	1,6	2,0

Figura 27

$\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5$: Coeficientes de Segurança

- η_1 : Leva em conta as incertezas de dados metalúrgicos e tratamentos térmicos $1,0 \leq \eta_1 \leq 1,2$

- η_2 : Hipóteses simplificadoras $1,25 \leq \eta_2 \leq 1,5$ Incertezas quanto ao β_k
 $1,1 \leq \eta_2 \leq 1,25$ Incertezas de solicitação, modelo, carga e vínculos.

- η_3 : Importância da falha da peça $1,0 \leq \eta_3 \leq 1,25$

- η_4 : Incerteza da determinação do valor das cargas $1,0 \leq \eta_4 \leq 1,2$

- η_5 : Leva em conta choques e sobrecargas

Grupo	Tipo de Choque	η_5
I	Leves	1,0 a 1,1
II	Médios	1,2 a 1,5
III	Fortes	1,5 a 2,0
IV	Muito Fortes	2,0 a 3,0

Conhecido o valor da tensão admissível de fadiga S_{Fadm} , está terminado o estudo de fadiga

Outros Modelos:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \quad *$$

Adotado por : Shigley, J. E. et al. *Mechanical Engineering Design*.
Norton R. L. *Projeto de máquinas*

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1}$$

onde:

k_a = fator de modificação de condição de superfície;

k_b = fator de modificação de tamanho;

k_c = fator de modificação de carga;

k_d = fator de modificação de temperatura;

k_e = fator de confiabilidade;

k_f = fator de modificação por efeitos variados

S'_e = limite de resistência do cp em ensaio rotativo

S_e = limite de resistência a fadiga

onde:

k_t = fator de concentração de tensão; (tabelado)

q = sensibilidade ao entalhe

* MARIN J. *Mechanical behaviour of engineering materials*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1962, p.224.

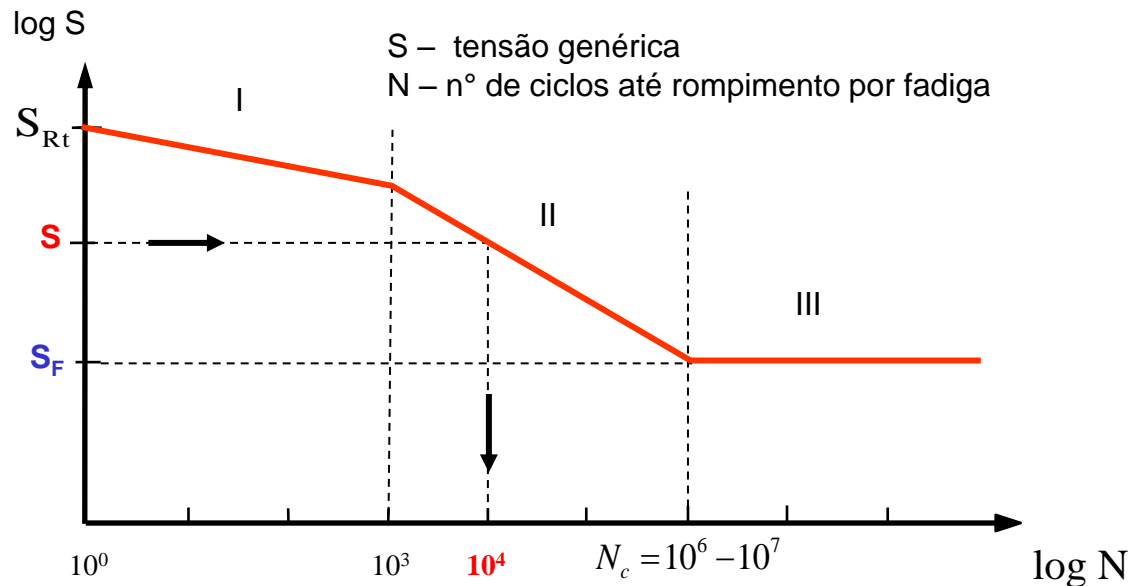
Exemplo

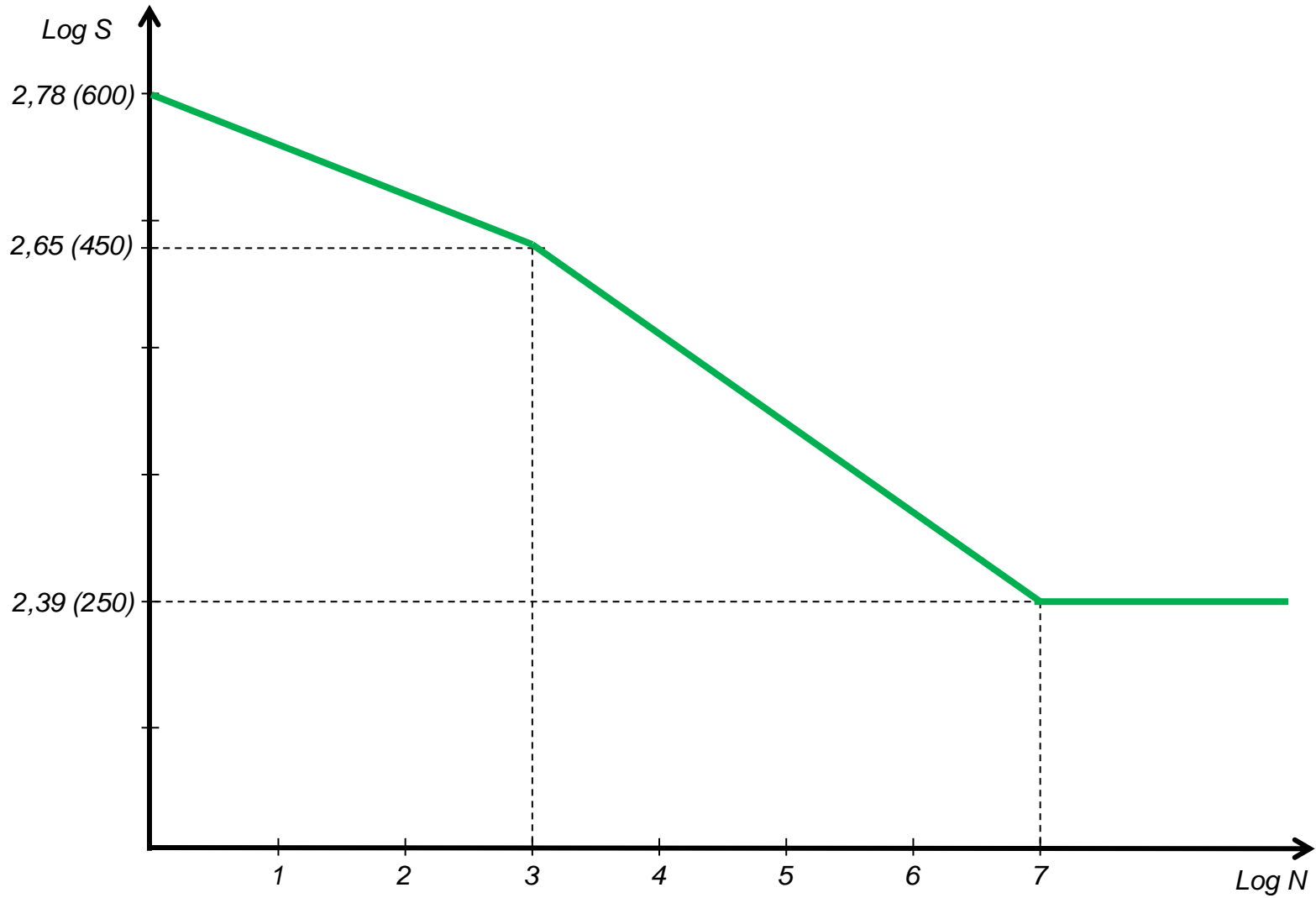
1. Traçar o diagrama de WÖHLER para um aço com tensão de ruptura à tração de 600 [MPa] e tensão limite de resistência à fadiga por flexão 250 [MPa], para $N = 10^7$ ciclos, sabendo que para 1000 ciclos o corpo de prova rompe a 450 [MPa].
2. Um eixo liso, bi-apoiado nas extremidades, de comprimento 1600 mm e diâmetro 50 mm, girando a 120 rpm, recebe uma carga cortante no meio do vão no valor igual na 12000 N. Considerando que seja confeccionado no mesmo aço do exercício anterior, responda:
 - a) Qual a vida do eixo?
 - b) A carga fornecida garante vida infinita? Caso negativo, qual deveria ser o valor da carga para garanti-la?

Resolução

1. Traçar o diagrama de WÖHLER para um aço com tensão de ruptura à tração de 600 [MPa] e tensão limite de resistência à fadiga por flexão 250 [MPa], para $N = 10^7$ ciclos, sabendo que para 1000 ciclos o corpo de prova rompe a 450 [MPa].

Teoria (aula 04):

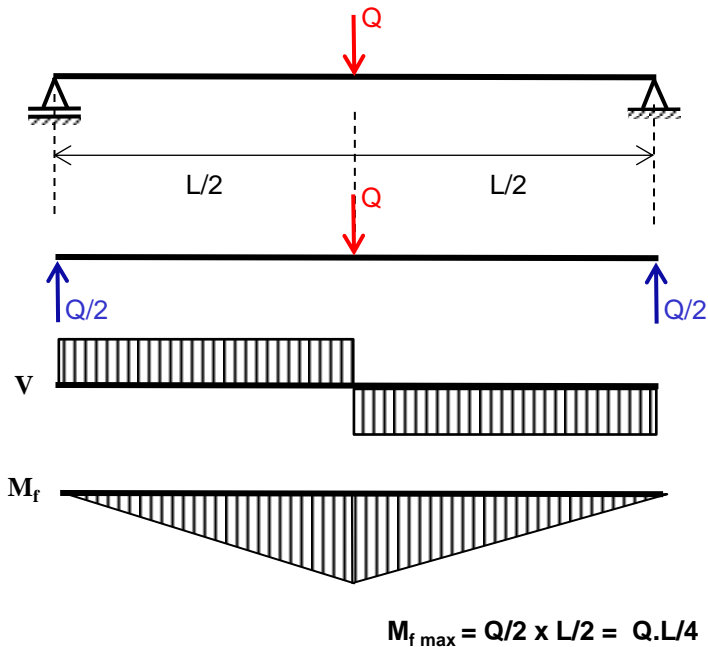




2. Um eixo liso, bi-apoiado nas extremidades, de comprimento 1600 mm e diâmetro 50 mm, girando a 120 rpm, recebe uma carga cortante no meio do vão no valor igual na 12000 N. Considerando que seja confeccionado no mesmo aço do exercício anterior, responda:

a) Qual a vida do eixo?

b) A carga fornecida garante vida infinita? Caso negativo, qual deveria ser o valor da carga para garanti-la?

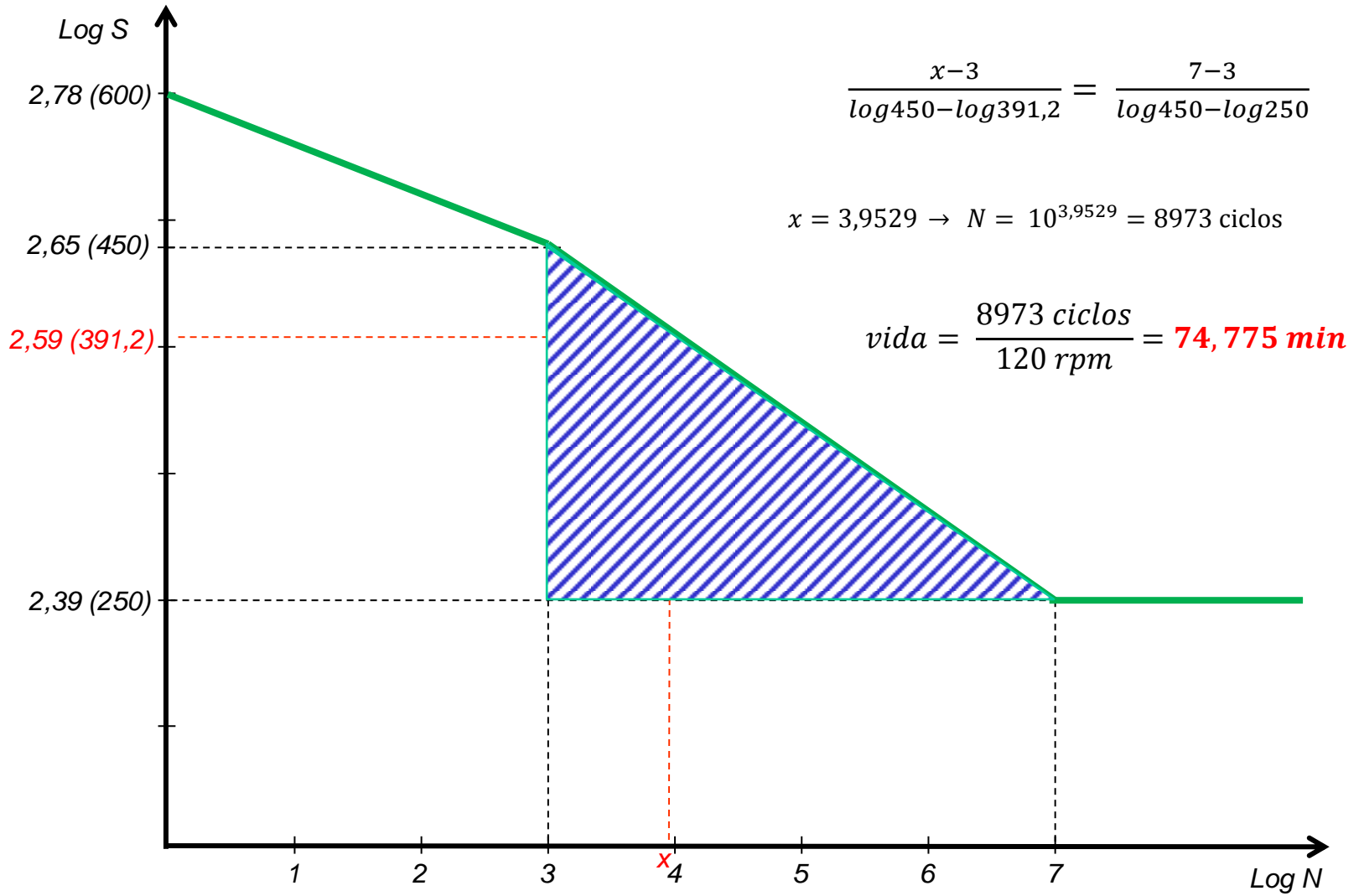


$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,05^3}{32} = 1,227 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$M_{f \max} = \frac{Q \cdot L}{4} = \frac{12000 \cdot 1,6}{4} = 4800 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f \max}}{W_f} = \frac{4800}{1,227 \cdot 10^{-5}} = 391,2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$\sigma_{\max} = 391,2 \text{ MPa}$$



b) A carga fornecida garante vida infinita? Caso negativo, qual deveria ser o valor da carga para garanti-la?

Vida infinita: $\sigma_{\max} \leq 250 \text{ MPa}$ (gráfico)

$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,05^3}{32} = 1,227 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$M_{f \max} = \frac{Q \cdot L}{4}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f \max}}{W_f} = \frac{Q \cdot 1,6}{4 \times 1,227 \cdot 10^{-5}} \leq 250 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$**Q \leq 7668,75 \text{ N}**$$