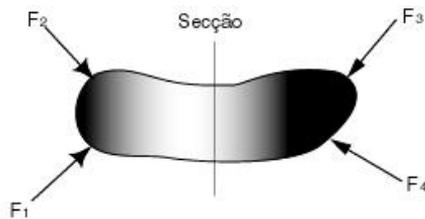


## Aula 03 – Mecânica dos Sólidos – aplicação em Elementos de Máquinas

O estudo e aplicação da Mecânica dos Sólidos teve início com Galileu no início do sec XVII no estudo de carregamentos de vigas e eixos feitos por diversos materiais. Notável progresso foi observado no final do sec. XIX pelos pesquisadores franceses (Saint –Venant, Poisson, Lamé, Navier, Coulomb e Cauchy), com o estabelecimento de experimentos denominados Resistência dos materiais, mecanismos dos corpos deformáveis e mecânica dos sólidos. Posterior avanço derivou na teoria da elasticidade e teoria da plasticidade.

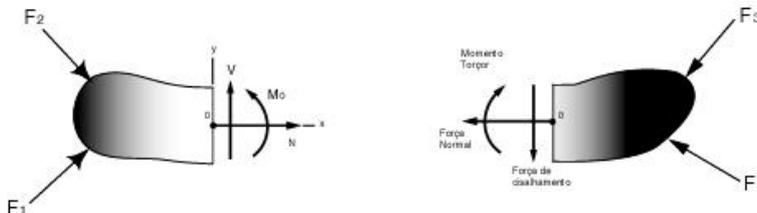
### Equações de Equilíbrio

O equilíbrio de um corpo requer um **balanço de forças** que evite que o corpo translate ou tenha aceleração ao longo de uma reta ou curva e o **balanço de momentos** para evitar que o corpo tenha translação.



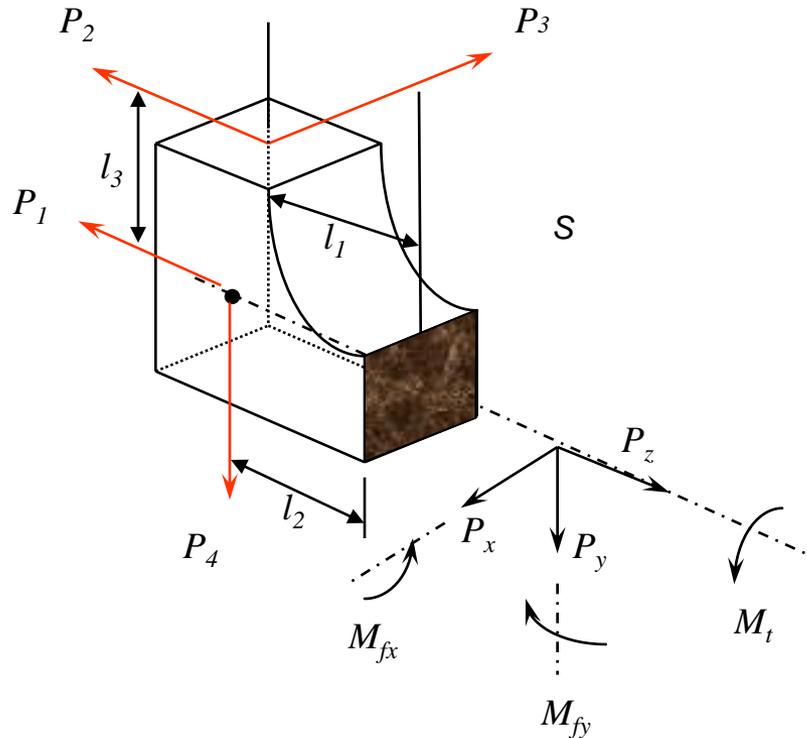
$$\Sigma F=0 \rightarrow \Sigma F_x=0; \Sigma F_y=0; \Sigma F_z=0$$

$$\Sigma M_0=0 \rightarrow \Sigma M_x=0; \Sigma M_y=0; \Sigma M_z=0$$



Na seção investigada o sistema de forças internas necessário para manter a parte isolada em equilíbrio consiste de uma força axial, de uma de cisalhamento, de um momento fletor e de um conjugado (torque)

### 3.1 Esforços sollicitantes



$P_z$  - Força normal

$P_x, P_y$  - Forças cortantes

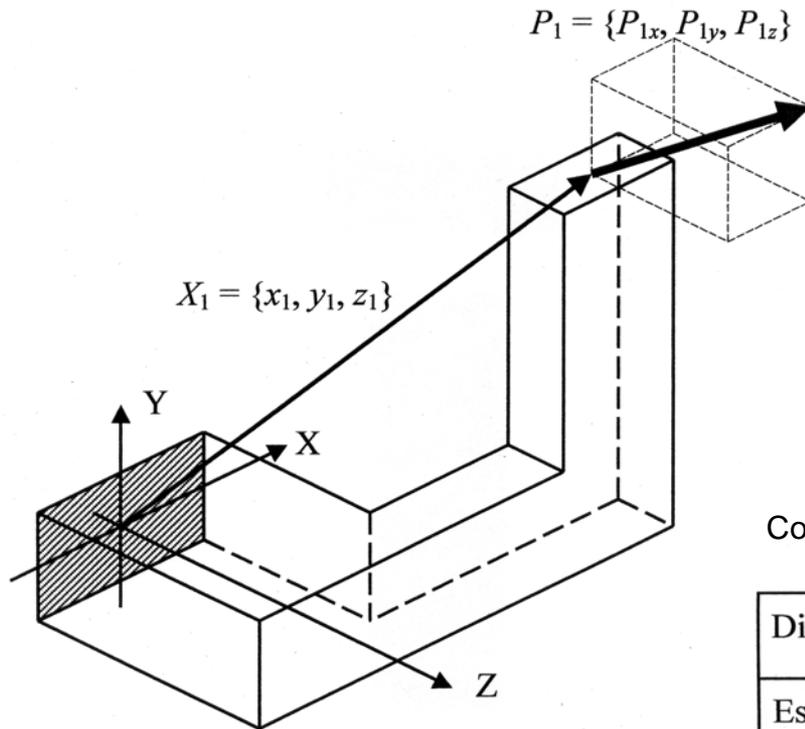
$M_{fx}, M_{fy}$  - Momentos de flexão

$M_t$  - Momento de torção

Condições de equilíbrio na seção S:

$$\begin{cases} P_x - P_3 = 0 \\ P_4 + P_y = 0 \\ P_z - P_1 - P_2 = 0 \end{cases}$$

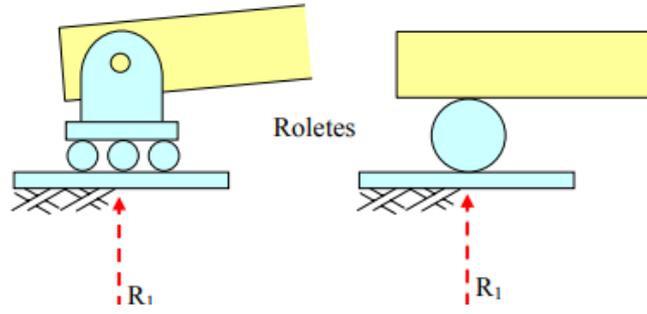
$$\begin{cases} M_{fx} - P_2 \cdot L_3 + P_4 \cdot L_2 = 0 \\ M_{fy} + P_3 \cdot L_1 = 0 \\ M_t - P_3 \cdot L_3 = 0 \end{cases}$$



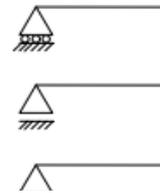
Condições de equilíbrio

Direção	X	Y	Z	$\theta X$	$\theta Y$	$\theta Z$
Esforço	$Q_x$	$Q_y$	$N_z$	$M_{fx}$	$M_{fy}$	$M_{tz}$
$P_{1x}$	$+ P_{1x}$	-----	-----	-----	$+ P_{1x} \cdot z_1$	$- P_{1x} \cdot y_1$
$P_{1y}$	-----	$+ P_{1y}$	-----	$- P_{1y} \cdot z_1$	-----	$+ P_{1y} \cdot x_1$
$P_{1z}$	-----	-----	$+ P_{1z}$	$+ P_{1z} \cdot y_1$	$- P_{1z} \cdot x_1$	-----

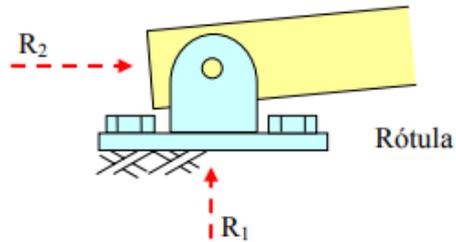
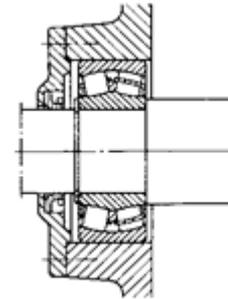
## 3.2 - Reações vinculares



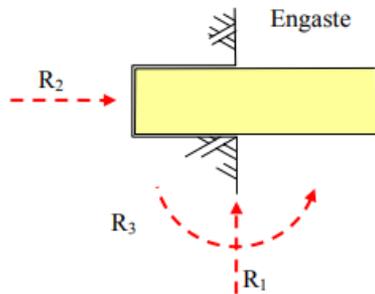
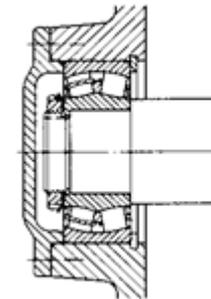
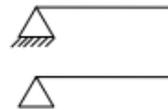
Representações mais comuns:



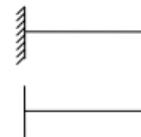
Exemplo



Representações mais comuns:



Representações mais comuns:



	Mancal	Representação	Simb.	Tipo da Reação		Restrição de Liberdade	
				no plano	no Espaço		
Livre	Transversal			$F_{Ay}$	$F_{Ay}, F_{Az}$	1	2
	Articulado			$F_{Ay}$	$F_{Az}$	1	1
	Rolo			$F_{Ay}$	$(F_{Ay}), F_{Az}$	1	(2)
	Pendular ou corda			$F_A$	$F_A$	1	1
Bloqueado	Transversal e Longitudinal			$F_{Ax}, F_{Ay}$	$F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az}$	2	3
	Articulado			$F_{Ax}, F_{Ay}$	$F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az}$	2	3
	Engastado			$F_{Ax}, F_{Ay}, M_E$	$M_{Lx}, M_{Ly}, M_{Lz}$ $F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az}$	3	6

## 3.2 - Reações vinculares - Diagramas M, N, Q (ou V)

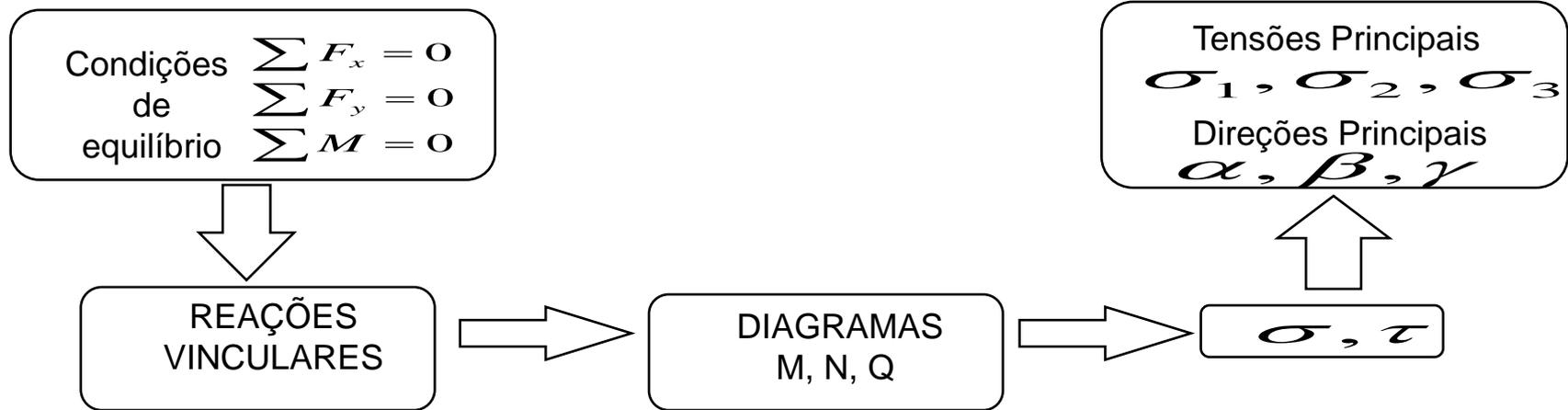
Determinação estática

Sistemas elásticos  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Indeterminado(móvel)} , \text{ hipostático} \\ \text{Determinado} , \text{ isostático} \\ \text{Superdeterminado} , \text{ hiperestático} \end{array} \right.$

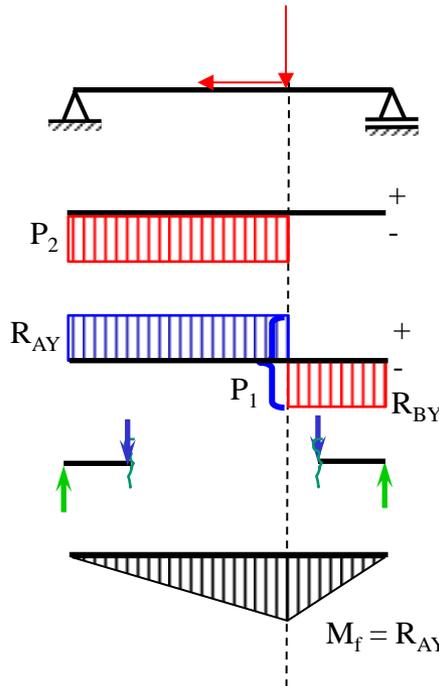
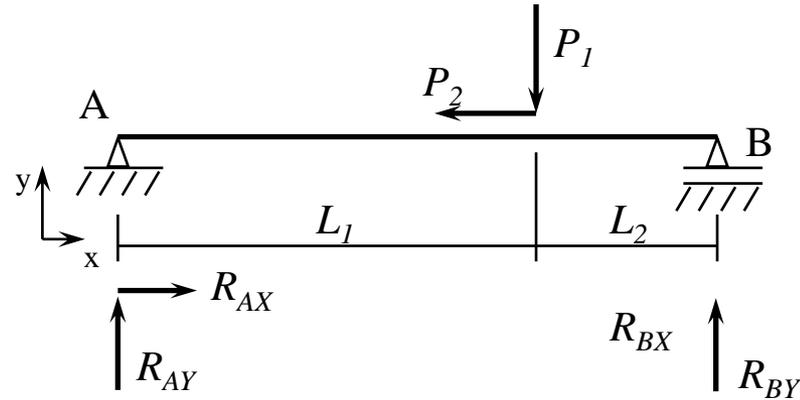
$$b = 3c + 2n \quad (2D)$$

$$b = 6s + 3n \quad (3D)$$

- Sistemas móveis : Não suportam carga  
Exceções - corda pendurada
- Sistemas hiperestáticos : Cálculos mais difíceis  
Uso de elementos finitos
- Sistemas isostáticos : Normais



Exemplo:



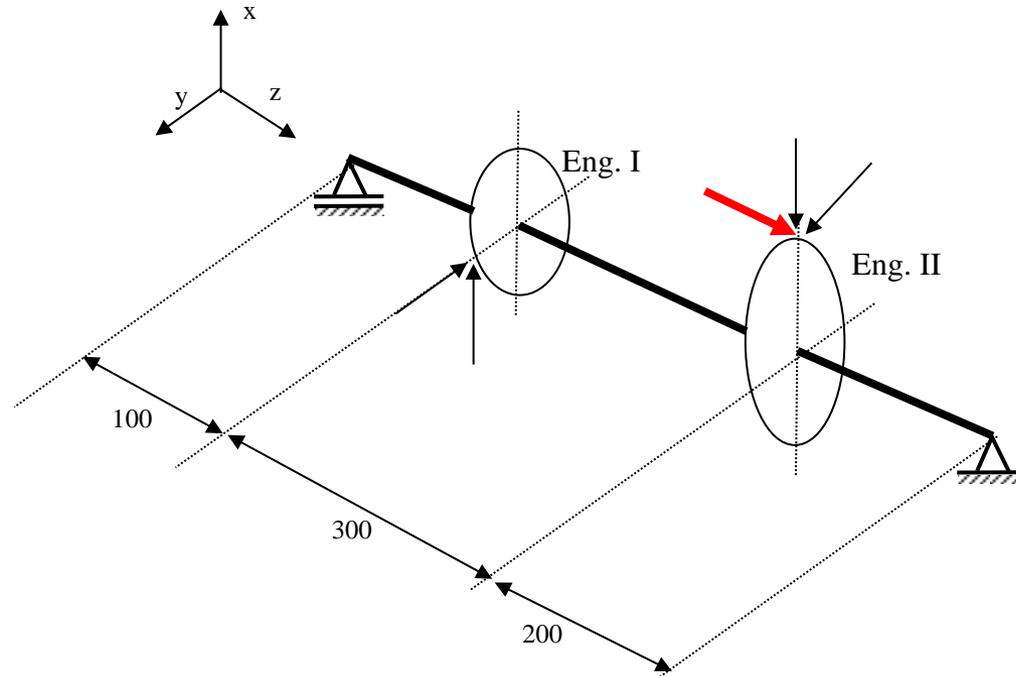
**Convenção de sinais**

**Normal (N)** { Tração (+)  
Compressão (-)

**Cortante (Q ou V)** { Sentido horário (+)  
Sentido anti-horário (-)

**Momento Fletor (M<sub>f</sub> ou M)** { tração no lado inferior (+)  
(desenha-se diagrama do lado tracionado)

**Exemplo:** A figura abaixo representa um eixo pertencente a um redutor de velocidades. Todo o torque recebido pela engrenagem I é integralmente transmitido através da engrenagem II. Traçar os diagramas de esforços solicitantes ( $M$ ,  $N$ ,  $Q$  e  $M_t$ ).



Diâmetros primitivos ( $d_p$ ) : Engrenagem I: 180 mm

Engrenagem II: 300 mm

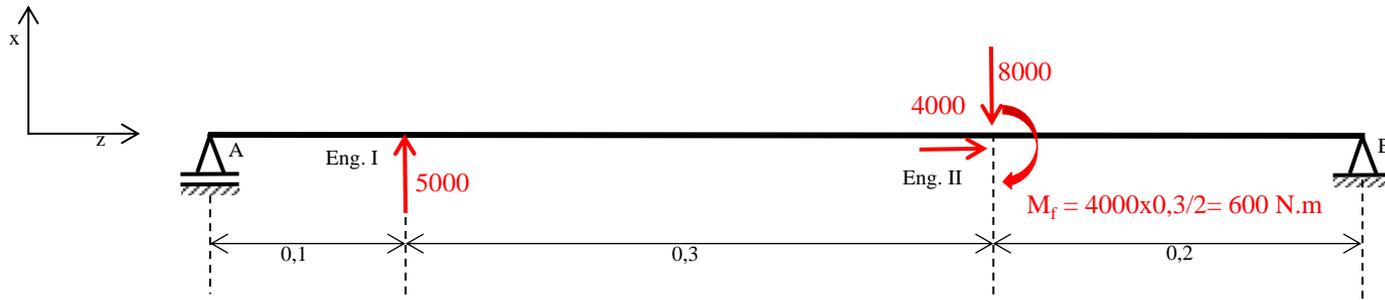
Forças atuantes na Engrenagem I (N):  $F_x = |5000|$ ;

$F_y = |3000|$ ;

Forças atuantes na Engrenagem II (N):  $F_x = |8000|$ ;  $F_y = |3000|$ ;  $F_z = |4000|$

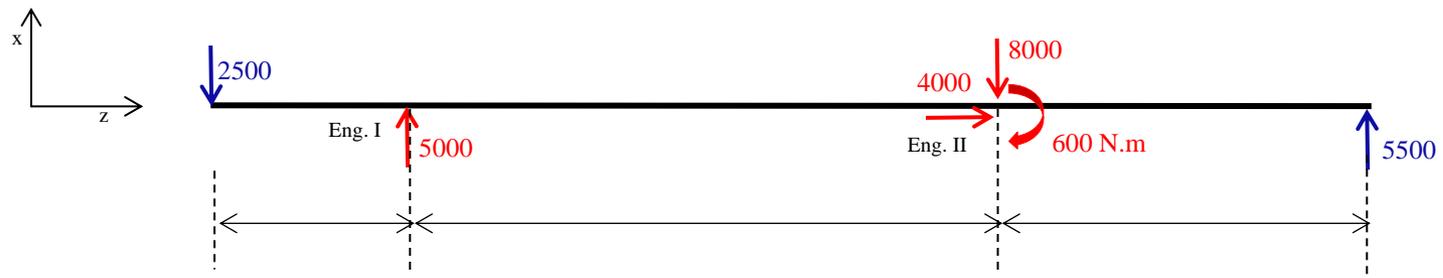
(sentidos conforme indicados na Figura)

a) Plano x-z

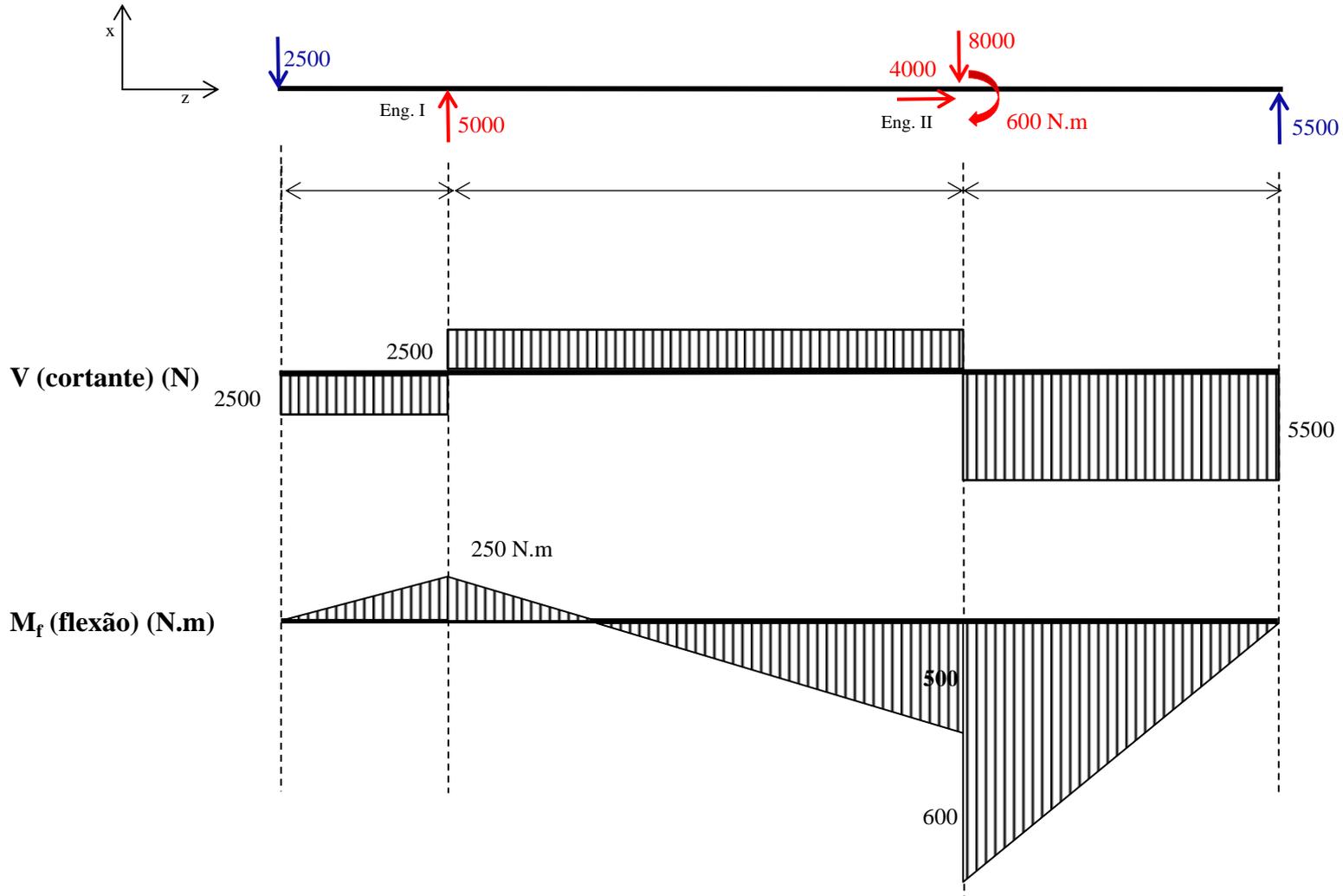


$$\sum M_{fA} = 0 \rightarrow 5000 \cdot 0,1 - 8000 \cdot 0,4 - 600 + R_{Bx} \cdot 0,6 = 0 \rightarrow R_{Bx} = 5500 \text{ N}$$

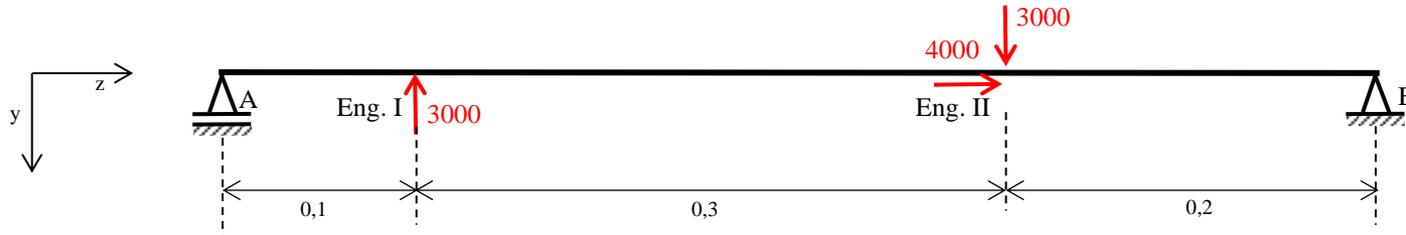
$$\sum F_V = 0 \rightarrow R_{Ax} = -2500 \text{ N}$$



a) Plano x-z

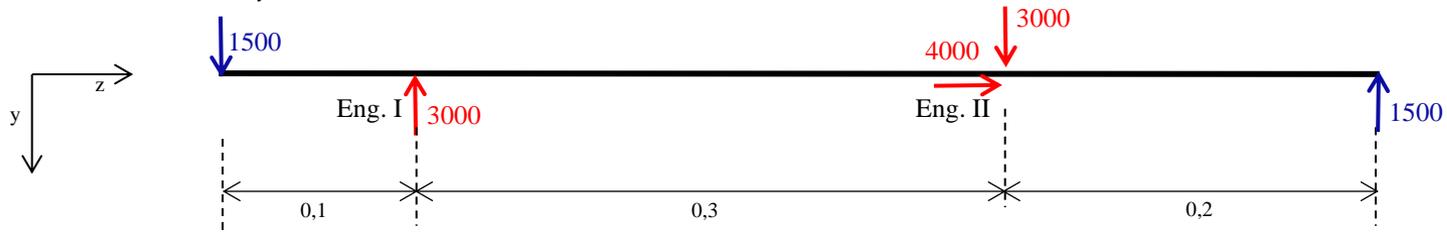


b) Plano y-z

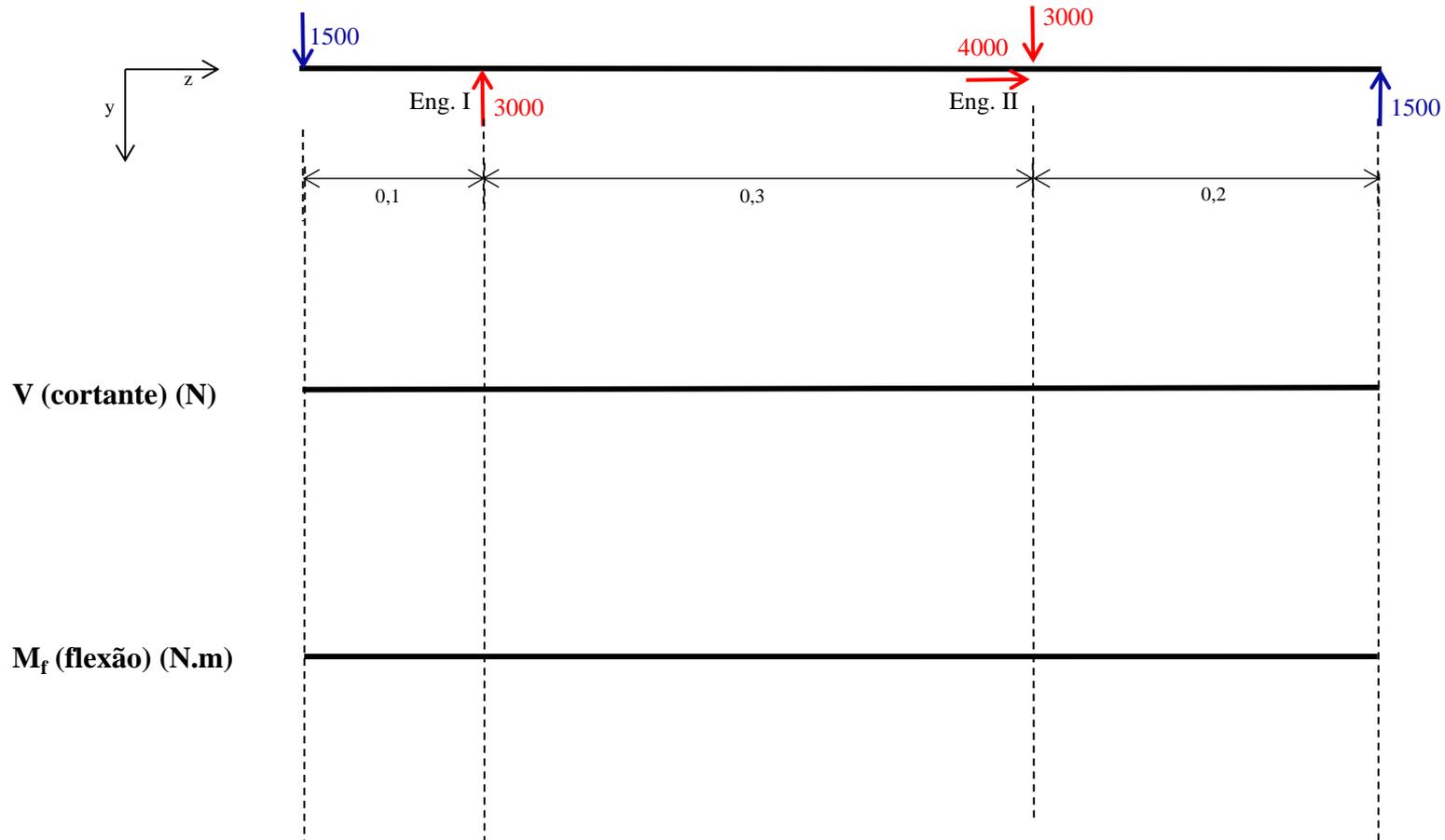


$$\sum M_{fA} = 0 \rightarrow R_{By} = -1500 \text{ N}$$

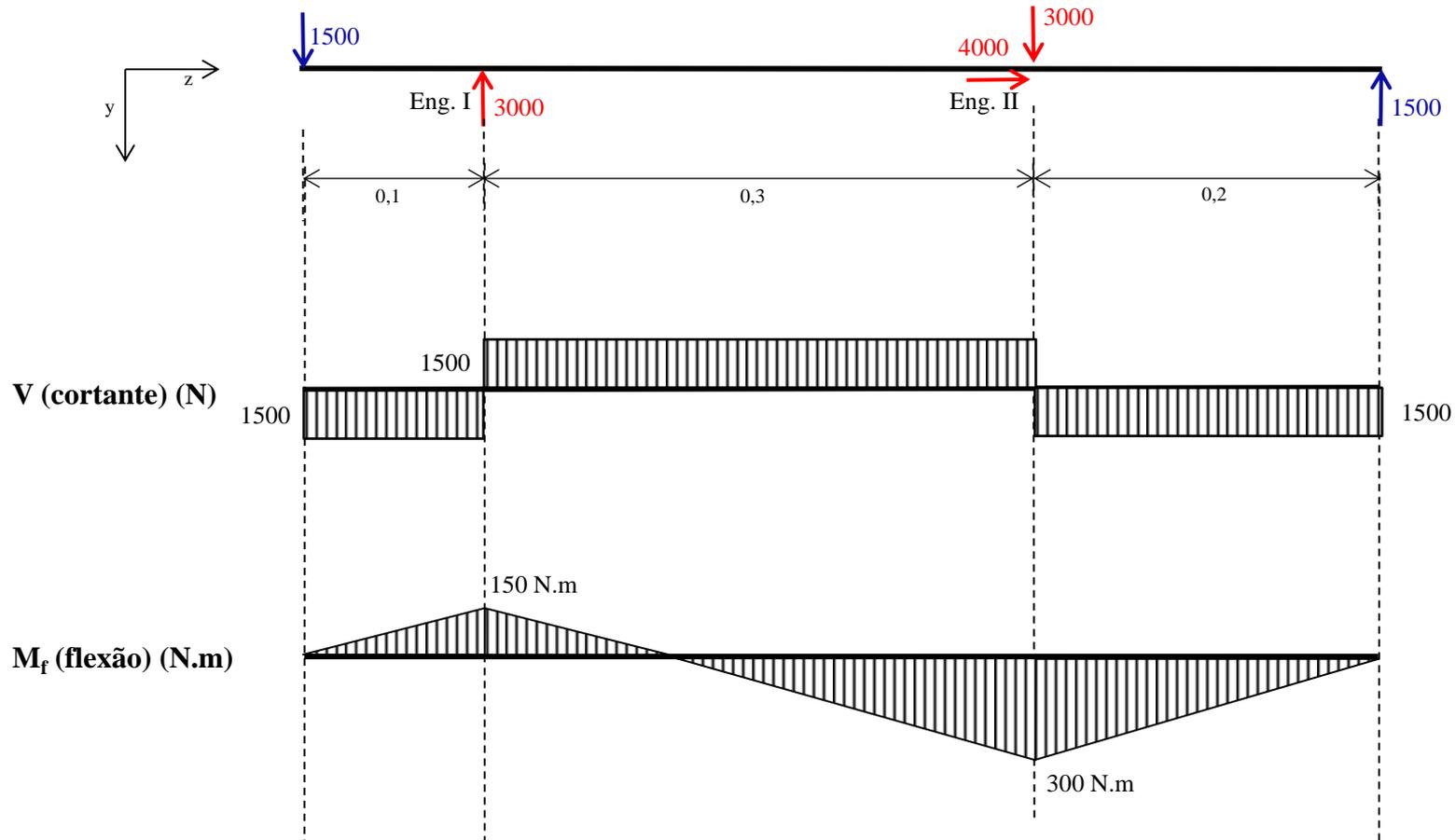
$$\sum F_V = 0 \rightarrow R_{Ay} = 1500 \text{ N}$$



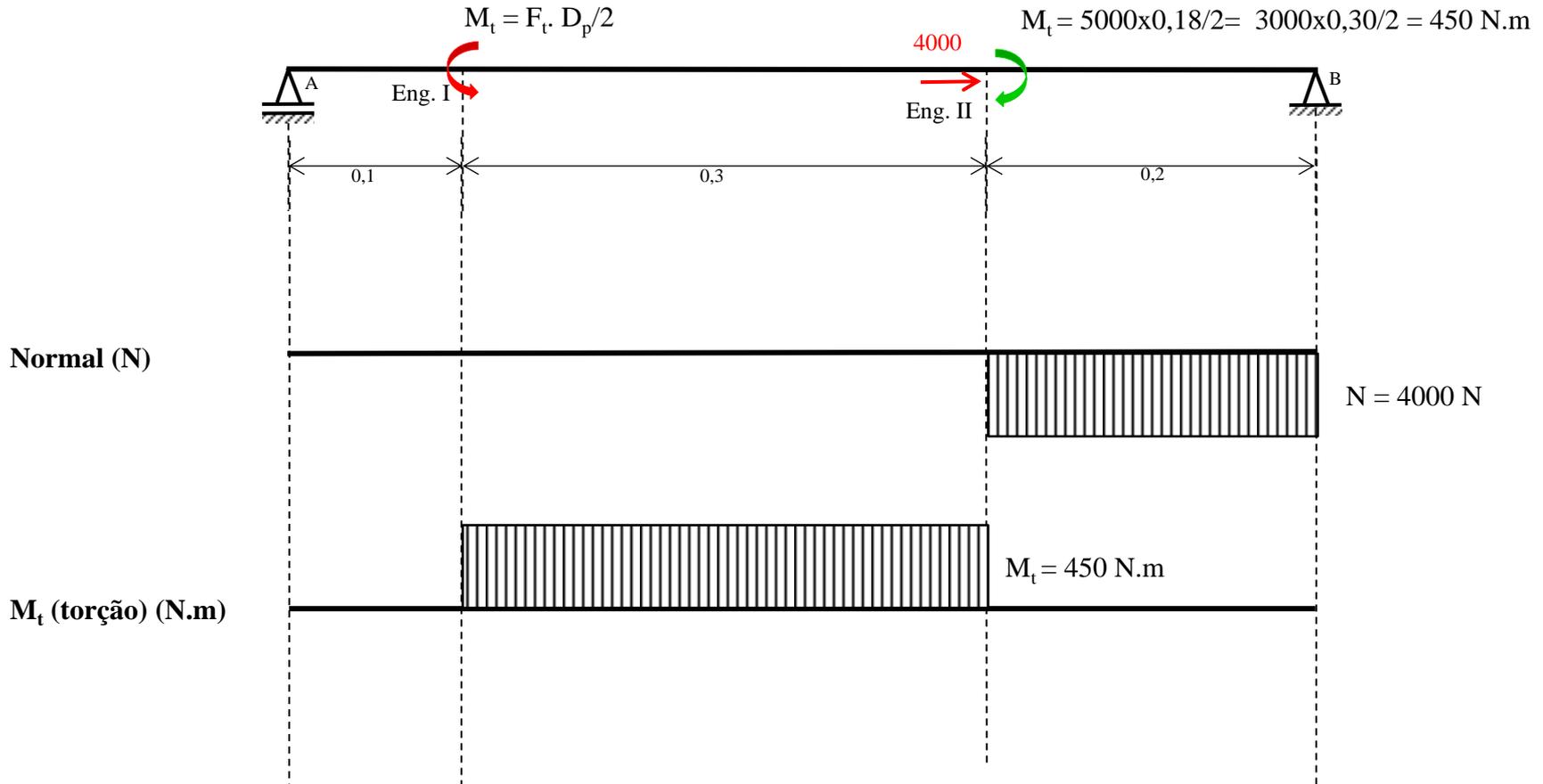
b) Plano y-z (tente resolver....)



b) Plano y-z (solução)

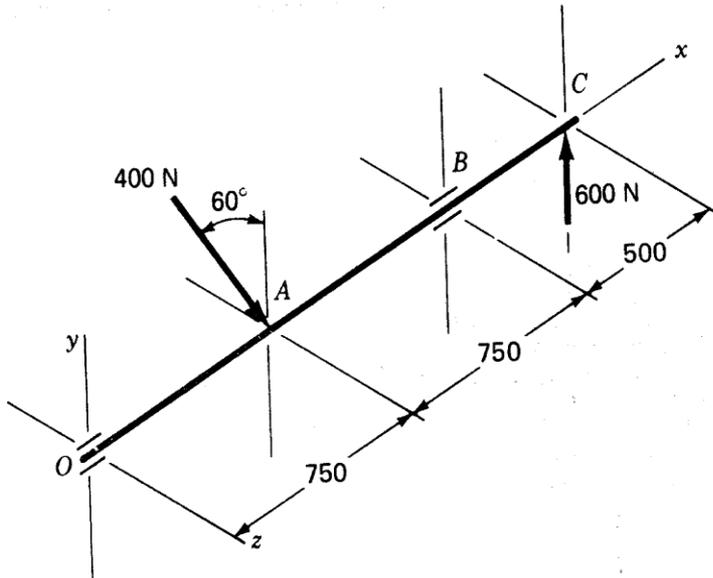


c) Normal e Momento torçor ( $M_t$ )



**Exercício 02:** Calcular as reações nos apoios e traçar os diagramas de esforços solicitantes para o eixo de saída de um redutor, croquis abaixo. Qual o momento fletor máximo e em que região do eixo está atuando? (dimensões em mm)

a)



b)

