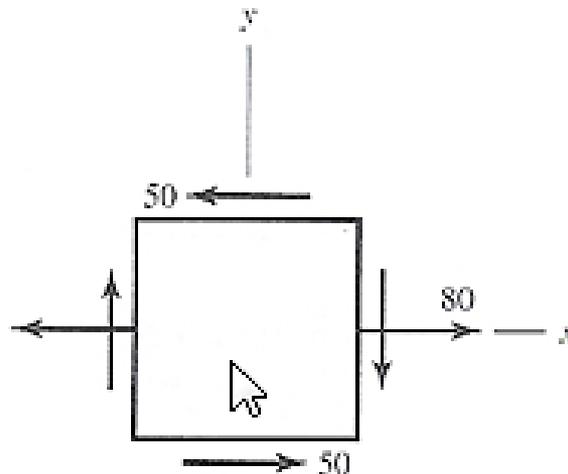


Exercício – Círculo de Mohr – Shigley – Exemplo 4-4 (pg.128)

Um elemento de tensão apresenta $\sigma_x = 80$ MPa e $\tau_{xy} = -50$ MPa em sentido horário, como mostrado na Figura 4-13(a).

- (a) Utilizando o círculo de Mohr, encontre as tensões principais e as direções; a seguir, mostre-as em um elemento de tensão corretamente alinhadas em relação às coordenadas xy . Desenhe um outro elemento de tensão para mostrar τ_1 e τ_2 , encontre as tensões normais correspondentes e rotule o desenho completamente.
- (b) Repita (a) empregando uma abordagem algébrica.

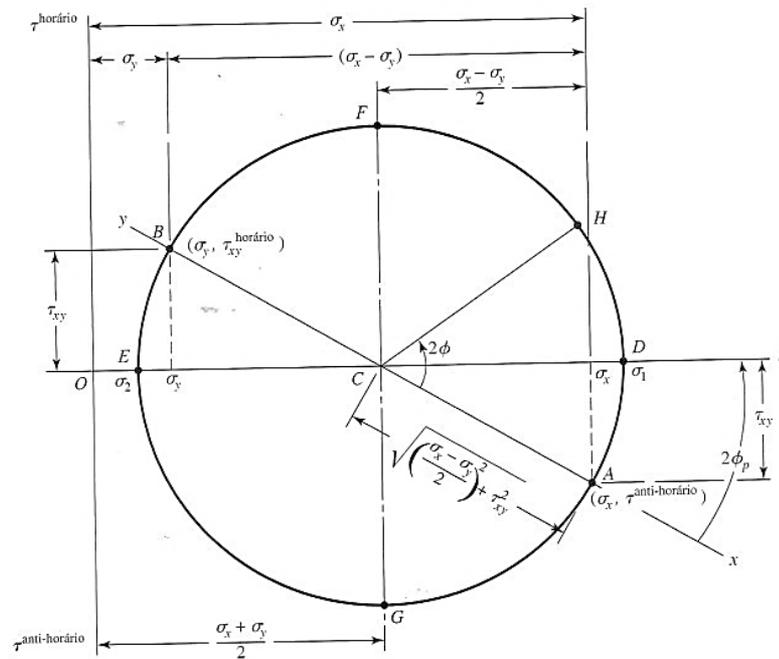


Convenção - Círculo de Mohr – Shigley

Convenção de Cisalhamento do Círculo de Mohr

Esta convenção é seguida no desenho do círculo de Mohr:

- Tensões de cisalhamento tendendo a rodar o elemento em sentido horário são desenhadas *acima* do eixo σ .
- Tensões de cisalhamento tendendo a rodar o elemento em sentido anti-horário são desenhadas *abaixo* do eixo σ .

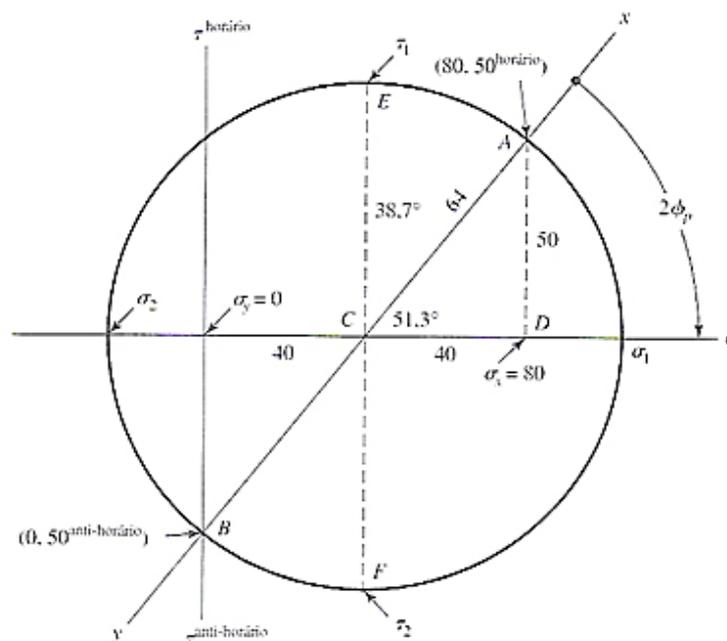


Desenhe os eixos σ e τ primeiramente (Figura 4-13(b)) e, a partir da face x , localize $\sigma_x = 80$ MPa ao longo do eixo σ . Na face x do elemento, vemos que a tensão de cisalhamento é de 50 MPa na direção horária. Logo, para a face x , isso estabelece o ponto $A (80, 50^{\text{horário}})$ MPa. Correspondendo à face y , a tensão é $\sigma = 0$ e $\tau = 50$ MPa na direção anti-horária. Isso localiza o ponto $B (0, 50^{\text{anti-horário}})$ MPa. A linha AB forma o diâmetro de círculo requerido, que pode agora ser desenhado. A intersecção desse círculo com o eixo σ define σ_1 e σ_2 , como mostrado. Agora, observando o triângulo ACD , indicamos no esboço o comprimento das pernas AD e CD como 50 e 40 MPa, respectivamente. O comprimento da hipotenusa AC é

$$\tau_1 = \sqrt{(50)^2 + (40)^2} = 64,0 \text{ MPa}$$

e isso também deve ser rotulado no esboço. Visto que a intersecção C é de 40 MPa a partir da origem, as tensões principais são encontradas agora valendo

$$\sigma_1 = 40 + 64 = 104 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad \sigma_2 = 40 - 64 = -24 \text{ MPa}$$

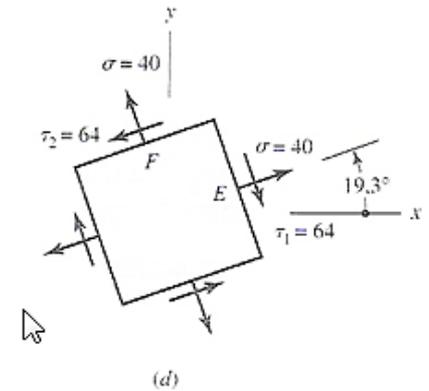
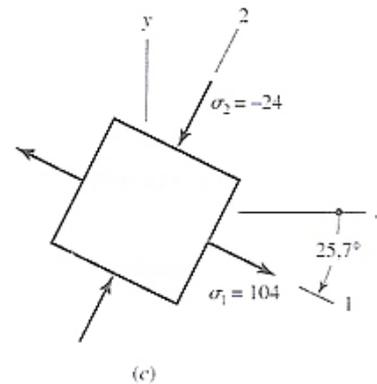
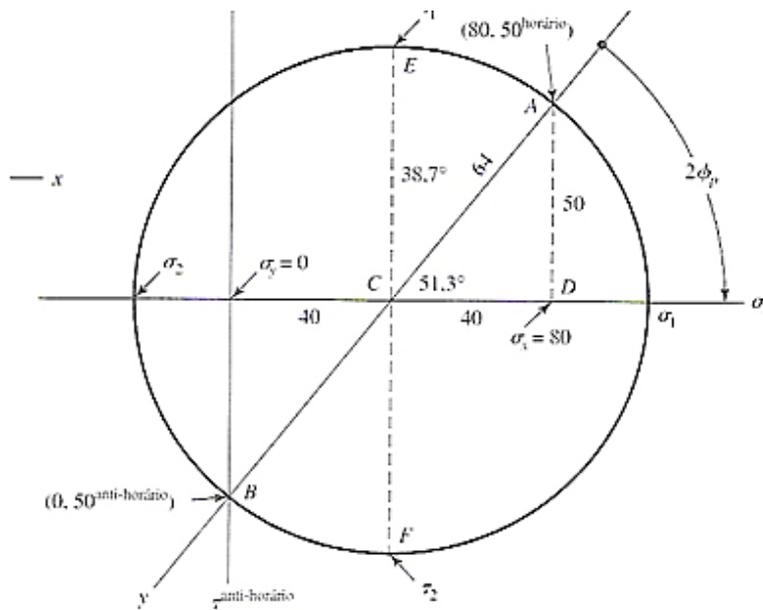


O ângulo 2ϕ , a partir do eixo x , em sentido anti-horário, até σ_1 , é

$$2\phi_p = \tan^{-1} \frac{50}{40} = 51,3^\circ$$

Para desenhar o elemento das tensões principais (Figura 4-13(c)), esboce os eixos x e y paralelos aos eixos originais. O ângulo ϕ_p no elemento de tensão deve ser medido na *mesma* direção em que é medido o ângulo $2\phi_p$ no círculo de Mohr. Assim, a partir de x , meça $25,7^\circ$ (metade de $51,3^\circ$), em sentido horário, para localizar o eixo de σ_1 . O eixo de σ_2 está a 90° , a partir do eixo de σ_1 , e o elemento de tensão pode agora ser completado e rotulado como mostrado. Observe que *não* existem tensões de cisalhamento nesse elemento.

A duas tensões máximas de cisalhamento ocorrem nos pontos E e F da Figura 4-13(b). As duas tensões normais que correspondem a essas tensões de cisalhamento são cada uma de 40 MPa, como indica-



do. O ponto E está a $38,7^\circ$, em sentido anti-horário, a partir do ponto A , no círculo de Mohr. Portanto, na Figura 4-13(d), desenhe um elemento de tensão orientado a $19,3^\circ$ (metade de $38,7^\circ$), em sentido anti-horário, a partir de x . O elemento deve então ser rotulado com as magnitudes e direções, conforme mostrado.

Ao construir esses elementos de tensão, é importante indicar as direções x e y do sistema de referência original. Isso completa a ligação entre o elemento original de máquina e a orientação de suas tensões principais.

(b) Uma abordagem algébrica é programável. A partir da Equação (4-10),

$$\phi_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2(-50)}{80} \right) = -25,7^\circ, 64,3^\circ$$

A partir da Equação (4-8), para o primeiro ângulo $\phi_p = -25,7^\circ$,

$$\sigma = \frac{80 + 0}{2} + \frac{80 - 0}{2} \cos[2(-25,7)] + (-50) \sin[2(-25,7)] = 104,03 \text{ MPa}$$

O cisalhamento nessa superfície é obtido, a partir da Equação (4-9), como

$$\tau = -\frac{80 - 0}{2} \sin[2(-25,7)] + (-50) \cos[2(-25,7)] = 0 \text{ MPa}$$

o que confirma que 104,03 MPa é a tensão principal. A partir da Equação (4-8), para $\phi_p = 64,3^\circ$,

$$\sigma = \frac{80 + 0}{2} + \frac{80 - 0}{2} \cos[2(64,3)] + (-50) \sin[2(64,3)] = -24,03 \text{ MPa}$$

Substituir $\phi_p = 64,3^\circ$ na Equação (4-9) novamente produz $\tau = 0$, indicando que $-24,03 \text{ MPa}$ é também uma tensão principal. Uma vez calculadas as tensões principais, elas podem ser ordenadas de modo que $\sigma_1 \geq \sigma_2$. Logo, $\sigma_1 = 104,03 \text{ MPa}$ e $\sigma_2 = -24,03 \text{ MPa}$.

Haja vista que, para $\sigma_1 = 104,03 \text{ MPa}$, $\phi_p = -25,7^\circ$ e que ϕ é definido como positivo em sentido anti-horário, nas equações de transformação, rodamos $25,7^\circ$, em sentido horário, para atingir a superfície contendo σ .

De modo a determinar τ_1 e τ_2 , utilizamos primeiramente a Equação (4-11), para calcular ϕ_s :

$$\phi_s = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(-\frac{80}{2(-50)} \right) = 19,3^\circ, 109,3^\circ$$

Para $\phi_s = 19,3^\circ$, as Equações (4-8) e (4-9) produzem

$$\sigma = \frac{80 + 0}{2} + \frac{80 - 0}{2} \cos[2(19,3)] + (-50) \operatorname{sen}[2(19,3)] = 40,0 \text{ MPa}$$

$$\tau = -\frac{80 - 0}{2} \operatorname{sen}[2(19,3)] + (-50) \cos[2(19,3)] = -64,0 \text{ MPa}$$