



### Lista 4 - Isolantes

1. Considere um elétron ligado num meio dielétrico sob o efeito de um campo elétrico externo. Nessa situação, podemos modelar as forças atuantes nele (numa única direção  $x$ ) como a soma de três interações:
    - A força de ligação entre o elétron e os átomos do meio, modelada por um oscilador harmônico de frequência central  $\omega_0$ ,  $F_{lig} = -m\omega_0^2 x$ ;
    - A força de atenuação (uma espécie de “atrito”) que desacelera o elétron, modelada por  $F_{at} = -m\gamma dx/dt$ ;
    - Uma força de arrasto devido ao campo elétrico externo. Supondo  $E = E_0 \cos(\omega t)$ ,  $F_{arrasto} = qE_0 \cos(\omega t)$ .
    - (a) Mostre que essas três hipóteses levam o elétron a ser considerado um oscilador harmônico atenuado, com uma fonte de frequência  $\omega$ .
    - (b) Considerando  $x(t) = \text{Re}[\tilde{x}(t)]$ , mostre que no estado estacionário  $\tilde{x}(t) = \tilde{x}_0 e^{i\omega t}$ . Calcule explicitamente  $\tilde{x}_0$  em termos das constantes do modelo.
    - (c) Determine o momento de dipolo do elétron,  $\tilde{p}(t) = q\tilde{x}(t)$ .
    - (d) Calcule a polarização total do dielétrico considerando  $N$  elétrons ligados, com uma fração  $f_j$  deles de frequência  $\omega_j$  e atenuação  $\gamma_j$ .
    - (e) Com esses resultados, explicita a constante dielétrica complexa desse modelo,  $\tilde{\epsilon}_r = \tilde{\epsilon}/\epsilon_0$ .
  2. Num meio isolante dispersivo (com  $\mu \approx \mu_0$ )
    - (a) Mostre que  $\tilde{\vec{E}}(z, t) = \tilde{\vec{E}}_0 e^{i(\tilde{k}z - \omega t)}$  é solução da equação de onda para  $\tilde{\vec{E}}$ , com  $\tilde{k} = \sqrt{\tilde{\epsilon}\mu_0}\omega$ .
    - (b) Aproxime  $\sqrt{\tilde{\epsilon}_r} \approx 1 + \tilde{\epsilon}_r/2$  e (usando o resultado da questão anterior) calcule o coeficiente de atenuação do material  $\alpha = 2 \cdot \text{Im}[\tilde{k}]$ .
-