

Noções Básicas de Medidas e Algarismos Significativos

Prof. Theo Z. Pavan

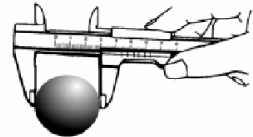
Departamento de Física - Faculdade de Filosofia,
Ciências e Letras de Ribeirão Preto-USP

Motivações

- Quais são os padrões de medidas?
- Podemos determinar os erros cometidos nas comparações com estes padrões?
- Existem formas de avaliar estes erros?

Erros nas Medidas

- **O ato de medir é, em essência, um ato de comparar, e essa comparação envolve erros de diversas origens (dos instrumentos, do operador, do processo de medida, etc).**



Definições

- **Mensurando** → Grandeza a ser mensurada.
- **Erro** → Resultado de uma medição menos o valor verdadeiro do mensurando.

Classificação dos erros

- **Erros aleatórios:** acontecem devido a fontes aleatórias, como variação de temperatura, vento, etc...
- É o resultado de uma medição x_i menos a média real \bar{x}_{mv} quando o número de medições vai para o infinito ($N \rightarrow \infty$).

$$E_A = x_i - \bar{x}_{mv}$$

Classificação dos erros

- **Erros sistemáticos:** são erros oriundos de causas constantes e que afetam as medidas de um modo uniforme.
- Por exemplo: devido a erros de calibração no instrumento.

$$E_S = \bar{x}_{mv} - x_v$$

Classificação dos erros

- **Erros grosseiros:** são erros que resultam de uma desatenção do experimentador. São erros ilegítimos que acontecem por engano. Quando identificado a medida deve ser removida do conjunto de dados.

Erros, efeitos e correções

- Toda medida tem imperfeições que levam a erros. Tradicionalmente o erro é visto como tendo duas componentes: uma aleatória e outra sistemática.
- O erro aleatório tem origem em efeitos imprevisíveis e estocásticos. Embora esse erro não possa ser eliminado, pode ser reduzido ao realizar um grande número de medidas.

Erros, efeitos e correções

- O erro sistemático também não pode ser eliminado, mas pode ser reduzido. Se esse erro aparece devido a um efeito reconhecido. Pode ser quantificado e se for valor significativo para a precisão requerida na medida uma correção pode ser realizada.
- Exemplo: trena de aço que encolheu.

Incerteza

- A incerteza de uma medida reflete a falta de conhecimento de seu valor exato. Mesmo após as correções de erros sistemáticos o valor encontrado é ainda uma estimativa do valor verdadeiro.
- Planejamento do experimento, condições ambientais, padrões, constantes, aproximações, etc..

Incertezas

- **Tipo A:** Método de cálculo envolve análise estatística de uma série de observações
 - Média
 - Variância
- **Tipo B:** Método de cálculo envolve todos os outros métodos que não sejam estatísticos
 - Dados anteriores
 - Experiência ou conhecimento sobre os materiais e instrumentos utilizados
 - Especificação do fabricante
 - Calibrações
 - Handbooks

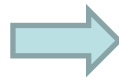
Valor médio de uma série de medidas (\bar{x})

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Desvio absoluto para cada medida (Δx_i)

$$\Delta x_i = \left| x_i - \bar{x} \right|$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$



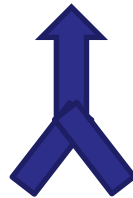
Valor médio

Desvio relativo para cada medida (δx_i)

$$\delta x_i = \frac{\Delta x_i}{\bar{x}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

VALOR MÉDIO



$$\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|$$

DESvio ABSOLUTO

Desvio médio absoluto

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

VALOR MÉDIO



$$\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|$$

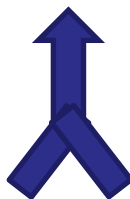
DESvio ABSOLUTO

Desvio-padrão de uma amostra

$$\sigma_x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n-1}}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

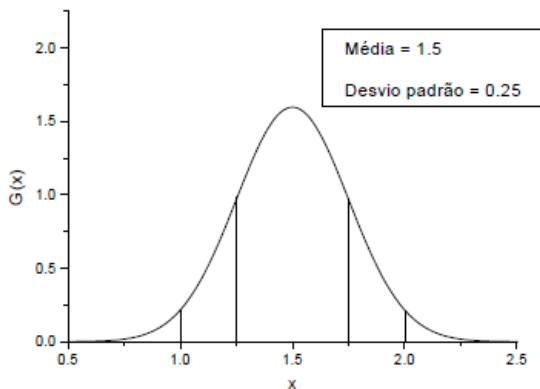
VALOR MÉDIO



$$\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|$$

DESVIO ABSOLUTO

Desvio padrão



Intervalos

$(\bar{x} - \sigma)$ a $(\bar{x} + \sigma)$ equivale a 68.27% das medidas

$(\bar{x} - 2\sigma)$ a $(\bar{x} + 2\sigma)$ equivale a 95.45% das medidas

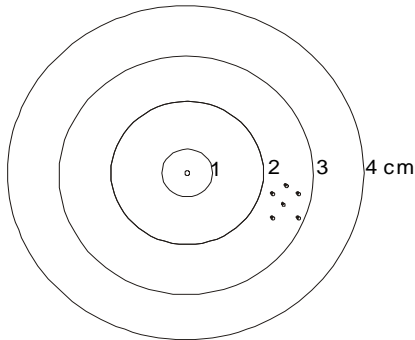
$(\bar{x} - 3\sigma)$ a $(\bar{x} + 3\sigma)$ equivale a 99.73% das medidas

Índices de exatidão

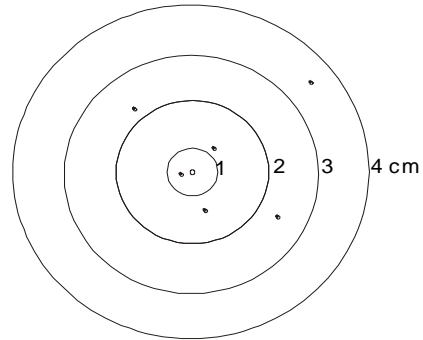
- **PRECISÃO:** Uma medida é tão mais precisa quanto mais próxima estiver do valor médio da grandeza associada.
- **EXATIDÃO:** Uma medida é tão mais exata quanto menor for o "vício" da medida, ou seja, a diferença entre o valor mais provável (valor médio) encontrado e o verdadeiro valor da grandeza medida, suposto teoricamente conhecido.

Índices de exatidão

Atirador 1



Atirador 2



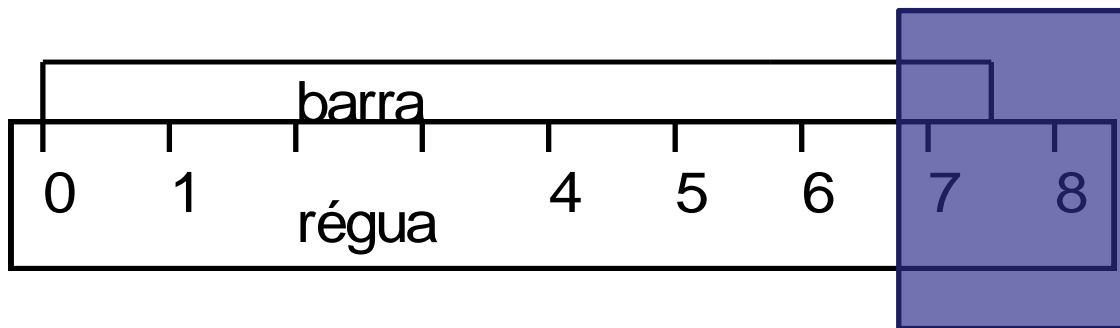
Quem foi mais preciso: o atirador 1 ou o 2?
Quem foi mais exato: o atirador 1 ou o 2?

Incerteza do tipo A

- A incerteza do tipo A deve ser representada com o desvio padrão da média. Obtida a partir de um conjunto de N medidas independentes.

$$\sigma_A = \pm \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Medidas experimentais



Comprimento da barra

7,50 cm; 7,55 cm; 7,4 cm; ou 7,6 cm?

Tipo B

Nesse caso deve ser associada uma incerteza devido ao limite de erro do instrumento (L_r).

- No caso de instrumento analógico:

$$\sigma_B = L_r/2$$

- No caso de instrumento digital a incerteza é o próprio limite de erro:

$$\sigma_B = L_r$$

Instrumento analógico

É definido como sendo a metade da menor divisão da escala do instrumento utilizado. Isto faz com que o desvio absoluto só deva ter um único algarismo significativo.

Ex: de uma régua = 0,5 mm ou 0,05 cm

de um paquímetro = 0,05 mm ou 0,005 cm

Incerteza padrão

Ao final de uma medida é preciso associar a incerteza padrão que é uma combinação das incertezas do Tipo A e do Tipo B.

$$\sigma_p^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2$$

Apresentação do resultado

$$\bar{x} - \sigma_p \leq x \leq \bar{x} + \sigma_p$$

OU

$$x = \bar{x} \pm \sigma_p$$

Intervalo de confiança

$(\bar{x} - \sigma)$ a $(\bar{x} + \sigma)$ equivale a 68.27%

$(\bar{x} - 2\sigma)$ a $(\bar{x} + 2\sigma)$ equivale a 95.45%

$(\bar{x} - 3\sigma)$ a $(\bar{x} + 3\sigma)$ equivale a 99.73%

Apresentação do resultado

- Zeros à esquerda (não significativos) devem ser evitados.
- $(0,0004639178 \pm 0,000002503) \text{ m}$
- $(4,639 \pm 0,025) \times 10^{-4} \text{ m}$ ou $(4,64 \pm 0,02) \times 10^{-4} \text{ m}$

Número de algarismos significativos

- $7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m} = 0,000075 \text{ km}$ (têm dois algarismos significativos);
- $0,0750 \text{ m}$ tem três significativos
- $7,5000 \text{ cm}$ tem cinco significativos
- $3,10 \times 10^2$ (três significativos) ou
- $3,1 \times 10^2$ (dois significativos).

Operação de adição e subtração

- **Adição**

$$20,23 + 17,853 + 23,78 + 2,6 = 64,5$$

- **Subtração**

$$154,75 - 110,1 = 44,7$$

Operação de multiplicação ou divisão

- **Multiplicação**

$$18,56 \times 6,82 = 127 \text{ (três significativos)}$$

- **Divisão**

$$68,32 / 3,2 = 21 \text{ (dois significativos)}$$

$$3,2 / 68,32 = 0,047 \text{ (dois significativos)}$$

Exercício modelo

- Na medida dos lados **a** e **b** de uma placa retangular obtivemos os seguintes resultados, supostos merecedores da mesma confiança.
 - Lado a: 20,2cm; 20,1cm; 19,7cm; 20,2cm; 19,8cm.
 - Lado b: 9,8cm; 10,0cm; 10,3cm; 10,2cm; 9,7cm.
- Determine:
 - a) A maneira correta de se exprimir os lados **a** e **b**.
 - b) Indique a área da placa.

