

# Exercício Oito

30 de outubro de 2017

## 1 Exercício

Um pêndulo esférico é formado por uma pequena massa  $m$  presa à extremidade de uma corda ideal de comprimento  $l$  que está fixa na outra extremidade, de tal maneira que o movimento dessa partícula acontece numa superfície esférica.

- (a) Escreva a lagrangiana do pêndulo
- (b) Obtenha as equações de Euler-Lagrange.
- (c) Determine com qual velocidade angular  $\dot{\phi}(\theta_0)$  a partícula se moverá em um círculo em torno do eixo  $\hat{z}$ , com a corda fazendo um ângulo  $\theta_0$  constante na vertical.
- (d) Para o caso em que a amplitude de oscilação em torno de  $\theta_0$  é pequena, obtenha a frequência de pequenas oscilações.
- (e) Mostre que

$$\frac{|\dot{\phi}(\theta_0)|^2}{\omega_{\text{peq. oscil.}}^2} = \frac{1}{1 + 3 \cos^2(\theta_0)}$$

**Sugestões:** Resolva o problema em coordenadas esféricas. Obtenha a frequência de pequenas oscilações a partir do potencial efetivo.