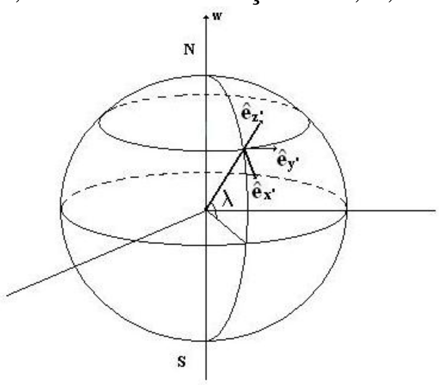
MECÂNICA 1

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS-2017

1) Considere S um referencial inercial, fixo, com origem no centro da Terra e eixo z apontando para o norte. Seja S´ um referencial que gira com a Terra.
(a) Escreva a equação que representa a transformação de qualquer vetor de S´para S. Utilize essa relação para obter a expressão da força de Coriolis que um corpo em S´ sente. Defina todos os símbolos utilizados.
(b) No hemisfério norte, qual é a direção da força de Coriolis em um corpo que se move na direção leste e para um corpo que se move verticalmente para cima.
(c) Considere um corpo atirado ao solo de uma distância de 3 m, a uma latitude λ de 30^0 norte. Ache, aproximadamente, a deflexão horizontal devido à força de Coriolis, quando ele atinge o solo. Despreze a resistência do ar.

2) Considere o movimento em queda livre de uma partícula no hemisfério Norte, num ponto de latitude λ, sujeito à força gravitacional terrestre e abandonado do repouso de uma altura h. Sabendo que a aceleração efetiva da gravidade é **g**, que a velocidade angular da terra é $\boldsymbol{\omega}$, dirigida do Sul para o Norte e considerando o sistema de coordenadas S' como mostra a figura, determine em função de h, λ, $\boldsymbol{\omega}$ e **g**:

(a) A aceleração de Coriolis,
(b) O tempo de queda,
(c) A deflexão em relação à linha de prumo.



3) Um carrossel inicia seu movimento a partir do repouso e acelera a uma aceleração angular constante de 0,02 rev/s^2. Uma menina está sentada em uma cadeira situada a 6m do eixo de revolução e segura uma bola de 2 kg nas mãos. Calcule o módulo e a direção da força que ela deve exercer para segurar a bola 5 segundos após o início da rotação do carrossel. Especifique as coordenadas utilizadas.

4) Um projétil é arremessado na direção leste de um ponto da superfície terrestre localizado a uma latitude λ norte com uma velocidade de módulo v_0 e ângulo de inclinação em relação à horizontal α. Mostre que a deflexão lateral do projétil ao atingir o solo, onde ω é a freqüência de rotação da Terra é:

$$d = \frac{4v_0^3}{g^2}\omega \operatorname{sen}\lambda \operatorname{sen}^2\alpha \cos\alpha$$

(b)Se o alcance do projétil for R_0 para o caso ω=0, mostre que a variação devido à rotação da Terra será:

$$\Delta R = \sqrt{\frac{2R_0^3}{g}}\omega\cos\lambda\left(\cot^{1/2}\alpha - \frac{1}{3}\operatorname{tg}^{3/2}\alpha\right)$$

5) Determine as equações de movimento de um pêndulo simples, levando em consideração a rotação da Terra em torno do seu eixo com velocidade angular ω.

(a) Supondo que o fio tenha comprimento l e que a tensão seja T, mostre que o movimento é

$$m\ddot{x} = -T\left(\frac{x}{l}\right) + 2m\omega\dot{y}\,\mathrm{sen}\,\lambda$$

$$m\ddot{y} = -T\left(\frac{y}{l}\right) - 2m\omega(\dot{x}\,\mathrm{sen}\,\lambda + \dot{z}\cos\lambda)$$

$$m\ddot{z} = T\frac{(l-z)}{l} - mg + 2m\omega\dot{y}\cos\lambda$$

(b) Admitindo que o pêndulo efetue apenas pequenos deslocamentos em torno da posição de equilíbrio, de modo que o movimento se dê no plano x-y, simplifique as equações do movimento

$$\ddot{x} = -\frac{gx}{l} + 2\omega\dot{y}\,\mathrm{sen}\,\lambda \quad \text{e} \quad \ddot{y} = -\frac{gy}{l} - 2\omega\dot{x}\,\mathrm{sen}\,\lambda \;.$$

(c) Resolva as equações obtidas em (b) para condições iniciais convenientes e mostre que a solução geral tem a forma:

$$x = C_1\cos\left(\alpha - \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t + C_2\,\mathrm{sen}\left(\alpha - \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t + C_3\cos\left(\sqrt{\alpha + \frac{g}{l}}\right)t + C_4\,\mathrm{sen}\left(\alpha + \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t$$

$$y = -C_1\,\mathrm{sen}\left(\alpha - \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t + C_2\cos\left(\alpha - \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t - C_3\,\mathrm{sen}\left(\sqrt{\alpha + \frac{g}{l}}\right)t + C_4\cos\left(\alpha + \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t$$

Mostre que a aproximação: C_4~C_2, permite obter:

$$x = A\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\;\mathrm{sen}(\omega\,\mathrm{sen}\,\lambda t) \;\text{ e }\; y = A\,\mathrm{sen}\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\;\cos(\omega\,\mathrm{sen}\,\lambda t) \;.$$

Dê uma interpretação física para a solução acima.

6) Sob condições favoráveis, foi observada uma corrente oceânica circulando no sentido anti-horário, numa camada isolada da superfície terrestre. O período de rotação da corrente foi medido como 14 horas. Em que latitude e em que hemisfério a corrente foi detectada?

7) Considere um disco horizontal de raio R, girando no sentido anti-horário com uma velocidade angular constante **ω**. O eixo de rotação é vertical e passa pelo seu centro. Sejam dois pontos distintos P e Q, situados na borda desse disco em posições diametralmente opostas. Deseja-se lançar uma partícula de massa m de tal maneira que parta de P e chegue a Q. Considerando o raio do disco suficientemente grande, descreva o movimento dessa partícula para um observador inercial que está fora desse disco e para outro observador que está em rotação junto com o disco. Despreze o atrito entre a partícula e a superfície do disco.
Nota: Para um observador fora do disco, o movimento será retilíneo (força resultante nula), porém os pontos P e Q estão em movimento de rotação. Dessa forma, para que a partícula chegue ao ponto Q, é necessário lançá-la com uma velocidade que percorra a distância de um diâmetro (2R) num intervalo de tempo que o ponto Q dê um número inteiro de voltas completas, retornando assim ao ponto de partida.