

Fontes de Campo Magnético

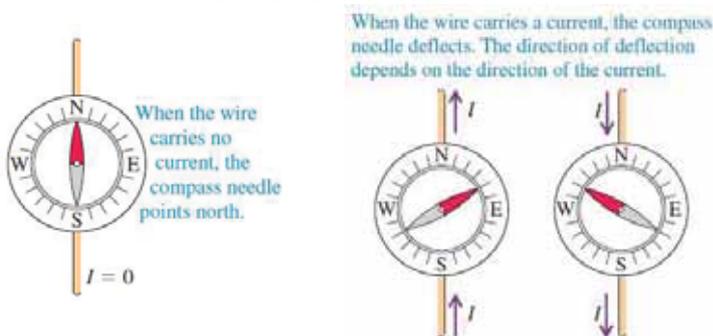
Prof. Cristiano Oliveira

Ed. Basilio Jafet – sala 202

crislo@if.usp.br

Magnetismo e movimento de cargas

Primeira evidência de relação entre magnetismo e movimento de cargas: 1819, pelo cientista Oersted, que verificou que a agulha de uma bússola era desviada por um fio conduzindo uma corrente elétrica.



Posteriormente, cientistas como **André Ampère** (França), **Michael Faraday** (Inglaterra) e **Joseph Henry** (EUA) prosseguiram nestes estudos, obtendo resultados e propriedades correlatas.

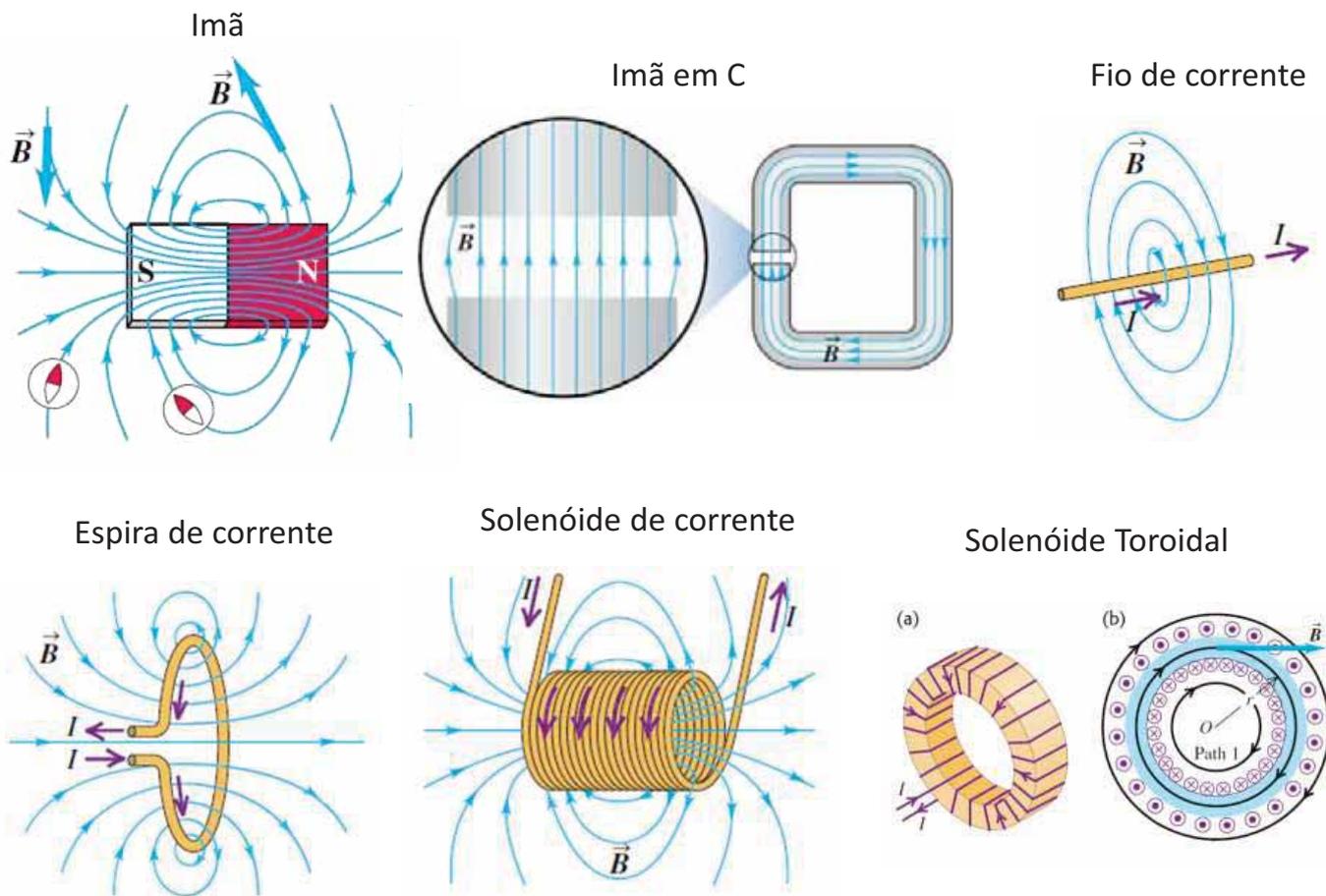
Hoje se sabe que as forças magnéticas entre dois corpos são produzidas pelo efeito magnético dos elétrons dos átomos no interior dos corpos. Em corpos imantados, existe um movimento *coordenado* de alguns elétrons dos átomos, e em corpos não imantados, esses movimentos não são coordenados.

Hans Christian Ørsted



Conhecido(a) por	Experimento de Ørsted
Nascimento	14 de agosto de 1777 Rudkøbing, Dinamarca
Morte	9 de março de 1851 (73 anos) Copenhague, Dinamarca
Nacionalidade	 dinamarquês
Alma mater	Universidade de Copenhague
Prêmios	Medalha Copley (1820)
Religião	Protestantismo
Assinatura	
Hans Christian Ørsted signature.svg	
Instituições	Universidade de Copenhague
Campo(s)	Física; química

Fonte de Campo Magnético



Força de Lorentz

Quando uma partícula carregada se move em uma região do espaço onde existem **simultaneamente** um campo elétrico e um campo magnético, ambos os campos exercem forças sobre a partícula. A força resultante F será a soma vetorial da força elétrica e da força magnética:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Baseado na transformação de Lorentz (mudança de coordenadas para objetos em alta velocidade) que Einstein elaborou a **Teoria da relatividade espacial**.



Hendrik Lorentz	
Conhecido(a) por	Transformação de Lorentz, Força de Lorentz
Nascimento	18 de julho de 1853 Amsterdã
Morte	4 de fevereiro de 1928 (74 anos) Haarlem
Nacionalidade	Neerlandês
Alma mater	Universidade de Leiden
Prêmios	Nobel de Física (1902), Medalha Rumford (1908), Medalha Franklin (1917), Medalha Copley (1918)
Orientador(es)	Pieter Zeeman ^[1]
Orientado(s)	Geertuida de Haas-Lorentz, Adriaan Fokker, Leonard Ornstein
Instituições	Universidade de Leiden
Campo(s)	Física
Tese	1875: Over de theorie der aerugaating en breking van het licht

Ou seja....

Cargas em movimento sofrem a ação de campos magnéticos externos.

Por isso que, anteriormente, estudamos a ELETROSTÁTICA, ou seja, cargas paradas, fixas, para que efeitos de interação magnética não precisem ser levados em conta.

Para cargas em movimento, temos que introduzir um novo campo, a ELETRODINÂMICA

Iniciamos este tema com o efeito que campos magnéticos externos fazem sobre cargas em movimento.

Mas, os experimentos de Oersted, Faraday, Ampère e Lenz demonstram que **cargas em movimento GERAM campos magnéticos!**

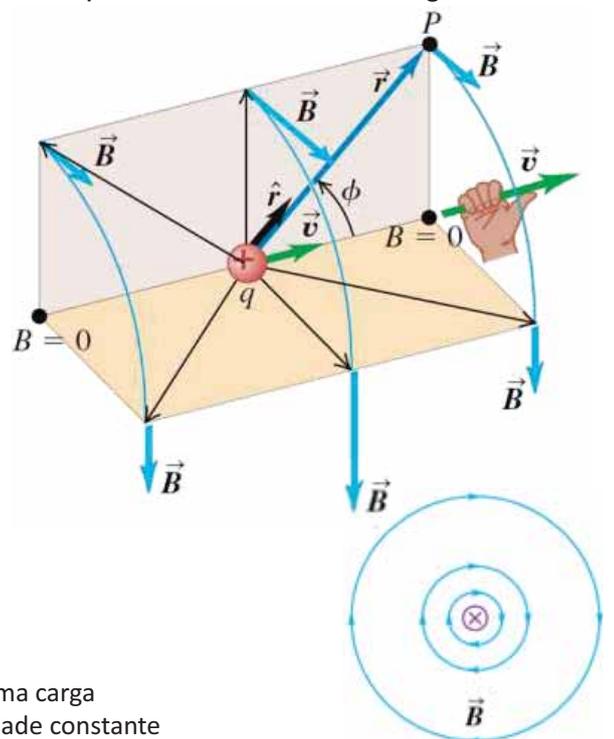
Iremos explorar este tema agora.

Campo gerado por carga em velocidade constante

Quando estudamos cargas elétricas, anteriormente, vimos que dados *experimentais* demonstravam a presença da força elétrica entre duas cargas e isso serviu para a *definição* do campo elétrico para uma carga puntiforme.

Seja uma carga q se deslocando com velocidade \mathbf{v} . A experiência mostra as seguintes informações

- O módulo do campo magnético \mathbf{B} é proporcional a $1/r^2$
- A direção de \mathbf{B} **não é dada** pela direção da reta que une a carga com o ponto do campo. Na realidade, a direção de \mathbf{B} é perpendicular ao plano que contém essa reta e o vetor velocidade \mathbf{v} .
- O módulo de \mathbf{B} também é proporcional ao módulo da velocidade \mathbf{v} da partícula e o seno do ângulo ϕ entre \mathbf{v} e \mathbf{B} .



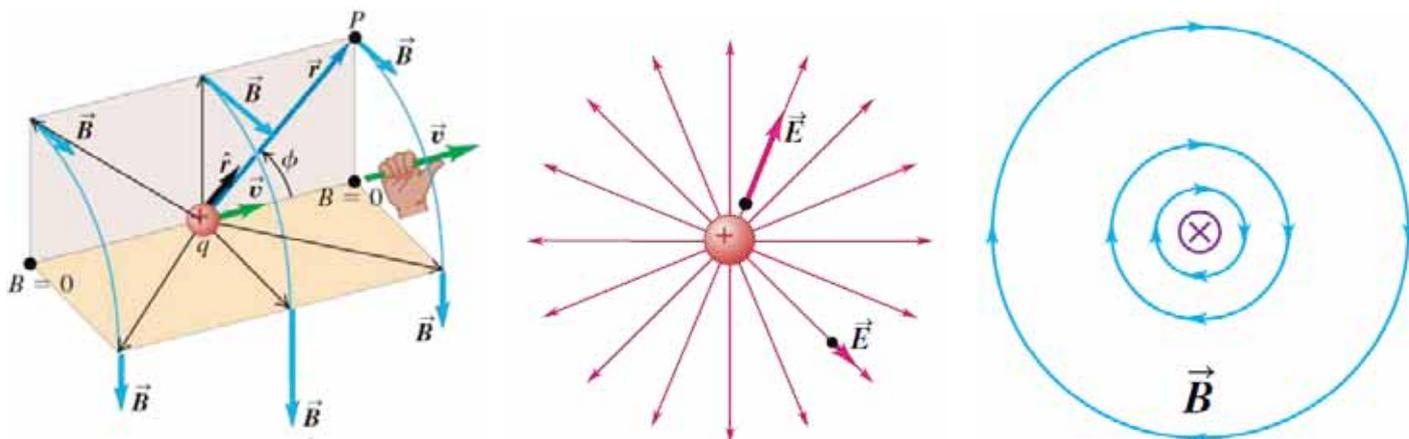
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

Campo magnético de uma carga puntiforme com velocidade constante

Campo gerado por carga em velocidade constante

Uma carga elétrica, gerará um campo elétrico \vec{E} e, seu movimento, também dá origem a um campo magnético \vec{B} .

Note que o campo elétrico está sempre presente, independente do movimento ou não da carga. Já o campo magnético somente aparece quando temos o movimento da carga.



$$\vec{E} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r^2} \\ \hat{r} \end{array} \right.$$

$$\vec{B} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r^2} \\ \vec{v} \times \hat{r} \end{array} \right.$$

Campo gerado por carga em velocidade constante

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

Campo magnético de uma carga puntiforme com velocidade constante

O pre-fator μ_0 é denominado permeabilidade magnética e possui valor exato:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb}/\text{A} \cdot \text{m} \\ &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A} \end{aligned}$$

Na lei de Coulomb, havíamos utilizado a constante ϵ_0 , conhecida como permissividade elétrica

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

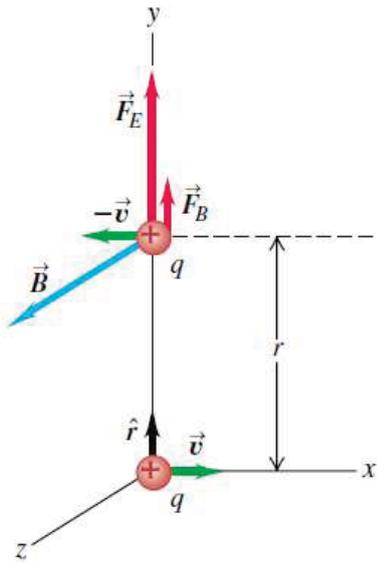
Campo elétrico de uma carga puntiforme

Interessantemente, o produto da permissividade elétrica e da permeabilidade magnética se relacionam com o quadrado da velocidade da luz:

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0\mu_0}$$

Esta relação não é uma mera coincidência. Veremos que isso é consequência da unificação entre eletricidade e magnetismo na teoria **eletromagnética**.

Força entre duas cargas em movimento



$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q(v\hat{i}) \times \hat{j}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \hat{k}$$

$$\vec{F}_B = q(-\vec{v}) \times \vec{B} = q(-v\hat{i}) \times \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \hat{k} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 v^2}{r^2} \hat{j}$$

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{\mu_0 q^2 v^2 / 4\pi r^2}{q^2 / 4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\mu_0 v^2}{1/\epsilon_0} = \epsilon_0 \mu_0 v^2$$

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{v^2}{c^2}$$

Para baixas velocidades, $F_B \ll F_E$

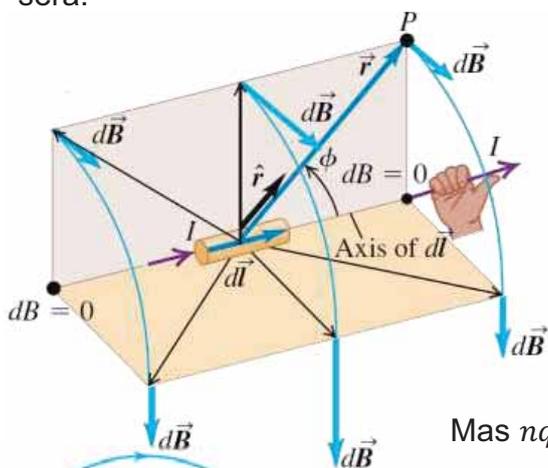
Quando temos cargas proxima da velocidade da luz sofrendo **aceleração**, outros efeitos acontecem. Pode acontecer **emissão de radiação** e estes efeitos não serão abordados aqui.

Campo gerado por um elemento de corrente

Se temos um elemento de corrente de comprimento $d\vec{l}$, o volume deste elemento será $A d\vec{l}$. Se temos n partículas por unidade de volume, a carga total dQ que se move no segmento será:

$$dQ = nqA dl$$

Estas cargas se movem e podem ser descritas como essa carga única dQ se movendo com uma velocidade de arraste v_d . Assim, podemos usar o resultado anterior:



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ|v_d \sin \phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n|q|v_d A dl \sin \phi}{r^2}$$

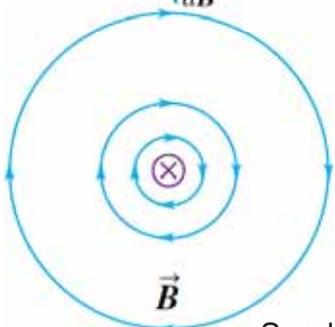
Mas $nqv_d A$ é a corrente no elemento, assim,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \phi}{r^2}$$

Na forma vetorial, temos

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Campo magnético do elemento de corrente



Sendo $d\vec{l}$ um vetor de comprimento dl que aponta no mesmo sentido da corrente.

Lei de Biot e Savart

Esta equação é uma das formas da **Lei de Biot e Savart**. Podemos utilizar essa Lei para determinar o campo magnético \vec{B} produzido em qualquer ponto do espaço por uma corrente que flui em um circuito completo. Para isso, podemos integrar em todos os segmentos $d\vec{l}$:

Jean-Baptiste Biot



Conhecido(a) por Lei de Biot-Savart

Nascimento 21 de abril de 1774
Paris

Morte 3 de fevereiro de 1862 (87 anos)
Paris

Nacionalidade  Francês

Prêmios Medalha Rumford (1840)

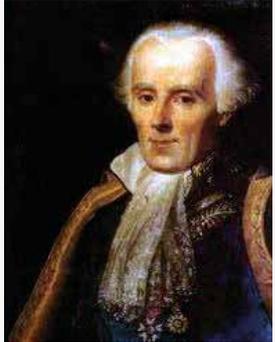
Assinatura
Signature of Jean-Baptiste Biot.svg

Campo(s) Física, matemática e astronomia

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Veremos algumas aplicações desta lei para o cálculo do campo magnético em casos particulares.

Félix Savart



Nascimento 30 de junho de 1791
Charleville-Mézières

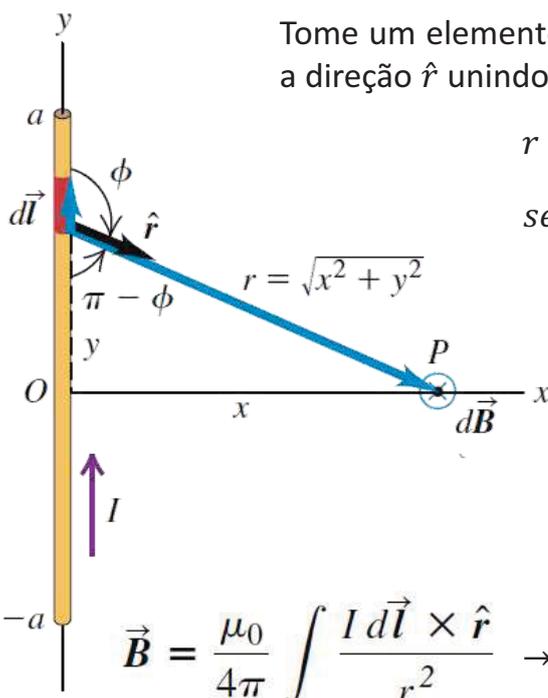
Morte 15 de março de 1841 (49 anos)
Paris

Nacionalidade  Francês

Campo(s) Física

Campo gerado por um Condutor retilíneo de corrente

Tomemos um fio conduzindo corrente, alinhado na direção y , de comprimento $2a$. Vamos calcular \vec{B} em um ponto sobre a reta perpendicular que divide o condutor em duas metades situado a uma distância x do seu centro.



Tome um elemento $d\vec{l}$ no condutor. Pela construção, $dl = dy$. Obtemos a direção \hat{r} unindo ele esse elemento e o ponto de interesse.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

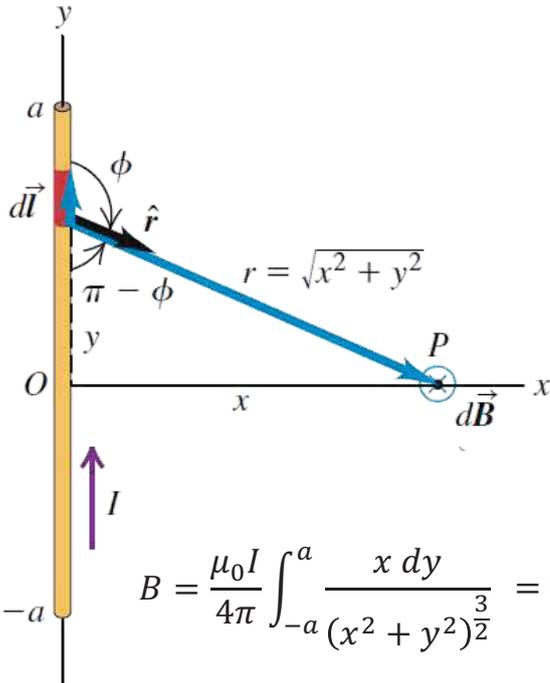
$$\text{sen}\phi = \text{sen}(\pi - \phi) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

A regra da mão direita mostra que todos os vetores $d\vec{B}$ apontam na mesma direção: $d\vec{l} \times \hat{r} \rightarrow -\hat{k}$

Assim, podemos simplesmente somar os módulos de cada vetor $d\vec{B}$ integrando ao longo do fio:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \rightarrow B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I dl \text{sen}\phi}{r^2} \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Campo gerado por um Condutor retilineo de corrente



Wolfram Mathematica
ONLINE INTEGRATOR

HOW TO ENTER INPUT | RANDOM EXAMPLE

$\int \frac{a}{(x^2+a^2)^{3/2}} dx$

Compute Online With Mathematica

Traditional Form | Input Form | Output Form

$$\int \frac{a}{(x^2+a^2)^{3/2}} dx = \frac{x}{a\sqrt{a^2+x^2}}$$

Time to compute: 0.02 second

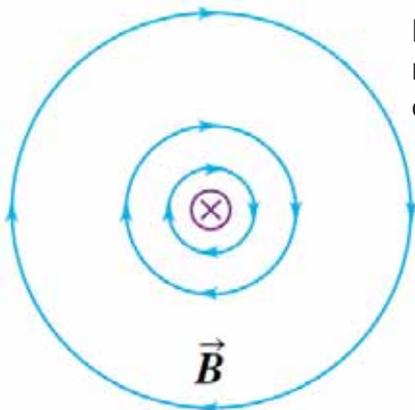
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{y}{x\sqrt{x^2 + y^2}} \Big|_{-a}^a = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Campo gerado por um Condutor retilineo de corrente

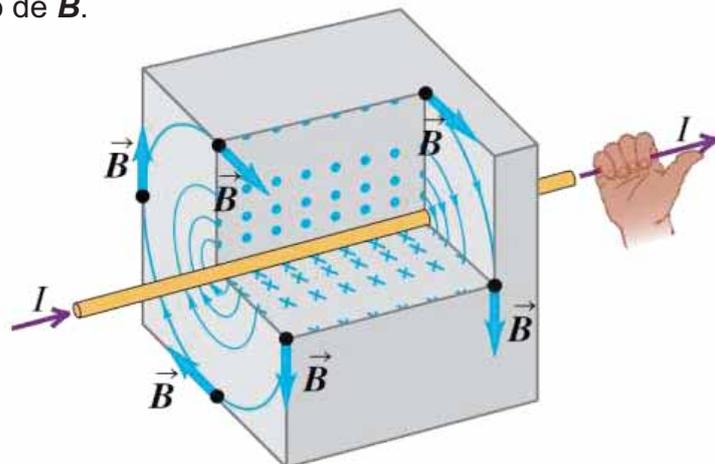
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}} (-\hat{k})$$

Para um fio infinito, podemos fazer $a \rightarrow \infty$, $\sqrt{x^2 + a^2} \approx \sqrt{a^2} = a$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

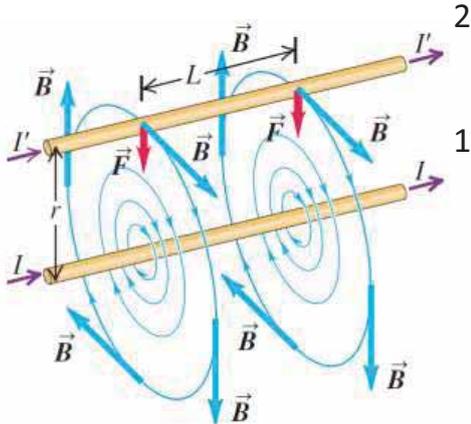


Para obter a direção de B , aponte o polegar de sua mão direita no sentido de I . Os outros dedos de sua mão, indicam a direção e sentido de B .



Força entre Condutores Paralelos

Se tivermos dois fios paralelos, conduzindo correntes I e I' , cada condutor estará sob a influência do campo magnético do outro e assim sofre a ação de uma força. Vamos assumir inicialmente que as direções de I e I' são as mesmas.



2 O fio inferior produz um campo magnético B que, no local onde está o fio superior possui módulo dado por

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

A força exercida no fio superior, em uma região de comprimento L será dada por $\vec{F} = I'\vec{L} \times \vec{B}$

O campo B é perpendicular a L e assim a força terá módulo:

$$F = I'LB = \frac{\mu_0 II' L}{2\pi r}$$

A força exercida *por unidade de comprimento*, F/L , será: $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 II'}{2\pi r}$ Dois fios paralelos longos conduzindo corrente

Aplicando a regra da mão direita, vemos que a força sobre o fio superior é aplicada para baixo. Em outras palavras, a força é direcionada no plano definido pelos dois fios, orientada de modo a atrair o fio 2 para o fio 1,

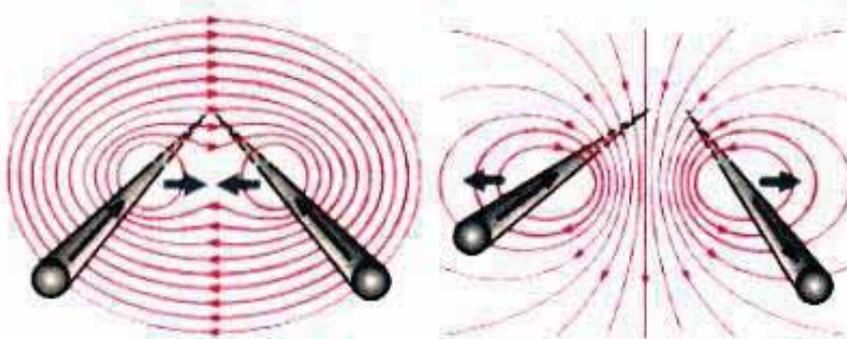
Força entre Condutores Paralelos

Fazendo a mesma análise para o campo gerado pelo fio 2 no fio 1, chegaremos na conclusão que a força sobre o fio inferior é orientada de baixo para cima.

Assim, existe uma força de atração entre dois fios paralelos que conduzem correntes com o mesmo sentido.

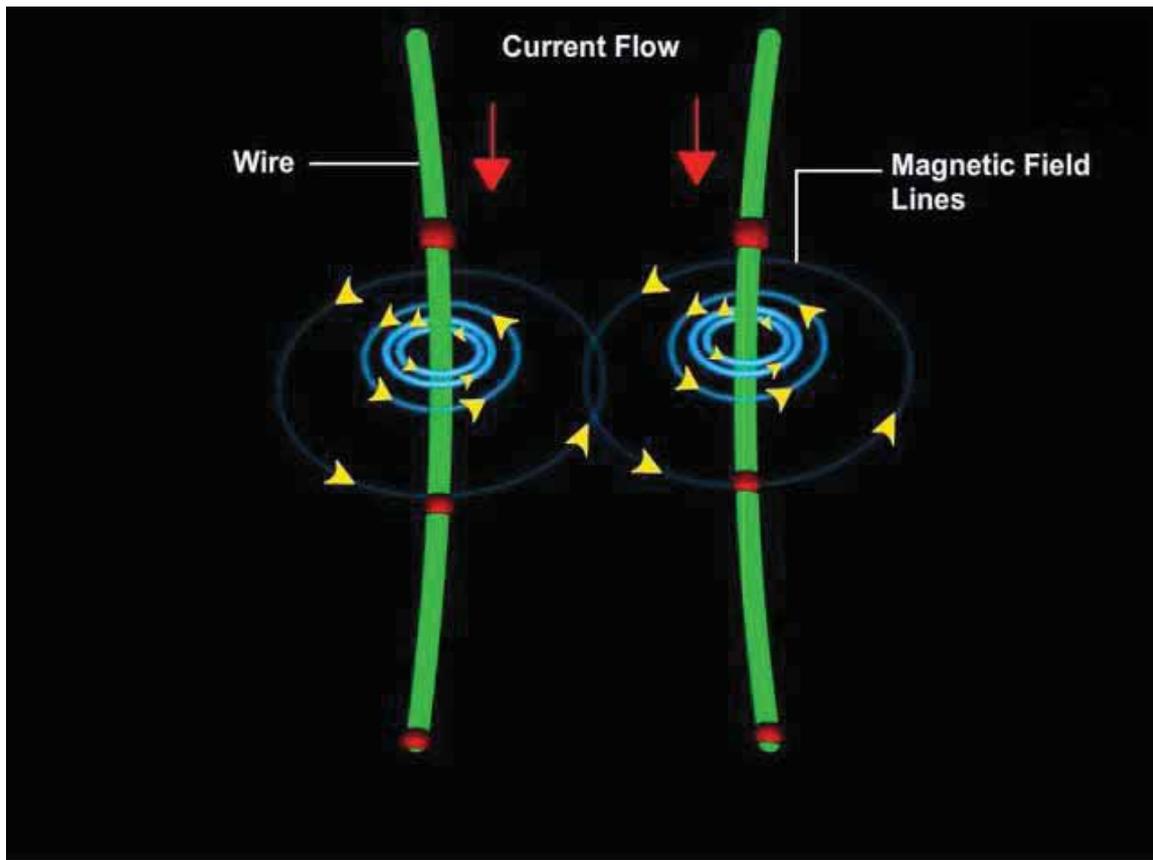
Se o sentido de qualquer uma das duas correntes é invertido, o sentido de cada força também se inverte.

Assim, existe uma força de repulsão entre dois fios paralelos que conduzem correntes com sentidos contrários.



A atração e repulsão pode ser entendida em termos dos campos gerados. Em um caso os campos magnéticos gerados possuem sentidos opostos (similar a polos opostos) gerando atração. No outro caso temos campos no mesmo sentido (similar a polos iguais) gerando repulsão.

Força entre Condutores Paralelos



Força entre Condutores Paralelos

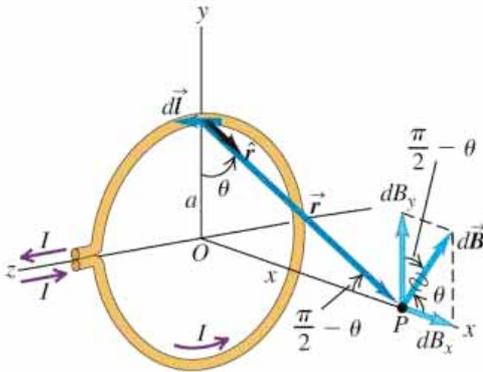
Forces on a Current-Carrying Wire

MIT Physics Lecture
Demonstration Group

Campo gerado por uma Espira Circular

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Temos uma espira circular com raio a conduzindo uma corrente I , que entra e sai da espira por dois fios retílineos.



O centro da espira é colocada na origem do sistema de eixos e o vetor perpendicular ao plano da espira é colocado ao longo do eixo x . Vamos calcular o campo magnético ao longo do eixo x .

Pela simetria da espira, vemos que o campo gerado, $d\vec{B}$, terá uma simetria rotacional (na forma de um cone). Assim, as componentes perpendiculares ao eixo x se cancelarão e somente a componente $d\vec{B}_x$ será diferente de zero.

Usando a Lei de Biot-Savart para o elemento dl :

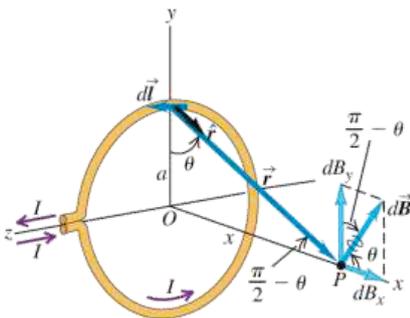
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)}$$

$$dB_x = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)} \frac{a}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

$$dB_y = dB \sin \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)} \frac{x}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

Campo gerado por uma Espira Circular

Para obter o campo total, integramos utilizando todos os elementos $d\vec{l}$ em torno da espira.



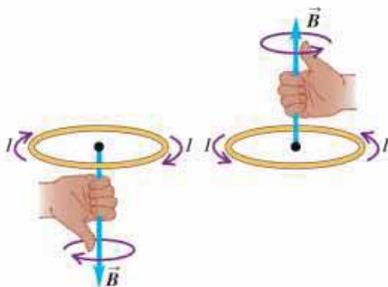
$$B_x = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a dl}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Nesta integral todos os termos são constantes, exceto dl . Assim,

$$B_x = \frac{\mu_0 I a}{4\pi (x^2 + a^2)^{3/2}} \int dl$$

A integral de dl será nada mais que o comprimento da circunferência, $\int dl = 2\pi a$. Logo,

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \text{ Sobre o eixo da espira circular}$$



A regra da mão direita permite determinar facilmente a direção do campo magnético gerado por uma espira circular.

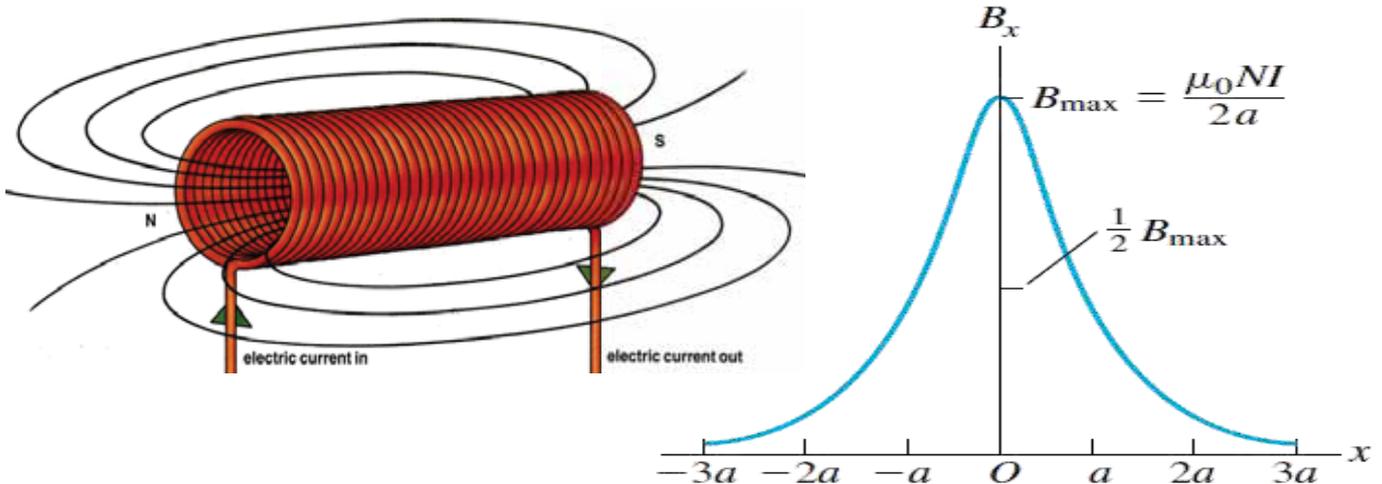
Campo gerado por uma Espira Circular

Se tivermos uma bobina com N espiras, cada espira fornece a mesma contribuição para o campo magnético e assim o campo total será N vezes o campo de uma única espira:

$$B_x = \frac{\mu_0 N I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

O valor máximo do campo gerado ocorre no centro da espira ou da bobina e é dado por:

$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2a} \quad \text{Sobre o centro de N espiras circulares}$$



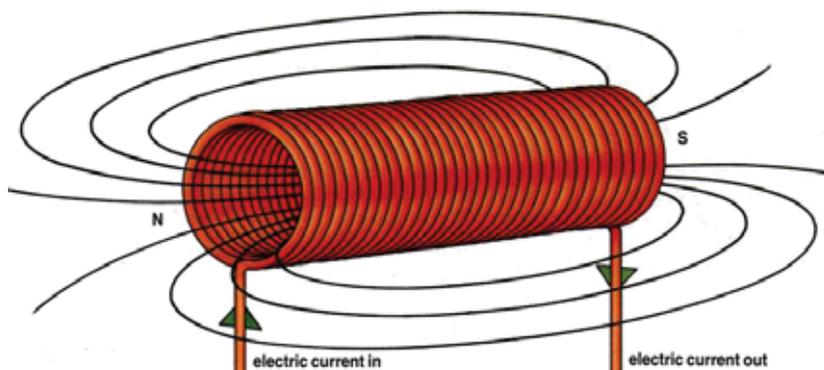
Campo gerado por uma Espira Circular

Anteriormente havíamos definido o **momento de dipolo magnético** μ de uma espira de corrente como $\mu = IA$.

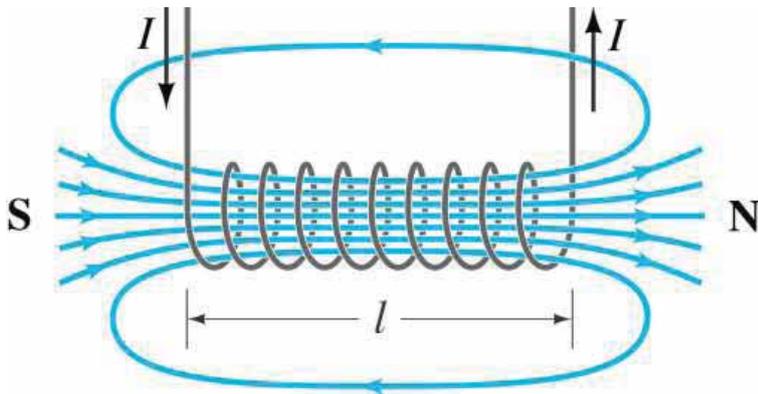
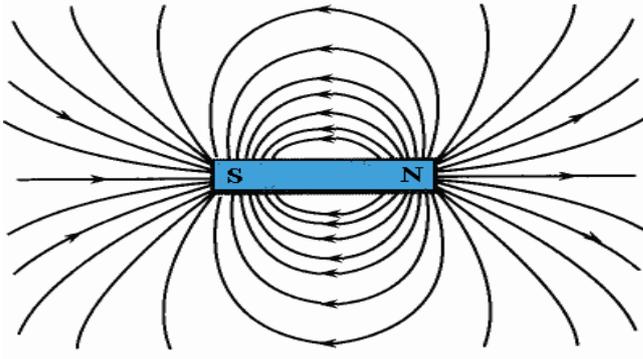
Quando temos um solenoide, os momentos magnéticos se somam e assim teremos $\mu = NIA$. Para uma espira circular, $A = \pi r^2$ e assim, $\mu = NI\pi r^2$

Assim, podemos escrever o campo magnético em termos do momento de dipolo magnético da espira ou do solenoide como

$$B_x = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad \text{No eixo de N espiras circulares}$$



Solenóide === Imã



Um solenóide de corrente fornece campos semelhantes ao de um imã permanente.