

Lógica e Metodologia Jurídica

Argumentos e Lógica Proposicional

Prof. Juliano Souza de Albuquerque Maranhão

julianomaranhao@gmail.com

Quais sentenças abaixo são argumentos?

1. Bruxas são feitas de madeira. Madeira flutua. Então as bruxas flutuam.
2. Na hora do almoço o céu ficou nublado. Então, choveu.
- 3 O metal dilatou porque foi aquecido
4. O Prof. deu todas as aulas usando terno. Hoje ele dará aula. Então ele usará terno.
5. A calçada está molhada. A chuva molha a calçada. Então choveu.

Argumento

Sequência de sentenças...

...uma das quais se afirma verdadeira (conclusão) e

... as demais (premissas) são oferecidas como razões para acreditar na verdade da conclusão

Argumento e verdade

Qual a relação entre verdade e a qualidade dos argumentos?

Premissas verdadeiras, conclusão verdadeira

Os homens são mamíferos
Os mamíferos são mortais
Os homens são mortais

Todos os homens são mortais
Sócrates é homem
Sócrates é mortal

Premissas falsas, conclusão verdadeira

Todos os homens são abelhas
As abelhas são mamíferos
Os homens são mamíferos

Todo jurista com mais de 90 anos foi filósofo
Miguel Reale foi jurista com mais de 90
Miguel Reale foi filósofo

Argumento e verdade

Qual a relação entre verdade e a qualidade dos argumentos?

Premissas verdadeiras, conclusão verdadeira

Alguns juristas escreveram muitos livros

Pontes de Miranda foi um jurista

Pontes escreveu muitos livros

É um bom argumento?

Argumentos não são verdadeiros nem falsos, mas bons ou ruins, convincentes ou não convincentes, válidos ou inválidos

Em que medida a conclusão é suportada pelas premissas?

Relação de suporte

Argumentos dedutivos

Bruxas são feitas de madeira. Madeira flutua. Então as bruxas flutuam.

Se algo é de madeira, então flutua. Bruxa é de madeira. Então bruxa flutua.

Conclusão implícita nas premissas:

Dada a verdade das premissas, é impossível que a conclusão seja falsa.

(se conclusão fosse falsa, entraria em contradição com as premissas)

Relação de suporte

Argumentos indutivos

O Prof. deu todas as aulas usando terno. Hoje ele dará aula.
Então ele usará terno.

João tem 90 anos e tem artrite. Logo ele não correrá a São Silvestre.

Premissas são evidências (mais fortes ou mais fracas) para a conclusão:

Dada a verdade das premissas, é mais ou menos improvável que a conclusão seja falsa.

(se conclusão fosse falsa, entraria em contradição com as premissas)

Relação de Suporte

Argumentos abduativos

Observo que a calçada está molhada

Sempre que chove a calçada fica molhada

Logo choveu

Premissas tornam plausível uma hipótese:

Falsidade da conclusão não é impossível nem improvável, mas elimina uma explicação plausível para as premissas

Qual a melhor explicação? Candidatos

A) Choveu

C) A calçada foi lavada

D) Explosão de um caminhão pipa

Argumentos Dedutivos

Validade: uma dedução é válida quando não for possível que a conclusão seja falsa dada a verdade das premissas

Em virtude da forma (lógicas extensionais)

A ou B, não A, logo B

João vai ao cinema ou ao teatro. João não vai ao teatro

Logo vai ao cinema

Em virtude do conteúdo (lógicas intensionais)

Se A, então A é possível

No Japão as ondas alcançaram 800km/h. Logo é possível que as ondas alcancem 800km/h.

Se A não é possível, então não A é necessário

Se A é obrigatório, então é permitido

Lógica dedutiva

Validade: uma dedução é válida quando não for possível que a conclusão seja falsa dada a verdade das premissas

Validade é uma função da verdade das premissas e da conclusão. (semântica)

Premissas e conclusões são sentenças com determinada estrutura. (sintaxe)

A relação entre a estrutura das sentenças guarda paralelo com a relação entre suas condições de verdade.

Argumento do Ateu

Se Deus quisesse evitar o mal e fosse incapaz de conseguilo, então seria impotente. Se fosse capaz de evitar o mal e não quisesse fazê-lo, então seria malevolente. Se o mal existe, então Deus não pode ou não quer impedi-lo. O mal existe. Se Deus existe, então não é impotente nem malevolente. Portanto Deus não existe.

Argumento do Ateu

Se Deus quisesse evitar o mal **e** fosse incapaz de evitar o mal, **então** seria impotente. **Se** fosse capaz de evitar o mal e **não** quisesse evitar o mal, **então** seria malevolente. Se o mal existe, então Deus **não** pode evitar o mal ou **não** quer evitar o mal. O mal existe. Se Deus existe, então Deus **não é** impotente e Deus **não** é malevolente. Portanto Deus **não** existe.

Argumento do Ateu

Q: Deus quer evitar o mal

C: Deus é capaz de evitar o mal

I: Deus é impotente

M: Deus é malevolente

E: O mal existe

D: Deus existe

$Q \wedge \sim C \rightarrow I$

$C \wedge \sim Q \rightarrow M$

$E \rightarrow \sim Q \vee \sim C$

E

$D \rightarrow \sim I \wedge \sim M$

$\sim D$

Lógica dedutiva

Frege: o valor semântico das sentenças é uma função do valor semântico de suas partes constitutivas

Estrutura das sentenças: relação entre sujeito e predicado
Sócrates é Homem.

Hs

O valor semântico de “Sócrates” é sua referência: Sócrates

O valor semântico do predicado “Homem” é a sua extensão: o conjunto de todos os homens

A sentença é verdadeira se Sócrates estiver incluído no conjunto de todos os homens

Lógica dedutiva

Abstraindo da estrutura de cada proposição (sujeito e predicado), qual o significado de sentenças que compõem diferentes proposições por conectivos:

Se...então, e, ou, não, se e somente se...

$\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\sim$, $\leftrightarrow$

Uma sentença tem valor semântico se pode ser verdadeira ou falsa

O valor semântico de uma sentença é sua verdade ou falsidade.

Ele é uma função do valor semântico de suas partes

Linguagem Proposicional (LP)

1) Símbolos de LP:

Letras proposicionais: $p_1, p_2, \dots, q_1, \dots, r_1, \dots$

Conectivos: $\wedge, \vee, \rightarrow, \sim$

$\wedge$ para representar conjunção

$\vee$ para representar disjunção

$\rightarrow$ Para representar implicação

$\sim$ para representar negação

Usarei letras iniciais do alfabeto na metalinguagem para falar sobre esquemas arbitrários de fórmulas

2) Fórmulas bem formadas da linguagem LP

i) Toda letra proposicional está em LP ($p_i, q_i, r_i \in LP$)

ii) Se $a \in LP$, então $\sim a \in LP$

iii) Se $a, b \in LP$, então $a \wedge b, a \vee b, a \rightarrow b \in LP$

iv) LP é o menor conjunto que satisfaz essas cláusulas

Semântica de LP

Chamarei de função de valoração a função que me leva das fórmulas de LP ao valor de verdade ou falsidade, i.e. $\varphi: LP \Rightarrow \{1, 0\}$

1 = verdadeiro

0 = falso

Essa função φ satisfaz as seguintes cláusulas:

$\varphi(a \wedge b) = 1$ sse $\varphi(a) = 1$ e $\varphi(b) = 1$

$\varphi(a \vee b) = 0$ sse $\varphi(a) = 0$ e $\varphi(b) = 0$

$\varphi(a \rightarrow b) = 0$ sse $\varphi(a) = 1$ e $\varphi(b) = 0$

$\varphi(\sim a) = 0$ sse $\varphi(a) = 1$

Com ela posso construir as seguintes matrizes para LP

Negação

a	$\sim a$
0	1
1	0

Conjunção

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Disjunção

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Condicional (implicação material)

a	b	$a \rightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Equivalência ($a \rightarrow b \wedge b \rightarrow a =_{\text{def}} a \leftrightarrow b$)

a	b	$a \rightarrow b$	$b \rightarrow a$	$a \rightarrow b \wedge b \rightarrow a$
1	1	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
0	0	1	0	1

Tautologias

a	b	$\sim a$	$\sim b$	$a \rightarrow b$	$\sim b \rightarrow \sim a$	$(a \rightarrow b) \rightarrow (\sim b \rightarrow \sim a)$
1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1

Forma normal disjuntiva

a	b	c	$b \vee c$	$a \wedge (b \vee c)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	0	1	0

Contradições

a	b	$\sim a$	$b \rightarrow a$	$(b \rightarrow a) \wedge \sim a$	$b \wedge ((b \rightarrow a) \wedge \sim a)$
1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0

a contrario

a	b	$\sim a$	$\sim b$	$a \rightarrow b$	$\sim a \rightarrow \sim b$	$(a \rightarrow b) \rightarrow (\sim a \rightarrow \sim b)$
1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1

Argumento Válido

a	$a \rightarrow b$	b
1		0

Argumento é uma seqüência finita de fórmulas cuja fórmula final chamamos de conclusão e as anteriores de premissas

Um argumento é válido se não existe uma valoração na qual as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa.

Testes para argumento válido

Seja $a_1, a_2 \dots a_n$ um argumento A no qual $a_1, a_2 \dots a_{n-1}$ são as premissas e a_n é a conclusão. Então A é válido se e somente se $(a_1 \wedge a_2 \dots \wedge a_{n-1}) \rightarrow a_n$ for uma tautologia.

Se um argumento é válido dizemos que a conclusão a_n é consequência lógica das premissas $a_1, a_2 \dots a_n$ o que será denotado por $a_1, a_2 \dots a_n \models a_n$

Seja S um conjunto de fórmulas. Então $Cn(S) = \{a: S \models a\}$ é o conjunto das consequências lógicas de S .

Algumas tautologias famosas

$$((a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow c)$$

Silogismo

$$(a \wedge (a \rightarrow b)) \rightarrow b$$

modus ponens

$$(a \rightarrow b) \rightarrow (\sim b \rightarrow \sim a)$$

contrapositiva

$$\sim(a \wedge \sim a)$$

não contradição

$$a \vee \sim a$$

terceiro excluído

$$((a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow \sim b)) \rightarrow \sim a$$

reductio ad absurdum

$$((a \vee b) \wedge \sim a) \rightarrow b$$

silogismo disjuntivo

$$((a \vee b \wedge ((a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c))) \rightarrow c$$

prova por casos (dilema)

Sintaxe

Esquemas de Axiomas (Kleene):

Implicação:

$$a \rightarrow (b \rightarrow a)$$

$$(a \rightarrow b) \rightarrow ((a \rightarrow (b \rightarrow c)) \rightarrow (a \rightarrow c))$$

Conjunção:

$$(a \wedge b) \rightarrow a$$

$$(a \wedge b) \rightarrow b$$

$$a \rightarrow (b \rightarrow (a \wedge b))$$

Disjunção:

$$a \rightarrow (a \vee b)$$

$$b \rightarrow (a \vee b)$$

$$(a \rightarrow c) \rightarrow ((b \rightarrow c) \rightarrow ((a \vee b) \rightarrow c))$$

Sintaxe

Negação:

$((a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow \sim b)) \rightarrow \sim a$	Johanssen-Kolmogorov
$(a \wedge \sim a) \rightarrow b$	Brower-Heiting
$a \vee \sim a$	

Regra de Inferência: $a, a \rightarrow b / b$

Relação de dedutibilidade: $A \vdash b$

- (i) b é axioma ou $b \in A$
- (ii) b segue de formulas anteriores por aplicação de modus ponens

Teorema de dedução: $A, b \vdash c$ se e somente se $A \vdash b \rightarrow c$

Correção e completude: $A \models b$ sse $A \vdash b$

Sintaxe

Negação:

$((a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow \sim b)) \rightarrow \sim a$	Johanssen-Kolmogorov
$(a \wedge \sim a) \rightarrow b$	Brower-Heiting
$a \vee \sim a$	

Regra de Inferência: $a, a \rightarrow b / b$

Relação de dedutibilidade: $A \vdash b$

- (i) b é axioma ou $b \in A$
- (ii) b segue de formulas anteriores por aplicação de modus ponens

Teorema de dedução: $A, b \vdash c$ se e somente se $A \vdash b \rightarrow c$

Correção e completude: $A \models b$ sse $A \vdash b$

Sintaxe

Negação:

$((a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow \sim b)) \rightarrow \sim a$	Johanssen-Kolmogorov
$(a \wedge \sim a) \rightarrow b$	Brower-Heiting
$a \vee \sim a$	

Regra de Inferência: $a, a \rightarrow b / b$

Relação de dedutibilidade: $A \vdash b$

- (i) b é axioma ou $b \in A$
- (ii) b segue de formulas anteriores por aplicação de modus ponens

Teorema de dedução: $A, b \vdash c$ se e somente se $A \vdash b \rightarrow c$

Correção e completude: $A \models b$ sse $A \vdash b$

Argumento do Ateu

Q: Deus quer evitar o mal

C: Deus é capaz de evitar o mal

I: Deus é impotente

M: Deus é malevolente

E: O mal existe

D: Deus existe

$Q \wedge \sim C \rightarrow I$

$C \wedge \sim Q \rightarrow M$

$E \rightarrow \sim Q \vee \sim C$

E

$D \rightarrow \sim I \wedge \sim M$

$\sim D$

Ela é uma bruxa

- 1) Se uma mulher queima então é uma bruxa
- 2) Ela é uma mulher
- 3) Se algo é feito de madeira então queima
- 4) Se algo flutua, então é de madeira
- 5) Patos flutuam
- 6) Se dois objetos tem o mesmo peso e um deles flutua, então o outro também flutua
- 7) Ela tem o mesmo peso de um pato
- 8) Logo, ela é uma bruxa