FUNDAÇÃO EDITORA DA UNESP

Presidente do Conselho Curador
José Carlos Souza Trindade

Diretor-Presidente
José Castilho Marques Neto

Editor Executivo
Jézio Hernani Bomfim Gutierre

Conselho Editorial Acadêmico
Alberto Ikeda
Antonio Carlos Carrera de Souza
Antonio de Pádua Pithon Cyrino
Benedito Antunes
Isabel Maria F. R. Loureiro
Ligia M. Vettorato Trevisan
Lourdes A. M. dos Santos Pinto
Raul Borges Guimarães
Ruben Aldrovandi
Tania Regina de Luca

Editora Assistente
Joana Monteleone

IMPRENSA OFICIAL DO ESTADO DE SÃO PAULO

Diretor-Presidente
Hubert Alquéres

Diretor Vice-Presidente
Luiz Carlos Frigerio

Diretor Industrial
Teiji Tomioka

Diretor Financeiro e Administrativo
Richard Vainberg

CEZAR A. MORTARI

INTRODUÇÃO À LÓGICA

1ª reimpressão

Editora UNESP

imprensaoficial

© 2001 Cezar A. Mortari

Direitos de publicação reservados a:

Fundação Editora da UNESP (FEU)
Praça da Sé, 108
01001-900 - São Paulo - SP
Tel.: (0xx11) 3242-7171 Fax: (0xx11) 3422-7172
www.editora.unesp.br
feu@editora.unesp.br

Imprensa Oficial do Estado S. A.
Rua da Mooca, 1921
03103-902 - São Paulo - SP
Tel.: (0xx11) 6099-9800 Fax: (0xx11) 6099-9674
SAC 0800 123401
www.imprensaoficial.com.br
livros@imprensaoficial.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Mortari, Cezar A.
Introdução à lógica / Cezar A. Mortari. - São Paulo: Editora UNESP: Imprensa Oficial do Estado, 2001.

Bibliografia.
ISBN 85-7139-337-0 (Editora UNESP)
85-7060-182-4 (Imprensa Oficial do Estado)

1. Lógica 2. Filosofia I. Título II. Série.

01-0819 CDD-160

Índice para catálogo sistemático:
1. Lógica: Filosofia 160

Editora afiliada:

Asociación de Editoriales Universitárias de America Latina y el Caribe

Associação Brasileira das Editoras Universitárias

Para Stefan e Mathias

da lógica clássica, Gottlob Frege, estava originalmente preocupado com o uso da lógica na fundamentação da matemática — basicamente, buscando tornar mais precisa a noção de *prova* ou *demonstração* matemática. Ora, proposições matemáticas são normalmente entendidas como verdadeiras independentemente do tempo e lugar, do falante etc., ou seja, livres de qualquer contexto. Dito de outra forma, uma sentença matemática expressa uma e somente uma proposição — ao contrário, como vimos, de sentenças como 'Eu estou com fome', que podem ser usadas por diferentes pessoas em diferentes ocasiões para expressar diferentes proposições.

Assim, dado esse caráter particular das proposições matemáticas, temos a razão pela qual se fez, na lógica clássica, a simplificação de que falamos anteriormente: trabalhar com sentenças diretamente, em vez de proposições. Essa decisão, como vimos, poupa trabalho, pois nos libera de fazer uma teoria das proposições e nos permite ficar no nível das sentenças, objetos que, por exemplo, têm uma estrutura facilmente reconhecível.

Note que essa decisão deixa de fora aspectos (como o tempo) que podem ser importantes em outras aplicações que não na matemática. O universo da figura 5.1 é um universo estático: não há um momento posterior àquele representado, em que Miau esteja mais perto de Tweety, ou em que Tweety tenha voado embora. Se você quiser, um tal universo é um recorte do universo real, restrito a um pequeno lugar e a um certo instante — como uma fotografia.

Dessa maneira, para utilizar o CQC para formalizar conhecimento e fazer inferências sobre um domínio de estudo, um universo, um assunto, ou mesmo para formalizar um argumento (i.e, traduzi-lo para uma linguagem artificial da lógica), precisamos primeiro fazer uma "modelagem matemática" deste: coisas como tempo, imprecisões, ambigüidades são todas eliminadas. Podemos então usar a lógica clássica para raciocinar sobre esse modelo resultante.

Note que isso não é uma decisão tão drástica e arbitrária quanto parece: várias outras ciências fazem a mesma coisa. Na matemática, falamos de entidades como pontos sem dimensão, linhas sem largura; na mecânica temos superfícies sem atrito, e assim por diante. Modelos são sempre aproximações ou idealizações da realidade, e mesmo assim (ou talvez justamente por isto) extremamente úteis.

CAPÍTULO 6

A SINTAXE DO CÁLCULO DE PREDICADOS (I)

Este capítulo tem por objetivo apresentar a linguagem artificial utilizada pelo *cálculo de predicados de primeira ordem*. Vamos primeiramente introduzi-la de modo mais informal, tratando-a com mais rigor no próximo capítulo.

6.1 Símbolos individuais

Como você recorda, para caracterizar uma linguagem formal necessitamos, primeiro, especificar seu *alfabeto*, ou conjunto de símbolos básicos; depois, especificar ainda uma *gramática* para definir que expressões (ou seja, seqüências finitas de símbolos da linguagem) são bem-formadas. Recorde que uma expressão de uma linguagem é *qualquer* seqüência finita de símbolos dessa linguagem, mas nem todas elas são bem-formadas. (Assim, '<+2×' e '2 < 5' são expressões de uma linguagem da aritmética, mas apenas a segunda é bem-formada.)

O alfabeto do CQC é o seguinte conjunto de 65 caracteres:

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*
n	*o*	*p*	*q*	*r*	*s*	*t*	*u*	*v*	*w*	*x*	*y*	*z*
A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*	*L*	*M*
N	*O*	*P*	*Q*	*R*	*S*	*T*						
¬	∨	∧	→	↔	∀	∃	(	)				
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			

A partir deste alfabeto, deste conjunto de caracteres, é que vamos construir as expressões da linguagem — começando pelas expressões básicas.

O primeiro grupo de expressões básicas da linguagem do CQC são as chamadas *constantes individuais*, que têm a função de designar indivíduos. Usaremos as letras minúsculas $a,\ldots,t$ como constantes individuais, admitindo também o uso de subscritos: por exemplo, a_1, q_{22} etc. (Subscritos serão numerais arábicos para os números naturais positivos.) A possibilidade do uso de subscritos nos garante que vamos ter um conjunto infinito, enumerável, de constantes individuais. Vamos apresentá-las segundo uma ordem canônica, que é a seguinte:

$$a,b,c,\ldots,t,a_1,b_1,\ldots,t_1,a_2,\ldots$$

Seguindo esta ordem, a é a primeira constante, b é a segunda, e assim por diante. Note que há uma diferença entre um caractere da linguagem (um elemento do alfabeto, que é um conjunto finito de caracteres) e uma expressão básica como uma constante individual, de que temos um número infinito. Uma expressão básica, ainda que básica, já é construída a partir dos caracteres do alfabeto. (É a mesma diferença que você encontra, no português, entre a letra 'o' e a palavra — o artigo definido — 'o'.)

Vamos relembrar o argumento (A1), apresentado no início do capítulo anterior:

(A1) P1 Cleo é um peixe.
P2 Miau é um gato.
► Cleo é um peixe e Miau é um gato.

Poderíamos usar a letra c para simbolizar 'Cleo', e a primeira premissa do argumento, meio traduzida para a linguagem do CQC, ficaria assim:

c é um peixe.

Constantes individuais funcionam como *nomes*. Isso, contudo, não se restringe apenas aos *nomes próprios* em português (como 'João', 'Maria', 'Cleo' etc.), mas pode incluir também o que chamamos de *descrições definidas*. Por exemplo, a expressão 'o autor de *D. Quixote*', embora não seja um nome próprio, designa univocamente um indivíduo — bem como a expressão 'o navegador português que descobriu o Brasil'. Assim, uma frase como

O autor de *D. Quixote* é espanhol

seria traduzida, para começar, por

a é espanhol,

em que usamos a para 'o autor de *D. Quixote*'. (Veremos, mais tarde, que descrições definidas também podem ser analisadas e representadas de outras maneiras, mas, por enquanto, vamos fazer uso de constantes individuais para isso.)

É importante notar, uma vez que constantes individuais funcionam como nomes, que você não pode usar a mesma constante para dois indivíduos diferentes. Por exemplo, se você estiver formalizando um argumento envolvendo João e José, não é permitido usar a letra j para indicar a ambos. Mas você pode, claro, usar j_1 e j_2. Por outro lado, é possível (e permitido) que um indivíduo tenha vários nomes — correspondendo às diferentes descrições que podemos ter de uma mesma pessoa, como 'Machado de Assis', 'o autor de *Dom Casmurro*' etc. Dessa forma, podemos usar várias constantes para fazer referência a um mesmo indivíduo.

O segundo grupo de expressões básicas da linguagem que vamos ver agora são as *variáveis individuais*. Usaremos as letras minúsculas $u,\ldots,z$, com ou sem subscritos, para as variáveis. Da mesma forma que as constantes, temos um conjunto enumerável de variáveis, e uma ordem canônica, a saber:

$$u,v,w,x,y,z,u_1,v_1,\ldots,z_1,u_2,\ldots$$

As variáveis individuais funcionam, gramaticalmente, como as constantes, isto é, como nomes. Porém, obviamente, elas não são nomes de indivíduos específicos, mas têm associado a si um domínio de variação. Como vimos no capítulo 3, precisamos especificar quais são os substituendos e quais são os valores das variáveis. Os substituendos — as coisas pelas quais podemos substituir uma ocorrência de variável em uma expressão da linguagem — serão (por enquanto) as

constantes individuais da linguagem, e os valores, todos os indivíduos do universo que estivermos investigando. Assim, se nosso universo for um conjunto de peixinhos dourados, o valor que uma variável como, digamos, x pode tomar será algum desses peixinhos.

Da mesma forma em que escrevemos 'c é um peixe' para indicar que o indivíduo (determinado) cujo nome é c é um peixe, podemos também escrever, usando uma variável,

x é um peixe,

que afirma, de algum indivíduo não especificado ainda, que ele é um peixe.

Se você quiser um análogo em português de variáveis, compare a sentença

Cleo é um peixe. (1)

com a seguinte, tomada fora de qualquer contexto:

ela é linda.

Enquanto 'Cleo' (supostamente) se refere univocamente a um indivíduo, que dizer de um pronome como 'ela'? Podemos considerar um pronome (aliás, é de onde vem essa denominação) como "marcador" do lugar de um nome. No caso, a palavra 'ela' não se refere a um indivíduo específico, da mesma forma que

x é um número

não se refere a um número específico. Enquanto (1) expressa uma proposição, e é, então, verdadeira ou falsa, 'x é um número' não pode ser dita simplesmente verdadeira ou falsa; isso depende do valor que x tomar num determinado contexto. Da mesma maneira, só podemos dizer se a sentença 'ela é linda' é verdadeira ou falsa se soubermos a quem o pronome 'ela' se refere.

As constantes individuais e variáveis individuais da linguagem do CQC são denominadas *termos* dessa linguagem. Constantes e variáveis são também comumente chamadas de *símbolos individuais*, mas, por favor, não confunda esse uso de 'símbolo' com o de 'símbolos da linguagem' — isto é, os caracteres da linguagem. Mais uma vez,

temos um conjunto finito de caracteres da linguagem do CQC (o alfabeto), e um conjunto infinito de, por exemplo, constantes. Constantes já não são parte do alfabeto da linguagem, mas são *expressões* formadas a partir deste; elas envolvem ao menos uma letra minúscula, e eventualmente um subscrito.

Exercício 6.1 Diga, de cada uma das expressões abaixo, se ela é ou não uma expressão da linguagem do CQC. Caso seja, diga também se ela é uma constante, ou uma variável:

(a)	a	(e)	e'	(i)	w_{725}
(b)	z_2'	(f)	p_0	(j)	pq
(c)	x_{VI}	(g)	9	(k)	q_{-1}
(d)	t_{47}	(h)	$-a$	(l)	k

6.2 Constantes de predicado e fórmulas atômicas

Nosso próximo passo será introduzir símbolos para *propriedades* e *relações*. Como vimos, ser um pássaro é uma propriedade que Tweety tem, e é necessário também poder representá-la na linguagem. Mas precisamos primeiro conversar um pouco sobre o que são propriedades.

Como você recorda, uma suposição básica que estamos fazendo é a de que os indivíduos de que falamos têm propriedades e estão em certas relações com outros indivíduos. Até agora, estivemos falando informalmente sobre propriedades e relações — por exemplo, ao falarmos de conjuntos — e talvez fosse esta a ocasião para precisar um pouco mais o que são essas coisas. Porém, não pretendo entrar aqui em questões metafísicas sobre a existência (ou não) de propriedades no mundo; vou simplesmente supor que existam. Para nós, o importante é que uma propriedade — também chamada de *predicado de grau* 1, ou *predicado de* 1 *lugar*, ou ainda *predicado unário* —, seja lá o que for, possa ser especificada como se segue:

x é um gato,

x é um filósofo.

Ou seja, por meio de uma expressão do português, na qual aparecem variáveis — no caso acima, x — tais que, se as substituirmos pelo nome de algum indivíduo, o resultado é uma sentença declarativa. As variáveis têm aqui a função de "marcadores de lugar", isto é, indicam as posições, dentro da expressão lingüística, onde podem ser colocados nomes para formar uma sentença declarativa. (Para simplificar, usaremos as variáveis do CQC como marcadores de lugar ao especificar predicados, mas não deve haver confusão sobre essas suas duas funções.) Expressões do português (ou de qualquer língua) que contêm variáveis, e que podem ser transformadas em sentenças declarativas pela substituição das variáveis por nomes, são usualmente chamadas de *formas sentenciais* ou *funções proposicionais*.

Ter propriedades nos leva, então, a nosso terceiro grupo de expressões básicas, as *constantes de predicado* (também denominadas '*símbolos* de predicado'). Para elas, usaremos letras maiúsculas $A,\ldots,T$; naturalmente podendo admitir subscritos, como A_1, R_{44} etc. A ordem canônica é a seguinte:

$$A,B,C,\ldots,T,A_1,B_1,\ldots,T_1,A_2,\ldots$$

Assim, se usarmos a letra P para representar a propriedade 'x é um peixe', a primeira premissa de (A1), 'Cleo é um peixe', seria formalizada da seguinte maneira (onde c é Cleo, lembra?):

$$Pc.$$

Note que o símbolo de predicado é escrito *antes* da constante individual. Nada nos impede de fazer o contrário, desde que usemos a notação de modo homogêneo. O usual, contudo, é colocar a constante de predicado primeiro, e é o que faremos aqui. De maneira similar, se utilizarmos G para simbolizar 'x é um gato', e m para 'Miau', teríamos a segunda premissa do argumento assim:

$$Gm.$$

Expressões como Pc e Gm acima são chamadas de *fórmulas*. Na verdade, são as fórmulas mais simples que temos e, por corresponderem a sentenças atômicas, vamos chamá-las de *fórmulas atômicas*. Nos dois casos exemplificados, uma fórmula atômica foi obtida aplicando-se um símbolo de propriedade a uma constante individual. Podemos obter também fórmulas atômicas com variáveis — por exemplo, Px, o que corresponde à forma sentencial 'x é um peixe'. (Isto nos será útil logo mais adiante.)

Lembre-se de que uma das características do CQC é que, ao traduzir uma sentença para a sua linguagem, abstraímos o tempo verbal. Por exemplo, se tivermos o símbolo F representando a propriedade 'x é um filósofo', e s representando Sócrates, a sentença 'Sócrates *foi* um filósofo' seria escrita da seguinte maneira:

$$Fs,$$

o que, se "retraduzido" para o português, significaria que Sócrates *é* um filósofo. Resumindo: antes de formalizar sentenças no CQC, precisamos passar todos os tempos verbais para o presente.

Antes de nos ocuparmos da conclusão de (A1), vamos falar um pouco mais sobre as constantes de predicado. Como você vê, se elas são chamadas 'constantes de *predicado*', em vez de 'constantes de propriedade', é porque deve haver mais a ser dito a este respeito. De fato, existem predicados que *não são* propriedades. Considere a sentença abaixo:

João é mais alto que Maria. (2)

Enquanto, com 'Tweety é um pássaro', dizíamos que o indivíduo cujo nome é 'Tweety' tem a propriedade de ser um pássaro, aqui precisamos usar uma outra terminologia. O que dizemos é que João e Maria se encontram numa certa *relação*. Não podemos dizer que um deles, individualmente, tenha a propriedade de ser mais alto que — ficaria esquisito afirmar 'João é mais alto que'. Poderíamos, é claro, dizer que João tem a propriedade 'x é mais alto que Maria', mas isso esconde a existência do indivíduo Maria. Além do mais, suponhamos que você tivesse que formalizar também a sentença

João é mais alto que Carlos.

Se você fosse formalizá-la também com símbolos de propriedade, você teria que ter um *novo* símbolo para a propriedade 'x é mais alto que Carlos' — que é uma propriedade diferente de 'x é mais alto que Maria'.

Assim, o mais natural é usar um segundo tipo de símbolo de predicado: símbolos para relações entre *dois* indivíduos: as relações binárias, ou *predicados de grau 2* — também chamados de *predicados de 2 lugares*, ou *binários*. Com respeito à sentença (2), poderíamos representá-la da seguinte maneira, utilizando o símbolo H para representar a relação 'x é mais alto que y', e j e m para denotar, respectivamente, João e Maria:

$$Hjm.$$

Temos, então, um segundo tipo de fórmula atômica, que consiste em tomar uma constante de predicado binário (de relação binária, portanto) e acrescentar-lhe dois símbolos individuais (constantes ou variáveis). Note que, tendo agora dois termos escritos após a constante de predicado, temos que cuidar da *ordem* em que eles aparecem. As fórmulas Hjm e Hmj dizem coisas diferentes: a primeira, que João é mais alto que Maria; a segunda, que Maria é mais alta que João. (Obviamente, se uma delas for verdadeira, a outra será falsa.) As variáveis que estamos usando como marcadores de lugar indicam também a ordem em que os termos devem ser colocados depois da constante de predicado, o que é possível, já que elas foram introduzidas em uma ordem padrão (ou canônica). Ou seja, como x precede y na ordem canônica, o x que ocorre em 'x é mais alto que y' diz que o *primeiro* símbolo individual depois da constante de predicado — j, em Hjm — se refere ao indivíduo, João, que é mais alto que o outro indivíduo, Maria.

Resumindo, temos um tipo de constante de predicado que é um símbolo de propriedade: propriedades aplicam-se a indivíduos isoladamente. E temos símbolos de relações entre dois indivíduos. Mas será que não poderia haver uma relação entre *três* indivíduos? Claro. Um exemplo seria:

João está sentado entre Maria e Cláudia. (3)

Neste caso, poderíamos introduzir a constante de predicado E para denotar a relação ternária 'x está sentado entre y e z', o que nos daria, supondo que j, m e c denotem os indivíduos em questão:

$$Ejmc.$$

Ainda a respeito desse exemplo, gostaria de mencionar que as variáveis que indicam os lugares a preencher não precisam aparecer necessariamente na ordem padrão quando especificamos um predicado. A sentença (3) pode ser também adequadamente formalizada usando-se um símbolo S que represente a relação 'y está sentado entre x e z'. O resultado seria

$$Smjc,$$

que tem a vantagem visual de colocar j entre m e c. Isso acontece porque y vem depois de x na ordem canônica; assim, como temos as variáveis x, y e z, x marca o primeiro lugar depois da constante de predicado, y o segundo, e z o terceiro. Enfim, há várias maneiras de especificar um predicado, e o importante é que, uma vez fixado um símbolo e o que ele representa, você o use de modo coerente.

Note também que o número de lugares de um predicado será indicado pelo número de marcadores de lugar diferentes. Assim, se tivermos o seguinte predicado:

x bateu o carro de y, que ficou irritado e deu uma surra em x,

fica fácil ver que este é um predicado de grau *dois* (ainda que x ocorra duas vezes, temos apenas dois indivíduos envolvidos).

Como você viu, constantes de predicados podem representar relações envolvendo n indivíduos, para algum n. No geral, dizemos que temos: símbolos de predicados *unários* (propriedades), *binários* (relações entre dois indivíduos), *ternários* (relações entre três indivíduos), ..., *n-ários* ou *enários* (relações entre n indivíduos, para algum número natural n). Todos eles são chamados de constantes (ou símbolos) de predicado. Se desejarmos — e alguns autores fazem isso —, podemos convencionar que os símbolos de predicados são constituídos de uma letra maiúscula seguida de um índice superior, como A^1, F^2, R^3 etc., indicando o seu *grau*. Isto é, indicando que se trata, respectivamente, de predicados unários, binários, ternários etc. Não usaremos essa convenção aqui, esperando ficar sempre claro, pelo contexto, a quantos indivíduos nossos símbolos de predicado se aplicam.

Resta ainda um caso a considerar: se temos símbolos de predicados n-ários, para qualquer número natural n, isso significa que n pode ser

igual a zero? Pode. Um predicado *zero-ário* nada mais é do que uma letra maiúscula isolada, que usamos principalmente para representar sentenças como

Está chovendo,

que, na verdade, são orações sem sujeito, isto é, não atribuem algo a alguém.

Constantes de predicado zero-árias são também chamadas de *letras sentenciais*. Contudo, há outros usos para elas, além de simbolizar orações sem sujeito. Em princípio, você pode usar uma letra sentencial para formalizar *qualquer* sentença. Por exemplo, seria correto usar A para formalizar a sentença 'Sócrates é um filósofo' — assim como, em princípio, nada impede que formalizemos 'João é mais alto que Maria' usando um símbolo para a propriedade '*x* é mais alto que Maria'. Ninguém é obrigado a formalizar 'Sócrates é um filósofo' como *Fs*, ou 'João é mais alto que Maria' como *Hjm*. Por exemplo, se quiséssemos formalizar essa última sentença no CPC (que é, como falei, um subsistema do CQC), iríamos fazê-lo usando apenas uma letra sentencial. (A linguagem do CPC, como você terá ocasião de ver depois, é mais fraca.) Acontece apenas que muitos argumentos que seriam intuitivamente válidos podem acabar sendo considerados inválidos se a tradução para a linguagem formal não for detalhada o suficiente.

Voltaremos mais tarde a falar disso. Agora, antes de encerrar esta seção, vamos caracterizar de modo preciso o que são as fórmulas atômicas da linguagem do CQC. Para recordar, o primeiro passo ao se definir a linguagem de uma teoria lógica é especificar o conjunto de símbolos que serão utilizados — é o que fizemos até aqui (mas não terminamos ainda). O segundo passo, como foi mencionado no início deste capítulo, é dizer, a respeito das expressões formadas por esses símbolos, quais são *bem-formadas*, e quais não são. Por exemplo, tanto 'gato' como 'existem gatos pretos' como 'xrtga' são expressões do português. Entretanto, somente as duas primeiras são ditas "bem-formadas" — ou seja, correspondem, respectivamente, a uma *palavra* e a uma *sentença* do português. A terceira, 'xrtga', não é nem palavra nem sentença.

Contudo, critérios para decidir se algo é uma palavra, ou uma sentença, em uma linguagem natural, às vezes podem ser imprecisos. Isso ocorre porque as línguas evoluem, e demora sempre um pouco até que, digamos, uma nova expressão ache o caminho do dicionário. Em uma linguagem artificial, por outro lado, o objetivo é eliminar qualquer inexatidão; logo, a caracterização de uma expressão bem-formada é feita por meio de uma definição rigorosa. A linguagem do CQC que vimos até agora está longe de ser completa, mas vamos fazer uma pausa aqui e começar a definir o que são suas expressões bem-formadas.

O primeiro grupo de expressões bem-formadas, claro, nós já vimos: são os *termos*, isto é, as constantes e variáveis individuais. O segundo grupo, que começaremos a definir agora, são as chamadas *fórmulas bem-formadas*, ou, simplesmente, *fórmulas*.

A definição de fórmula que teremos aqui é *indutiva*. Isso consiste em apresentar elementos iniciais do conjunto a ser definido, e depois listar regras que permitem obter novos elementos a partir daqueles já existentes. No caso de nossa definição de fórmula, começarei apresentando a base de tudo, as fórmulas atômicas. Mais tarde, vou mostrar como fórmulas complexas podem ser construídas a partir delas.

As fórmulas atômicas são definidas por meio da seguinte cláusula:

(1) Se **P** é um símbolo de predicado *n*-ário, para algum número natural *n*, e $\mathbf{t}_1, \ldots, \mathbf{t}_n$ são termos, então $\mathbf{P}\mathbf{t}_1 \ldots \mathbf{t}_n$ é uma fórmula.

Vejamos alguns comentários sobre isso. Primeiro, note que o símbolo '**P**' (que está em **negrito**) não faz parte da linguagem do CQC: é uma *variável metalingüística* (ou *variável sintática*) que representa uma constante de predicado qualquer — que pode ser *A*, *B*, *C* etc. (Note que as letras que fazem parte do alfabeto do CQC estão sendo escritas em *itálico*.) Do mesmo modo, '$\mathbf{t}_1$',..., '$\mathbf{t}_n$' também são metavariáveis que indicam termos (constantes ou variáveis individuais) quaisquer. A cláusula acima, como foi dito, define as fórmulas atômicas: elas consistem em um símbolo de predicado *n*-ário seguido de *n* termos — notando-se que *n* pode ser zero, claro. Assim, se o símbolo de predicado é, por exemplo, ternário, deve ser seguido de *exatamente* três termos, nem mais, nem menos. Se for zero-ário, zero termos (ou seja, nenhum). Se for unário, um termo. E assim por diante.

Resta-nos considerar o caso da conclusão do argumento (A1), que afirma que Cleo é um peixe e Miau é um gato. Este é um caso mais complicado, e vamos tratá-lo na próxima seção, depois de alguns exercícios.

Exercício 6.2 Usando a notação sugerida, traduza as sentenças abaixo para a linguagem do CQC.
c: Cleo; *m*: Miau; *t*: Tweety; *F*: *x* é um peixe; *P*: *x* é um pássaro; *G*: *x* é um gato; *M*: *x* é maior do que *y*; *L*: *x* gosta mais de *y* do que de *z*.

(a) Cleo é um pássaro.
(b) Miau é um peixe.
(c) Miau é maior que Cleo.
(d) Tweety é um gato.
(e) Tweety é maior que Miau.
(f) Miau é maior que Tweety.
(g) Miau gosta mais de Cleo do que de Tweety.
(h) Tweety gosta mais de Miau do que de Cleo.
(i) Cleo gosta mais de si mesma do que de Miau.

Exercício 6.3 Traduza as seguintes sentenças para a linguagem do CQC, usando a notação sugerida:

(a) Carla é pintora. (*c*: Carla; *P*: *x* é pintora)
(b) Paulo é jogador de futebol. (*p*: Paulo; *J*: *x* é jogador de futebol)
(c) Carla é mais alta que Paulo. (*A*: *x* é mais alto que *y*)
(d) Paulo é irmão de Carla. (*I*: *x* é irmão de *y*)
(e) Paulo ama Denise. (*d*: Denise; *A*: *x* ama *y*)
(f) Denise ama Paulo.
(g) Carla gosta de si própria. (*G*: *x* gosta de *y*)
(h) A Lua é um satélite da Terra. (*l*: a Lua; *t*: a Terra; *S*: *x* é um satélite de *y*)
(i) Carla deu a Paulo o livro de Denise. (*D*: *x* dá a *y* o livro de *z*)
(j) Paulo deu a Carla o livro de Denise.
(k) Paulo é filho de Alberto e Beatriz. (*a*: Alberto; *b*: Beatriz; *F*: *x* é filho de *y* e *z*)
(l) Florianópolis fica entre Porto Alegre e Curitiba. (*f*: Florianópolis; *p*: Porto Alegre; *c*: Curitiba; *E*: *x* fica entre *y* e *z*)
(m) Curitiba fica entre Florianópolis e São Paulo. (*s*: São Paulo)

(n) Paulo comprou em Curitiba um quadro de Matisse para presentear Denise. (*m*: Matisse; *C*: *x* comprou em *y* um quadro de *z* para presentear *w*)
(o) Alberto comprou em São Paulo um quadro de van Gogh para presentear Beatriz. (*g*: van Gogh)

6.3 Operadores e fórmulas moleculares

Voltemos agora a considerar a conclusão do argumento (A1) anteriormente apresentado, a saber, 'Cleo é um peixe e Miau é um gato'. Como vimos, essa é uma sentença molecular ou complexa, e contém as duas premissas do argumento como partes. Um outro exemplo de sentença molecular é:

João é músico ou João é pintor.

Aqui a expressão que faz a composição das sentenças 'João é músico' e 'João é pintor' é a conjunção 'ou'. A esse tipo de expressão do português, que forma sentenças a partir de sentenças mais simples, damos o nome de *operador lógico* ou *conectivo*. Como exemplos de operadores, temos os seguintes (as reticências indicam o lugar a ser ocupado por uma sentença):

- não é verdade que ...
- se ... então ...
- nem ... nem ...
- ou ... ou ...
- ... e ...
- é impossível que ...
- Darth Vader acredita que ...
- será o caso que ...

Existe um número muito grande de operadores nas linguagens naturais: a lista acima é apenas uma pequena amostra. Contudo, nem todos eles vão ser de interesse para o CQC. Entre aqueles que são formalizados no CQC, temos o operador de *negação*, em português geralmente indicado pela expressão 'não'. Dada uma sentença como 'Cleo é um peixe', podemos formar sua negação, dizendo

Cleo *não* é um peixe. (4)

Outras maneiras de indicar a negação são possíveis por meio do uso de expressões como 'não é verdade que', 'é falso que', ou por certos prefixos, como 'in-', 'a-' etc. Por exemplo, se dizemos algo como

'Sua afirmação é incorreta', estamos, de fato, dizendo 'Sua afirmação não é correta'. Nem sempre, contudo, há uma equivalência entre as duas versões. Se dissermos, por um lado, 'Sócrates não é feliz' e, por outro, 'Sócrates é infeliz', queremos dizer exatamente a mesma coisa com as duas sentenças? Há quem defenda que não ser feliz não implica necessariamente ser infeliz — haveria um meio termo, neutro, entre felicidade e infelicidade. Portanto, você deve tomar um certo cuidado ao formalizar prefixos negativos usando o operador de negação, pois uma formalização deve procurar, obviamente, ser o mais fiel possível ao texto original. Dito de outra forma, com a formalização pretendemos fazer uma tradução do português para a linguagem artificial do CQC — e, claro, gostaríamos portanto de preservar ao máximo o significado da expressão original.

Para representar o operador de negação vamos utilizar o símbolo $\neg$. Assim, a sentença (4) acima poderia ser formalizada no CQC da seguinte maneira (lembrando que c representa Cleo, e P a propriedade 'x é um peixe'):

$$\neg Pc.$$

Note que o símbolo de negação apareceu *antes* da sentença negada, enquanto, na versão em português, ele ocorre "dentro" dela, por assim dizer. Se quiser, você pode ler $\neg Pc$ como 'Não é verdade que Cleo é um peixe'.

Uma fórmula como $\neg Pc$ é chamada de fórmula *molecular*. É fácil ver que ela não é atômica: ela contém outra fórmula — a saber, Pc — como uma parte própria. Esse tipo de construção pode ser repetido. Por exemplo, se quisermos agora fazer a negação da fórmula $\neg Pc$, basta colocar $\neg$ na frente dela: $\neg\neg Pc$.

Note que $\neg\neg Pc$ e Pc são fórmulas *diferentes*. É claro que elas parecem ser a mesma coisa; afinal, negar duas vezes não é o mesmo que afirmar? Afirmar '*não é verdade que* a Terra *não* é redonda' não é o mesmo que afirmar 'a Terra é redonda'? Em certo sentido, claro que sim, mas note que são duas sentenças distintas em português (uma começa com 'não', a outra com 'a'). Do mesmo modo, as fórmulas são distintas: Uma começa com '$\neg$'; a outra, com 'P'.

O operador de negação tem uma característica interessante: configura o que chamamos de uma *função de verdade*. No caso da negação, isso quer dizer que podemos determinar se uma sentença negativa, como $\neg Pc$, é verdadeira ou falsa se soubermos se a sentença Pc, que está sendo negada, é verdadeira ou falsa. Por exemplo, se é verdade que Cleo é um peixe, então a sentença 'Cleo não é um peixe' será falsa. Por outro lado, se é falso que Cleo é um peixe, então a sentença 'Cleo não é um peixe' será verdadeira. Assim, a negação é uma função de verdade, como os outros operadores que vão nos interessar no CQC. Nem todo operador, contudo, tem essa característica: os últimos três operadores na lista apresentada anteriormente não são funções de verdade. Tome um operador como 'João acredita que ...'. O fato de uma proposição ser verdadeira não acarreta que João acredite nela — e João bem pode acreditar em proposições falsas. (Falaremos mais sobre funções de verdade, caracterizando-as com mais precisão, num dos próximos capítulos.)

O operador de negação é o que se chama de um operador *unário*, pois é aplicado a *uma* sentença apenas, para gerar uma sentença nova. Os demais operadores que vamos considerar são *binários*, ou seja, aplicam-se a *duas* sentenças para formar uma terceira. Vamos começar pelo 'e' mencionado acima, que tem o nome de *conjunção*. A conjunção é expressa em português por locuções como 'e', 'mas', 'todavia' etc. Claro que 'e' e 'mas' não têm exatamente o mesmo sentido em português, mas ambas as expressões têm em comum a característica de ligar duas sentenças, afirmando ambas. Se dizemos 'Pedro é inteligente e preguiçoso', ou 'Pedro é inteligente, mas preguiçoso', em ambos os casos estamos afirmando duas coisas de Pedro: que é inteligente *e também* que é preguiçoso. Ou seja, em ambos os casos, temos uma conjunção. Como você vê, a linguagem do CQC faz uma certa idealização com respeito à linguagem natural — as nuances de sentido diferenciando 'mas' e 'e' ficam, infelizmente, perdidas.

O símbolo que usaremos para a conjunção será $\wedge$. Podemos, enfim, escrever a conclusão do argumento (A1) na linguagem do CQC da seguinte maneira:

$$(Pc \wedge Gm).$$

Cada um dos elementos de uma conjunção chama-se um *conjuntivo*, ou *conjunto*. (Nota: não confundir com os conjuntos da teoria de conjuntos — e nem a palavra 'conjunção' com as conjunções da

gramática!) Você deve ter notado que a fórmula acima inclui parênteses: estes serão nossos sinais de pontuação, e falaremos logo a seguir a respeito da razão de seu uso. Mas vamos ver, antes, quais são os demais operadores.

Um outro operador que aparece no CQC é o de *disjunção*, que corresponde a 'ou' em português. O símbolo que vamos utilizar é $\vee$. Assim, a frase 'João gosta de Maria ou Maria gosta de João' poderia ser simbolizada da seguinte forma:

$$(Gjm \vee Gmj),$$

em que G simboliza 'x gosta de y', e j e m, obviamente, denotam João e Maria. Outras locuções em português usadas para indicar disjunção são 'ou ... ou ...', 'ora ... ora ...', e até mesmo '... e/ou ...'. Os elementos de uma disjunção são chamados de *disjuntivos*, ou *disjuntos*.

Talvez você estranhe o fato de incluirmos a expressão 'e/ou' entre os modos de expressar uma disjunção em português. É que há um sentido da disjunção, em português, que admite que ambas as alternativas se verifiquem. Quando dizemos, por exemplo, 'chove ou faz sol', admitimos que possa acontecer as duas coisas. Isto é, uma sentença disjuntiva será verdadeira quando pelo menos uma das alternativas o for, e, se as duas são verdadeiras, é óbvio que pelo menos uma o é. Mas falaremos disto mais tarde, e com mais detalhes, quando estudarmos a semântica para o CQC.

O próximo operador é conhecido como *implicação (material)*, e pretende-se que corresponda ao 'se ... então ...' em português. Uma sentença do tipo 'se ... então ...' é também chamada de *sentença condicional*, ou, simplesmente, de um *condicional*. (Como veremos mais tarde, o nome 'implicação' para esse operador não é nada apropriado.) O símbolo que utilizaremos para a implicação é $\rightarrow$. Desta forma, se usarmos a letra sentencial N para indicar 'Neva', e F para 'Faz muito frio', a sentença 'Se neva, então faz muito frio' seria formalizada assim:

$$(N \rightarrow F).$$

Dado um condicional, chamamos de *antecedente* à sentença que ocorre à esquerda de $\rightarrow$, ou seja, aquela que está com a partícula 'se': 'neva', no exemplo acima. À sentença que ocorre à direita de $\rightarrow$, ou seja, vinculada à partícula 'então', chamamos de *conseqüente*: 'faz muito frio', no exemplo acima. Nem sempre, contudo, o antecedente é dito primeiro em português: uma versão costumeira da sentença anterior seria 'Faz muito frio, se neva', em que temos primeiro o conseqüente e só depois o antecedente. Outras maneiras em português que indicam o condicional 'Se neva, então faz muito frio' seriam (usando N e F como acima):

N, F,
N somente se F,
F, se N,
N é condição suficiente para F,
F é condição necessária para N.

Vamos falar um pouco sobre isto. Intuitivamente, temos um condicional verdadeiro quando, se o antecedente for verdadeiro, o conseqüente também o é. Ou seja, não acontece que o antecedente seja verdadeiro e o conseqüente falso. Note que não estamos pretendendo que haja uma conexão *causal* ou *temporal* entre o antecedente e o conseqüente — recorde que, no CQC, fazemos abstração de considerações temporais. Não pretendemos dizer, com 'se neva, então faz muito frio', que o fato de estar nevando seja uma causa do fazer frio. O que queremos dizer é que, se é verdade que neva, isto é suficiente para que possamos afirmar que faz muito frio. Por outro lado, dissemos que fazer muito frio é uma condição necessária para que esteja nevando. Mais uma vez, isso não significa que primeiro esteja fazendo muito frio para depois nevar; queremos dizer apenas que não acontece que esteja nevando, mas que não esteja muito frio. Este é o sentido: você não pode ter neve sem ter muito frio. As mesmas observações se aplicam a 'neva somente se faz muito frio'.

O último operador que nos falta considerar é a *bi-implicação*. Uma proposição em que aparece uma bi-implicação é chamada *bicondicional*. Como o nome já sugere, é um condicional nas duas direções, correspondendo às expressões '... se e somente se ...' e '... é equivalente a ...'. O símbolo que usamos é $\leftrightarrow$. Portanto, $(N \leftrightarrow F)$ formaliza a sentença 'Neva se e somente se faz muito frio'.

A razão de 'N se e somente se F' ser um bicondicional é que, se olharmos bem, há dois condicionais envolvidos. Isto corresponde a:

[N, se F] e [N somente se F].

Ora, 'N, se F' é a mesma coisa que 'se F, então N'. Igualmente, 'N somente se F' é o mesmo que 'se N, então F'. Portanto, 'N se e somente se F' equivale a

[se F, então N] e [se N, então F],

o que caracteriza uma implicação nas duas direções: uma bi-implicação.

Concluindo esta seção, além das constantes individuais e de predicado, temos na linguagem do CQC os cinco símbolos de operadores, com os quais formamos as fórmulas moleculares: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, e $\leftrightarrow$. Além disso, temos os parênteses, que funcionam como sinais de pontuação.

Vamos continuar agora com nossa definição de fórmula, apresentando a segunda cláusula, que trata das fórmulas moleculares:

(2) Se α e β são fórmulas, então $\neg\alpha$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \rightarrow \beta)$, e $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ são fórmulas.

Aqui aparecem outra vez metavariáveis: 'α' e 'β' são usadas para indicar uma fórmula qualquer. Note que isso tanto pode se referir a fórmulas atômicas, quanto a fórmulas moleculares; assim, se α é a fórmula Pc e β a fórmula $(Gmx \leftrightarrow \neg Km)$, a conjunção de α e β, por exemplo, é $(Pc \wedge (Gmx \leftrightarrow \neg Km))$.

Neste livro vamos adotar a convenção de usar as letras gregas minúsculas α, β, γ e δ como metavariáveis para fórmulas (eventualmente, usando subscritos também, se necessário; α_1, por exemplo). É importante lembrar que elas são variáveis *metalingüísticas*, isto é, elas não fazem parte da linguagem do CQC. Assim, se alguém perguntar a você se a expressão '$(\neg\alpha \rightarrow \beta)$' é uma fórmula do CQC, você pode dizer tranqüilamente que *não*. Ela é, no máximo, um *esquema* de fórmula; algo que podemos transformar em uma fórmula substituindo 'α' e 'β' por fórmulas.

Você notou que, no caso dos operadores binários, as fórmulas são escritas *entre parênteses*. Isso garante que não haja ambigüidades: se dois operadores binários ocorrem numa fórmula, sempre haverá parênteses para indicar qual dos dois é o principal. Vamos falar sobre isso agora.

6.4 Sinais de pontuação

Os exemplos de sentença que você viu até agora eram bastante simples, envolvendo, em sua maioria, apenas um operador (além, claro, de constantes individuais e de predicado). Contudo, o usual é que tenhamos sentenças de maior complexidade, onde um operador é aplicado a sentenças que já são complexas para formar sentenças mais complexas ainda. Considere o exemplo abaixo:

Se Sócrates é um filósofo e é grego, então Sócrates é mortal.

Obviamente, essa sentença é um condicional, e seu antecedente uma conjunção. Veja:

Se [(Sócrates é um filósofo) e (é grego)], então [Sócrates é mortal].

Admitindo que usemos s para designar Sócrates, e F, G e M para simbolizar as propriedades 'x é um filósofo', 'x é grego', e 'x é mortal', teríamos:

$$((Fs \wedge Gs) \rightarrow Ms).$$

Note que a fórmula acima também é um condicional e que corresponde ao condicional em português: o antecedente é a fórmula $(Fs \wedge Gs)$, e o conseqüente, a fórmula Ms.

Imagine agora que *não tivéssemos* os parênteses como sinais de pontuação. A fórmula anterior seria então escrita como

$$Fs \wedge Gs \rightarrow Ms.$$

Contudo, a expressão acima é ambígua, pois ela pode ser lida de duas maneiras, que distinguimos pela colocação de parênteses:

$$((Fs \wedge Gs) \rightarrow Ms) \quad \text{ou} \quad (Fs \wedge (Gs \rightarrow Ms)).$$

No primeiro caso temos o condicional que queríamos, enquanto, no segundo, temos uma *conjunção*: o conjuntivo da esquerda é Fs, e o da direita, o condicional $(Gs \rightarrow Ms)$.

Uma situação parecida acontece na matemática. Se alguém lhe pedisse para calcular o valor da expressão $2 \times 3 + 5$, você provavelmente diria que é 11 — mas por quê? Bem, você deve ter aprendido

na escola alguma regra parecida com "primeiro a multiplicação, depois a soma". Essa regra é que diferencia o caso anterior de $2\times(3+5)$: aqui, você *tem* que usar parênteses para indicar que 2 multiplica o valor da expressão $3+5$, e o resultado final é então 16.

Na lógica, temos[1] que fazer a mesma coisa. Nada indica, à primeira vista, que $Fs \wedge Gs \rightarrow Ms$ deva ser lida como pretendíamos — 'Se Sócrates é um filósofo e é grego, então Sócrates é mortal' — em vez de 'Sócrates é um filósofo e, se Sócrates é grego, então Sócrates é mortal'. Note que são duas sentenças diferentes, como mencionamos acima: uma é um condicional (cujo antecedente é uma conjunção); a outra é uma conjunção (onde um dos conjuntivos é um condicional). Assim, devemos também, neste caso, utilizar parênteses para indicar qual é a leitura desejada. Parênteses são *sinais de pontuação* e constituem mais um tipo de símbolo que faz parte da linguagem do CQC.

Para encerrar, uma observação importante: todas as fórmulas moleculares têm parênteses ao redor — exceto as negações. Parênteses só são necessários quando temos operadores binários. Assim, para cada operador binário que ocorrer em uma fórmula, deverá haver nela o par de parênteses correspondente a ele.

Antes de passarmos aos exercícios, vamos ver mais um exemplo de como traduzir uma sentença para a linguagem do CQC. Digamos que você queira formalizar o seguinte:

> Salma Hayek é morena, mas Claudia Schiffer e Cameron Díaz não o são.

Como proceder? Bem, obviamente a sentença acima (ou a proposição que ela expressa) envolve três indivíduos — as três damas em questão. Portanto, seria bom ter uma constante individual para cada uma delas. Por exemplo, s, c, e d, respectivamente. Agora, quais são os predicados envolvidos na história? De Salma Hayek, estamos

[1] Na verdade, não temos. Existe um tipo de notação, a *notação polonesa*, que dispensa o uso de parênteses. Basicamente, consiste em escrever o símbolo de operador primeiro, seguido então da ou das expressões a que ele está sendo aplicado. Por exemplo, em vez de escrevermos $(Fs \rightarrow Ms)$, escrevemos $\rightarrow FsMs$. É fácil então ver a diferença entre $((Fs \wedge Gs) \rightarrow Ms)$ e $(Fs \wedge (Gs \rightarrow Ms))$. A primeira seria escrita assim: $\rightarrow\wedge FsGsMs$. A segunda, por outro lado, ficaria assim: $\wedge Fs{\rightarrow}GsMs$.

dizendo que é morena; logo, precisamos de uma constante de propriedade, M por exemplo, para 'x é morena'. Algo mais? Aparentemente não, você concorda? O que estamos dizendo tanto de Claudia como de Cameron é que *não são morenas*. Assim, nenhuma constante de predicado, além de M, é necessária.

Escolhido esse conjunto de símbolos (constantes individuais e de predicado), vamos então tentar escrever a fórmula. Se olharmos bem para a estrutura da sentença em questão, veremos que ela é assim (usando colchetes para indicar os agrupamentos):

> [Salma Hayek é morena] mas [Claudia Schiffer e Cameron Díaz não o são],

ou seja,

> [Salma Hayek é morena] mas [Claudia Schiffer não é morena e Cameron Díaz não é morena].

Trocando agora 'Salma Hayek é morena' etc. pelas fórmulas correspondentes, ficamos com

$$Ms \text{ mas } [\text{não } Mc \text{ e não } Md].$$

Finalmente, só precisamos dos operadores e parênteses:

$$(Ms \wedge (\neg Mc \wedge \neg Md)).$$

Exercício 6.4 Diga, das expressões abaixo, se são fórmulas ou não, e por que, supondo que A é um símbolo de predicado zero-ário, P e Q são símbolos de propriedade, e R, de relação binária:

(a) Rab
(b) $\neg Px$
(c) aRb
(d) $(Ra \rightarrow Qb)$
(e) $((\neg Rxa \leftrightarrow Qb) \wedge Pc)$
(f) $(\alpha \vee \neg\beta)$
(g) $((\neg Rxy \rightarrow Qc) \wedge \neg(Pb \vee A))$
(h) $(A \rightarrow (Pb \vee Rcc))$

Exercício 6.5 Usando a notação sugerida, transcreva as sentenças abaixo para a linguagem do CQC.
c: Cleo; m: Miau; t: Tweety; F: x é um peixe; P: x é um pássaro; G: x é um gato; M: x é maior do que y; L: x gosta mais de y do que de z.

(a) Cleo não é um pássaro.
(b) Miau não é um peixe.
(c) Miau é um gato ou é um pássaro.
(d) Miau é um gato e é maior que Cleo.
(e) Tweety não é um gato.
(f) Ou Tweety é maior que Miau, ou Miau é maior que Tweety.
(g) Se Miau é maior que Tweety, então Tweety não é maior que Miau.
(h) Miau é maior que Tweety, se Tweety não é maior que Miau.
(i) Se Miau é um gato, então não é um peixe.
(j) Miau gosta mais de Cleo do que de Tweety se e somente se Tweety é um pássaro.
(k) Tweety gosta mais de Miau do que de Cleo, mas Miau não gosta mais de Cleo do que Tweety.
(l) Nem Miau nem Cleo são pássaros.
(m) Tweety não é um gato ou não é um peixe.
(n) Não é verdade que Tweety é um gato e um peixe.
(o) Não é o caso que, se Miau é um gato, então é um peixe.

Exercício 6.6 Formalize as sentenças abaixo, usando a notação sugerida:

(a) Carla é pintora, mas Paulo é jogador de futebol. (*c*: Carla; *p*: Paulo; *P*: *x* é pintora; *J*: *x* é jogador de futebol)
(b) Ou Paulo é um engenheiro, ou Carla o é. (*E*: *x* é engenheiro)
(c) Carla é pintora, mas Paulo é engenheiro ou jogador de futebol.
(d) Se Sócrates é o mestre de Platão, então Platão é um filósofo. (*s*: Sócrates; *p*: Platão; *M*: *x* é o mestre de *y*; *F*: *x* é um filósofo)
(e) Paulo ama Denise, que ama Ricardo. (*d*: Denise; *r*: Ricardo; *A*: *x* ama *y*)
(f) Paulo ama a si próprio se e somente se ele é narcisista. (*A*: *x* ama *y*; *N*: *x* é narcisista)
(g) Chove ou faz sol. (C: chove; S: faz sol)
(h) Não chove, mas nem faz sol nem está frio. (*F*: está frio)
(i) João vai à praia, se o tempo estiver bom. (*j*: João; *P*: *x* vai à praia; *T*: o tempo está bom)
(j) Se o tempo estiver bom, e não fizer muito frio, João irá à praia. (*F*: faz muito frio)
(k) Se o tempo não estiver bom, então, se fizer muito frio, João não irá à praia.

(l) A Terra é um planeta, e a Lua gira em torno da Terra. (*t*: a Terra; *l*: a Lua; *P*: *x* é um planeta; G: *x* gira em torno de *y*)
(m) Saturno é um planeta, mas não gira em torno de Alfa Centauri. (*s*: Saturno; *a*: Alfa Centauri)
(n) A Lua não é um planeta, nem gira em torno de Saturno.
(o) Miau é um gato preto. (*m*: Miau; G: *x* é um gato; *P*: *x* é preto)
(p) Miau é um gato angorá que não é preto. (*A*: *x* é angorá)
(q) Carla é mais alta que Paulo somente se Paulo é mais baixo que Carla. (*A*: *x* é mais alto que *y*; *B*: *x* é mais baixo que *y*)
(r) Carla não é mais alta que Paulo somente se for mais baixa ou tiver a mesma altura que ele. (*T*: *x* tem a mesma altura que *y*)

Exercício 6.7 Traduzir as fórmulas abaixo da linguagem do CQC para o português, sendo que:
a: Antonio; *b*: Bernardo; *c*: Cláudia; *d*: Débora;
F: *x* é um filósofo; G: *x* gosta de *y*; *D*: *x* detesta *y*.

(a) Gbd
(b) $(Fb \wedge Fd)$
(c) $(Fb \wedge \neg Fa)$
(d) $(Fa \wedge Gac)$
(e) $(Gbd \wedge Ddb)$
(f) $(\neg Gcb \vee \neg Gbc)$
(g) $(Gbb \rightarrow Dcb)$
(h) $(Gbd \leftrightarrow Dcd)$
(i) $(Dbd \rightarrow (Fb \vee Fd))$
(j) $((Fa \wedge Fc) \rightarrow (Gac \wedge Gca))$

6.5 Quantificadores e fórmulas gerais

Com o que vimos até agora da linguagem do CQC, podemos formalizar um grande número de argumentos. Mas que isso ainda é pouco você pode ver pelo exemplo abaixo:

(A2) P Aristóteles é um filósofo.
► Alguém é um filósofo.

A premissa do argumento não oferece problema: podemos formalizá-la por Fa, onde F representa a propriedade '*x* é um filósofo', e a designa Aristóteles. Porém, que fazer com a conclusão? Estamos afirmando que alguém é um filósofo; logo, a simbolização deveria ser algo como

$F\ldots$