

Lista VII - Física II - Gabarito

1) a)

$$\tan \theta' = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{u_y}{u_x + v} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + \frac{v}{c}},$$

b)

$$\tan \theta' = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{u_y}{\gamma(u_x + v)} = \frac{\sin \theta}{\gamma(\cos \theta + \frac{v}{c})}$$

c) O caso não relativístico é retomado quando $\gamma \simeq 1$.

d) Usando $p_x = -|\vec{p}| \cos \theta = -h\nu \cos \theta$ temos

$$\nu' = \gamma\nu(1 + \beta \cos \theta).$$

2) O quadrimomento é dado por $P^\mu = m\gamma(v)(c, \vec{v})$ e ainda $P^2 = m^2c^2$, de forma que sempre temos

$$g_{\mu\nu} \frac{dP^\mu}{d\tau} P^\nu = 0, \quad (1)$$

e portanto P^μ e F^μ são ortogonais.

3) Da conservação de energia

$$E = m\gamma c^2 + kx^2/2 = mc^2 + kb^2/2, \quad (2)$$

vem

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - (dx/dt)^2/c^2}} = 1 + \frac{k}{2mc^2}(b^2 - x^2) \\ \Rightarrow dt &= \frac{dx}{c} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow T = \frac{4}{c} \int_0^b \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)^{-\frac{1}{2}} dx. \end{aligned} \quad (3)$$

No limite não relativístico, definindo $\epsilon \equiv \frac{k}{2mc^2}(b^2 - x^2) \ll 1$ temos

$$T = \frac{4}{c} \int_0^b (2\epsilon(x))^{-\frac{1}{2}} dx = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (4)$$

4) Sejam duas partículas na situação inicial descritas pelos momentos p_1^μ e p_2^μ , após sua colisão o momento final é dado por

$$P = \left(\frac{E_1 + E_2}{c}, \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \right),$$

usando que $\frac{E_i^2}{c^2} - |\vec{p}_i|^2 > 0$ podemos mostrar que $P^2 > 0$ de modo que esse momento não pode estar associado a uma partícula de massa nula pois essa tem momento que respeita $P^2 = 0$.

5) Como m_2 está parada e m_1 em movimento, podemos escrever seus momentos como

$$p_1 = \left(\frac{E_1}{c}, \vec{p}_1 \right) \quad p_2 = (m_2 c^2, \vec{0}). \quad (5)$$

Para que a colisão ocorra com menor energia cinética possível devemos ter

$$E_1 = \frac{(m_1 + m_2 + \Delta M)^2 c^2 - m_2^2 c^2 - m_1^2 c^2}{2m_2}$$

$$E_1^{cin} = E_1 - m_1 c^2$$

6) a) Nesse caso devemos ter uma energia de $E_p = 2m_p c^2$. A velocidade dos protons deve ser

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c \simeq 0,87c. \quad (6)$$

b) A energia agora deve ser

$$E_p = 7m_p c^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{48}}{7} c \simeq 0,99c.$$