

4300375 - Física moderna I

**Aula 3 – Evidências da
mecânica quântica**
(parte 2)

Interação da radiação com a matéria

Na aula de hoje...

- O efeito fotoelétrico:
 - Definição do efeito fotoelétrico
 - As hipóteses de Einstein
 - O experimento de Millikan
- O efeito Compton
 - Observação experimental
 - O quanta de luz carrega momento

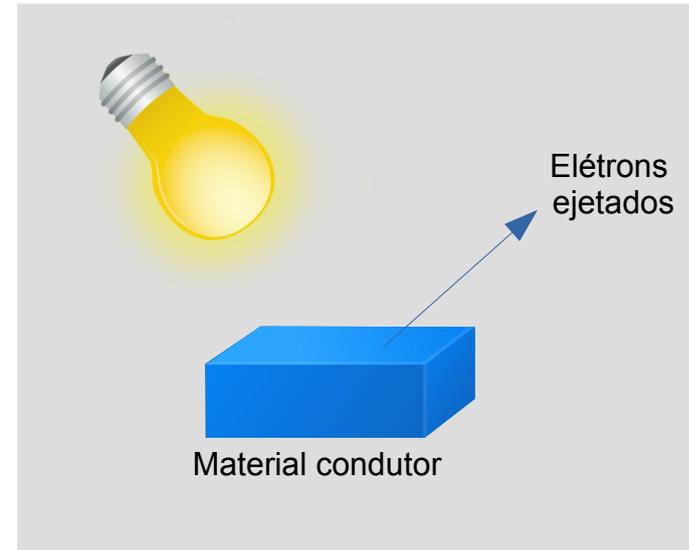
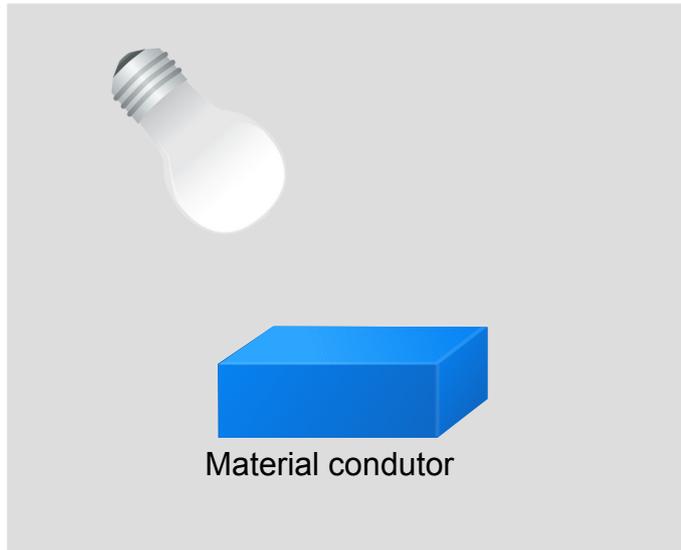
Efeito fotoelétrico

Histórico

- 1887 → Hertz descobriu que uma descarga elétrica entre dois eletrodos ocorre mais facilmente quando se faz incidir luz ultravioleta sobre um deles;
- 1899 → Thomson descobre que os raios emitidos pela iluminação com luz UV de uma superfície metálica no interior de um tubo de Crookes eram, na verdade, elétrons;
- 1902 → Experimentos de Lenard sobre as propriedades da emissão de elétrons pela incidência de luz;
- 1905 → Teoria de Einstein sobre o efeito fotoelétrico;
- 1916 → Experimentos de Millikan sobre o efeito fotoelétrico;
- 1921 → Einstein ganha o prêmio Nobel pela descrição do efeito fotoelétrico;
- 1923 → Millikan ganha o prêmio Nobel pela comprovação do modelo de Einstein;

Efeito fotoelétrico

O que é?

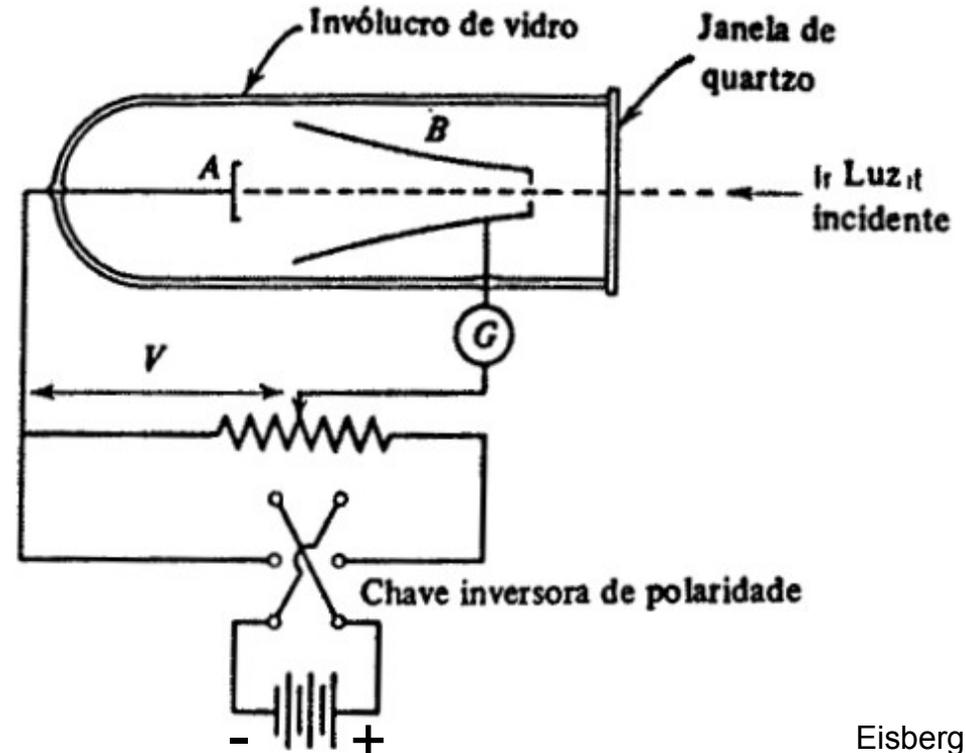


Efeito fotoelétrico → elétrons são ejetados da superfície de metais **quando esta é iluminada**. As características deste fenômeno **desafiaram** os limites da **física clássica**.

Efeito fotoelétrico

O experimento de Lenard

O experimento de Lenard foi o primeiro a estudar de forma sistemática o efeito fotoelétrico.

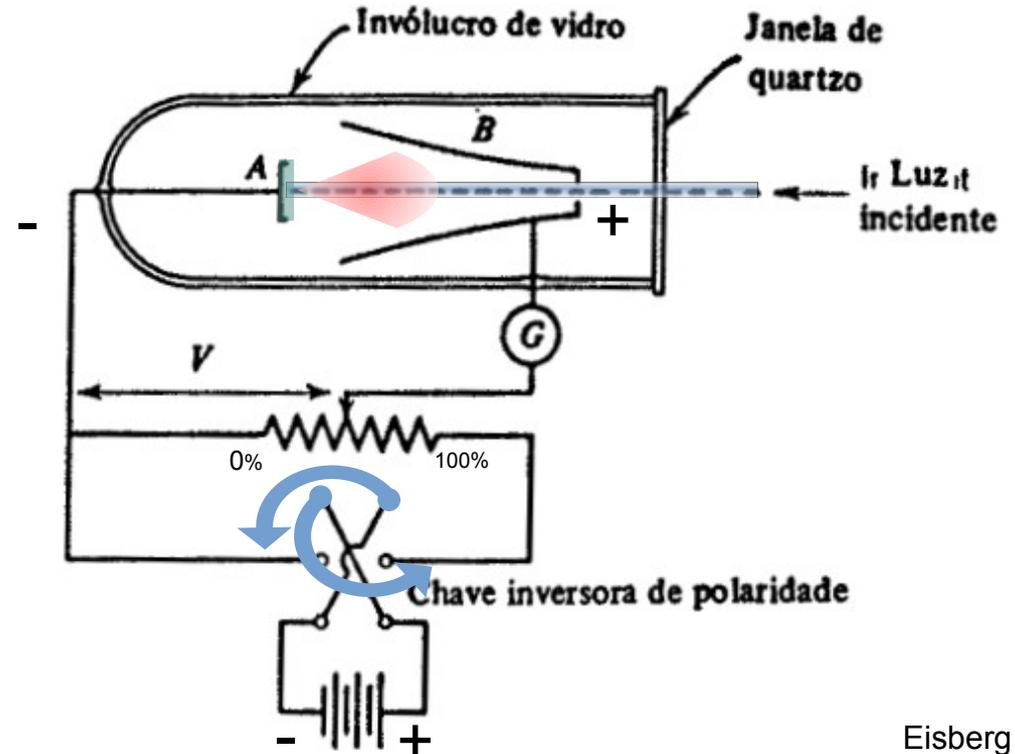


Eisberg

Efeito fotoelétrico

O experimento de Lenard

O experimento de Lenard foi o primeiro a estudar de forma sistemática o efeito fotoelétrico.

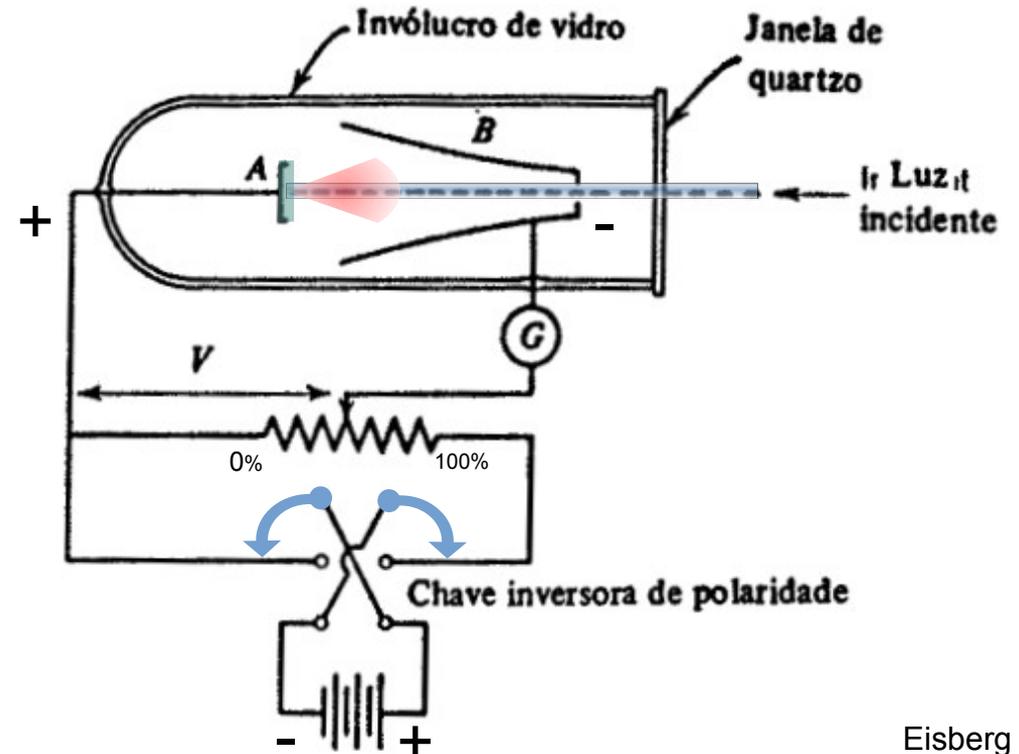


Eisberg

Efeito fotoelétrico

O experimento de Lenard

O experimento de Lenard foi o primeiro a estudar de forma sistemática o efeito fotoelétrico.

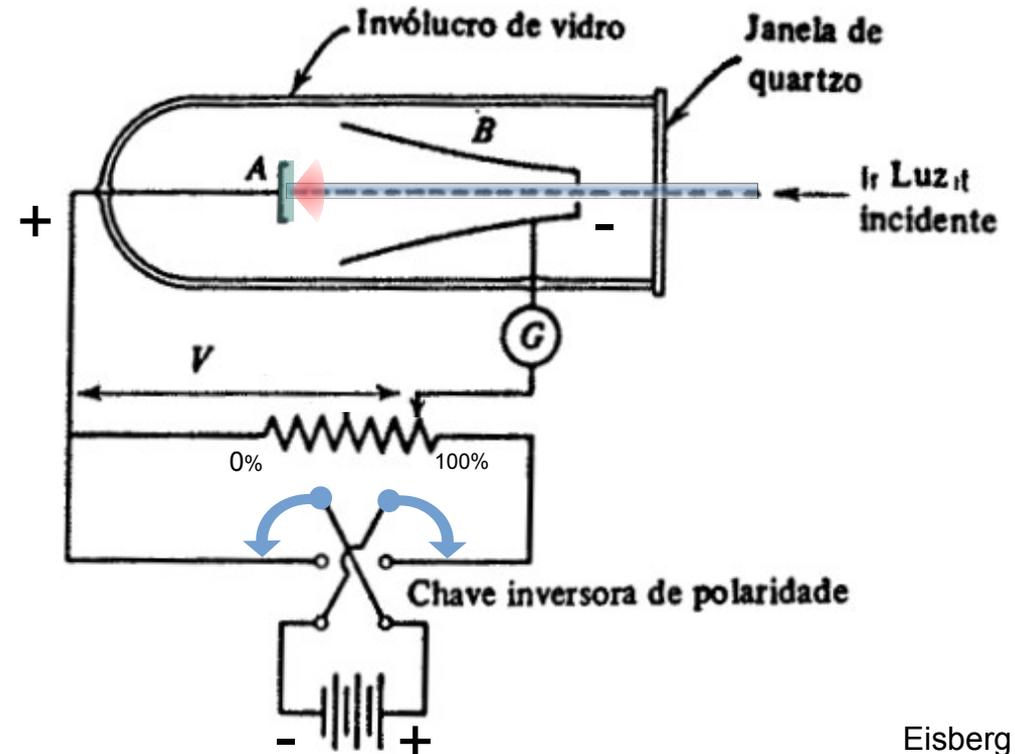


Eisberg

Efeito fotoelétrico

O experimento de Lenard

O experimento de Lenard foi o primeiro a estudar de forma sistemática o efeito fotoelétrico.



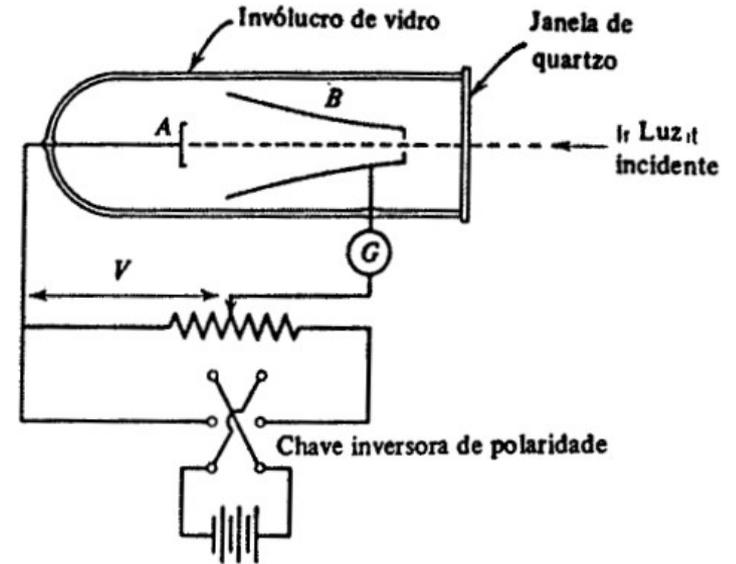
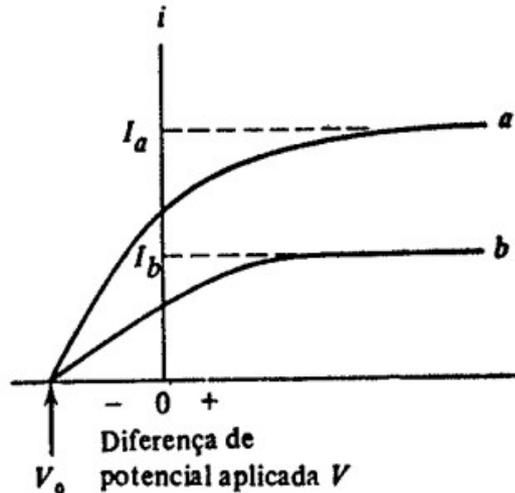
Eisberg

Efeito fotoelétrico

O experimento de Lenard

O experimento de Lenard foi o primeiro a estudar de forma sistemática o efeito fotoelétrico.

Energia cinética máxima independente da intensidade



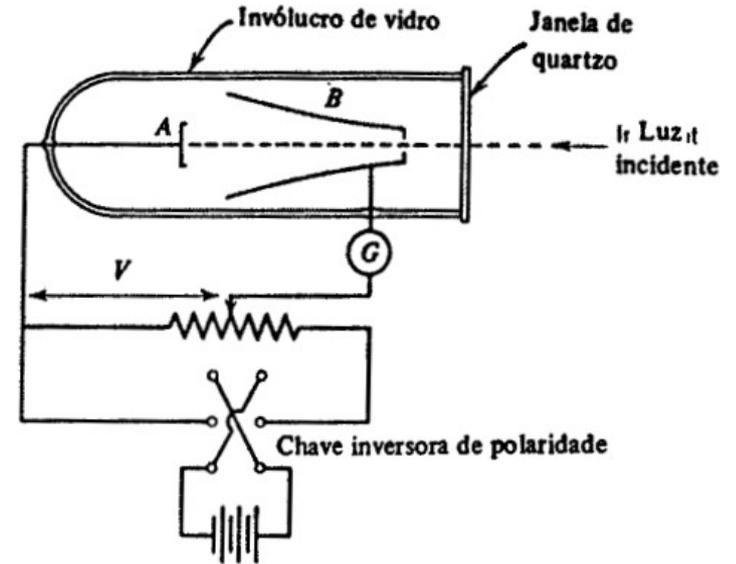
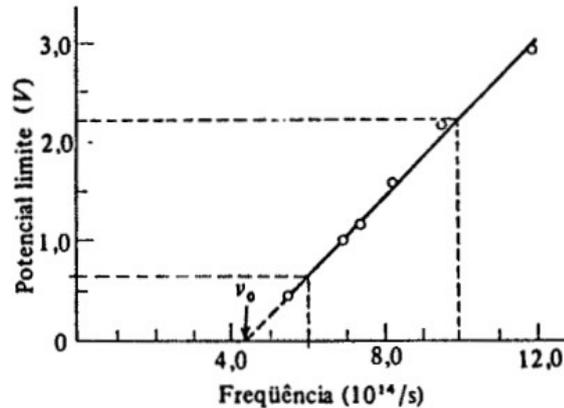
Eisberg

Efeito fotoelétrico

O experimento de Lenard

O experimento de Lenard foi o primeiro a estudar de forma sistemática o efeito fotoelétrico.

Energia cinética máxima depende da frequência

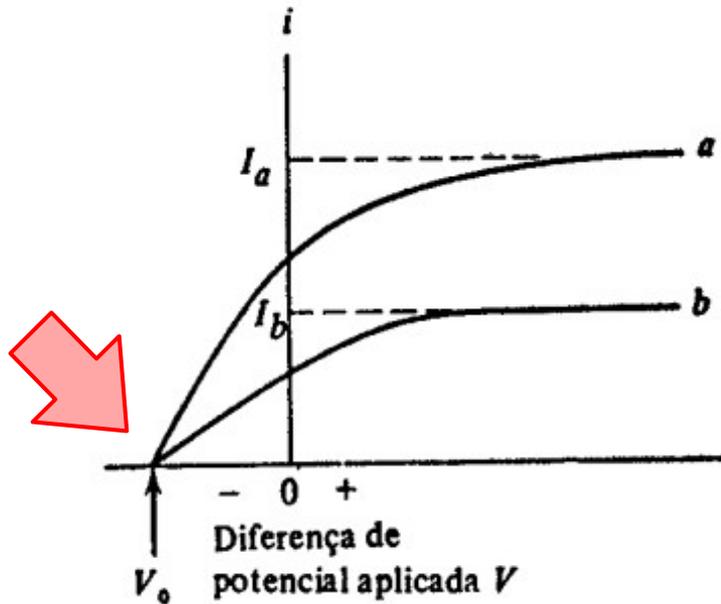


Eisberg

Efeito fotoelétrico

Falhas do modelo clássico

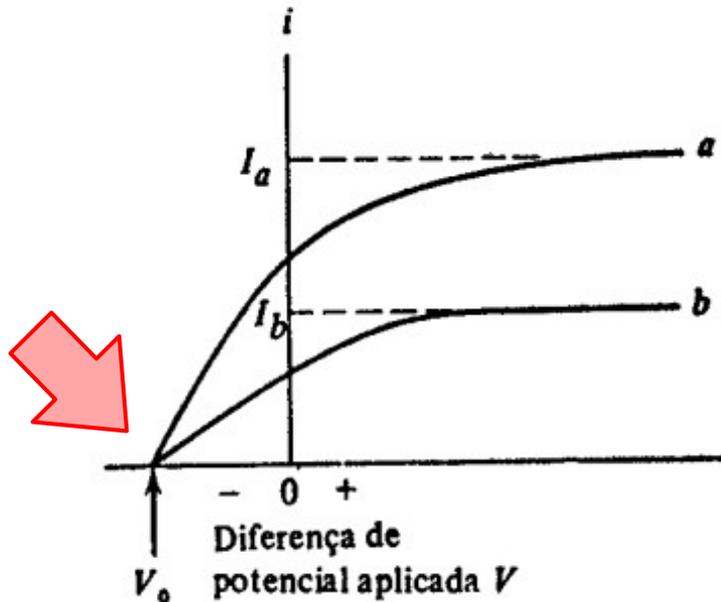
- **Falha 1** – A energia cinética máxima dos elétrons ejetados é independente da intensidade da luz incidente.



Efeito fotoelétrico

Falhas do modelo clássico

- **Falha 1** – A energia cinética máxima dos elétrons ejetados é independente da intensidade da luz incidente.



Classicamente, espera-se que a energia cinética máxima dependa apenas da intensidade luminosa:

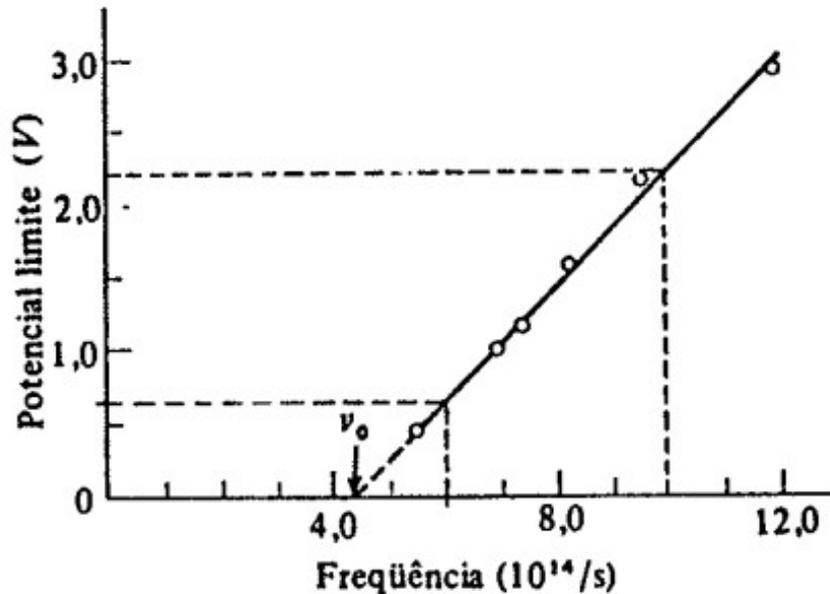
$$I \propto |\vec{E}|^2$$

Página 353 do Reitz & Milford.

Efeito fotoelétrico

Falhas do modelo clássico

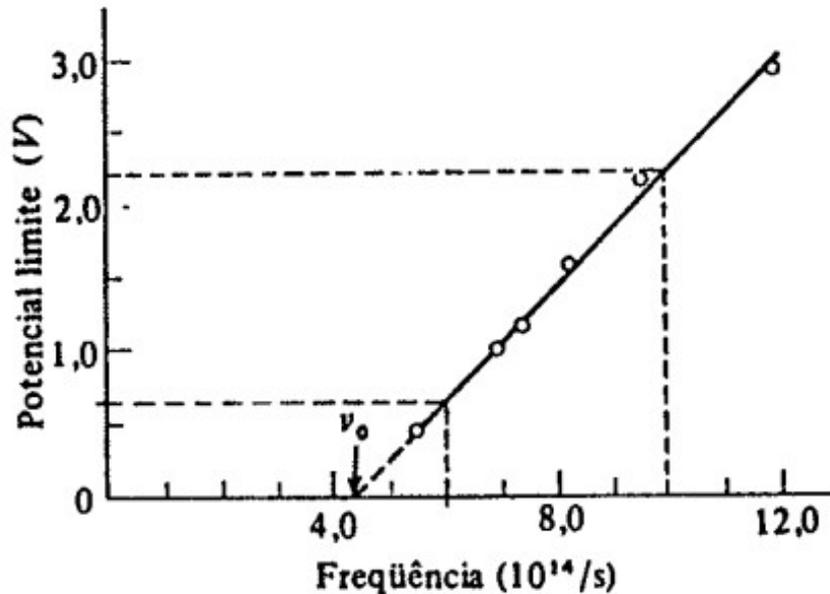
- **Falha 2** – Para frequências menores que um **limiar**, a ejeção de elétrons **não ocorre**, qualquer que seja a intensidade da luz incidente.



Efeito fotoelétrico

Falhas do modelo clássico

- **Falha 2** – Para frequências menores que um **limiar**, a ejeção de elétrons **não ocorre**, qualquer que seja a intensidade da luz incidente.



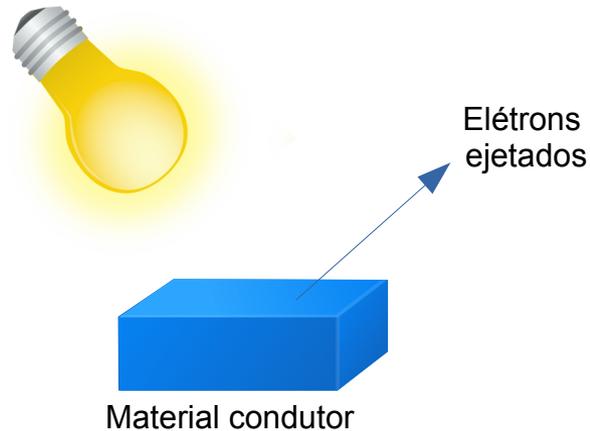
Classicamente, espera-se que não haja nenhum impedimento para a ejeção dos elétrons.

$$I \propto |\vec{E}|^2$$

Efeito fotoelétrico

Falhas do modelo clássico

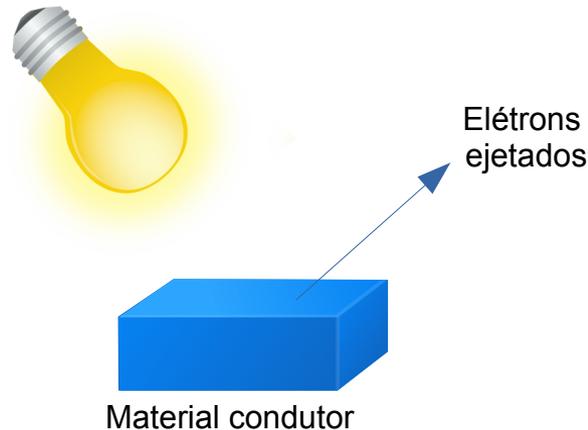
- **Falha 3** – Para **baixas intensidades** de luz **não ocorre atraso** na ejeção de elétrons.



Efeito fotoelétrico

Falhas do modelo clássico

- **Falha 3** – Para **baixas intensidades** de luz **não ocorre atraso** na ejeção de elétrons.

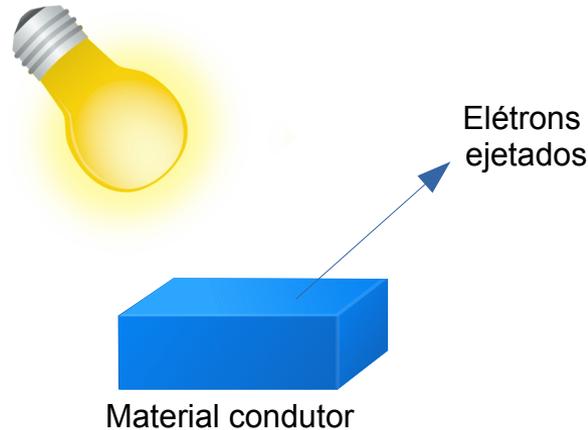


Exemplo – Um material, cuja função trabalho é 2,1 eV, é iluminado por uma fonte luminosa de 1 W distante de 1 m. Um elétron na placa, tem raio orbital de $\sim 10^{-10}$ m. Quanto tempo levaria para o elétron classicamente absorver energia suficiente para ser ejetado?

Efeito fotoelétrico

Falhas do modelo clássico

- **Falha 3** – Para **baixas intensidades** de luz **não ocorre atraso** na ejeção de elétrons.



Exemplo – Um material, cuja função trabalho é 2,1 eV, é iluminado por uma fonte luminosa de 1 W distante de 1 m. Um elétron na placa, tem raio orbital de $\sim 10^{-10}$ m. Quanto tempo levaria para o elétron classicamente absorver energia suficiente para ser ejetado?

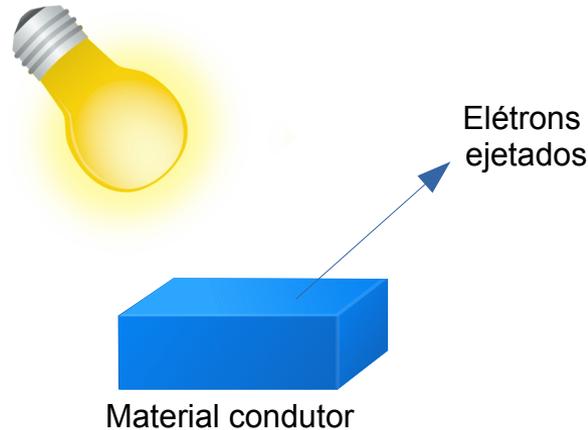
$$R = 1 \text{ J/s} \cdot \frac{\pi (10^{-10})^2 \text{ m}^2}{\pi (1)^2 \text{ m}^2} = 2,5 \times 10^{-21} \text{ J/s} = \boxed{1,56 \times 10^{-2} \text{ eV/s}}$$

$$t = \frac{2,1 \text{ eV}}{1,56 \times 10^{-2} \text{ eV/s}} = 134,62 \text{ s} \approx \boxed{2 \text{ min}}$$

Efeito fotoelétrico

Falhas do modelo clássico

- **Falha 3** – Para **baixas intensidades** de luz **não ocorre atraso** na ejeção de elétrons.



Exemplo Um material, cuja função trabalho

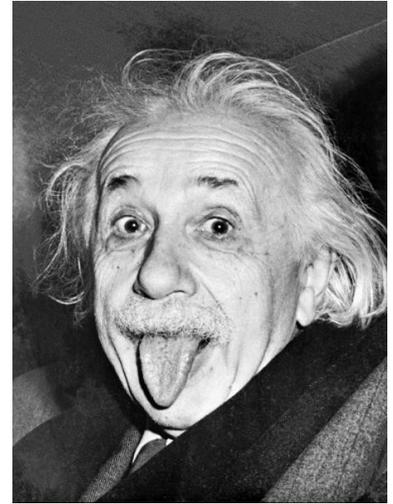
De acordo com a **física clássica**, esse seria o tempo de espera para se observar a ejeção de um elétron.

Mas experimentalmente este tempo não é observado (a emissão é instantânea)!

$$t = \frac{2,1 \text{ eV}}{1,56 \times 10^{-2} \text{ eV/s}} = 134,62 \text{ s} \approx \boxed{2 \text{ min}}$$

Efeito fotoelétrico

A proposta de Einstein



- **Teoria** de Einstein sobre o efeito fotoelétrico:
 - **Hipótese 1 – Energia** da radiação eletromagnética **se propaga em pacotes** localizados no espaço (**fótons**), com energia:

$$E = h \nu$$

- **Hipótese 2 – Um fóton é completamente absorvido** por um elétron que é ejetado com energia cinética:

$$K = h \nu - w$$

Onde w é o trabalho necessário para remover o elétrons do metal.

O correto é considerar perdas internas (energia de ligação, colisões, etc.)

$$K_{max} = h \nu - w_0$$

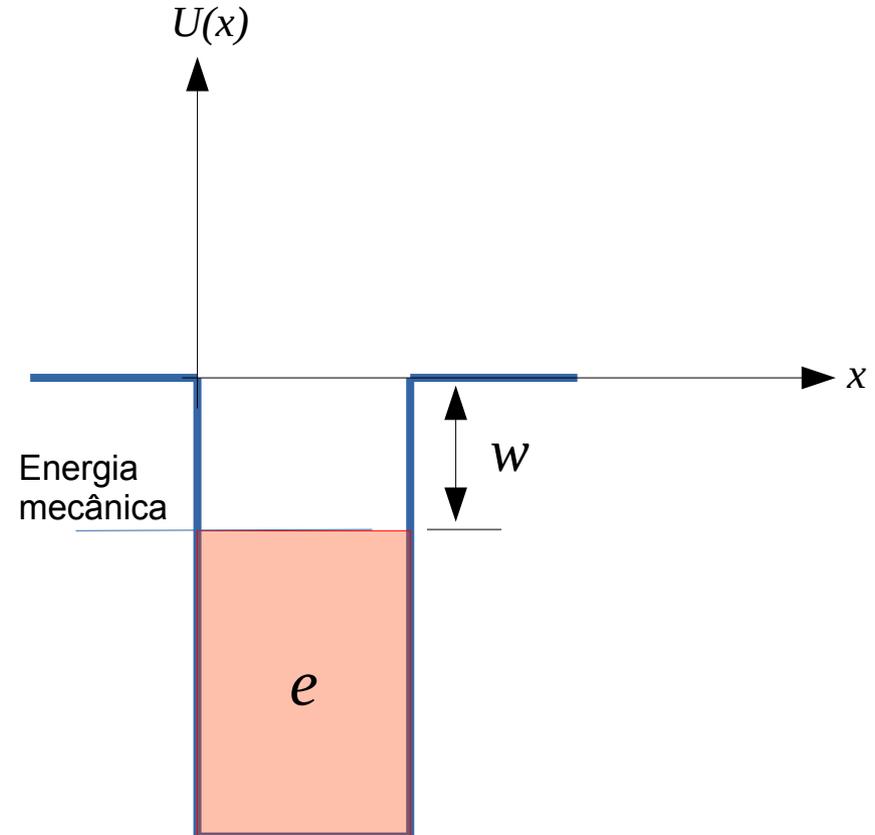
Elemento	w [eV]
Na	2,36
Al	4,1
Fe	4,7
Pt	5,5

Efeito fotoelétrico

A interpretação de Einstein

Os **elétrons** de condução no metal **estão presos** em um **potencial** da rede de átomos do material.

Quando um **fóton** com energia mínima w é **absorvido** por um elétron, este adquire energia **suficiente** para se livrar do potencial, encontrando-se livre e fora do material.

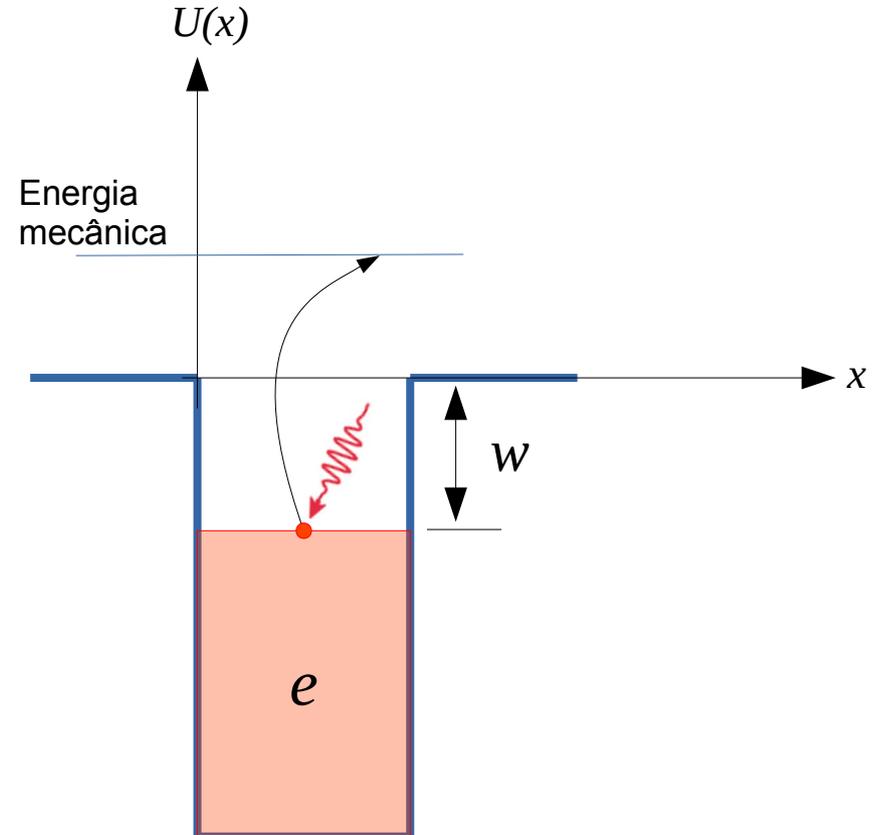


Efeito fotoelétrico

A interpretação de Einstein

Os **elétrons** de condução no metal **estão presos** em um **potencial** da rede de átomos do material.

Quando um **fóton** com energia mínima w é **absorvido** por um elétron, este adquire energia **suficiente** para se livrar do potencial, encontrando-se livre e fora do material.



Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan

- Este episódio na história da ciência é inspirador
- Millikan tinha sua própria teoria para o efeito fotoelétrico...
- ... mas seus dados experimentais apontavam para a teoria de Einstein, da qual o próprio Millikan era crítico
- Através do texto do artigo, é possível se perceber que a teoria de Einstein não era bem aceita pelo próprio Millikan!

A DIRECT PHOTOELECTRIC DETERMINATION OF PLANCK'S " h ."

BY R. A. MILLIKAN.

I. INTRODUCTORY.

QUANTUM theory was not originally developed for the sake of interpreting photoelectric phenomena. It was solely a theory as to the mechanism of absorption and emission of electromagnetic waves by resonators of atomic or subatomic dimensions. It had nothing whatever to say about the energy of an escaping electron or about the conditions under which such an electron could make its escape, and up to this day the form of the theory developed by its author has not been able to account satisfactorily for the photoelectric facts presented herewith. We are confronted, however, by the astonishing situation that these facts were correctly and exactly predicted nine years ago by a form of quantum theory which has now been pretty generally abandoned.

It was in 1905 that Einstein² made the first coupling of photo effects and with any form of quantum theory by bringing forward the bold, not to say the reckless, hypothesis of an electro-magnetic light corpuscle of energy $h\nu$, which energy was transferred upon absorption to an electron. This hypothesis may well be called reckless first because an electromagnetic disturbance which remains localized in space seems a violation of the very conception of an electromagnetic disturbance, and second because it flies in the face of the thoroughly established facts of interference. The hypothesis was apparently made solely because it furnished a ready explanation of one of the most remarkable facts brought to light by recent investigations, viz., that the energy with which an electron is thrown out of a metal by ultra-violet light or X-rays is independent of the

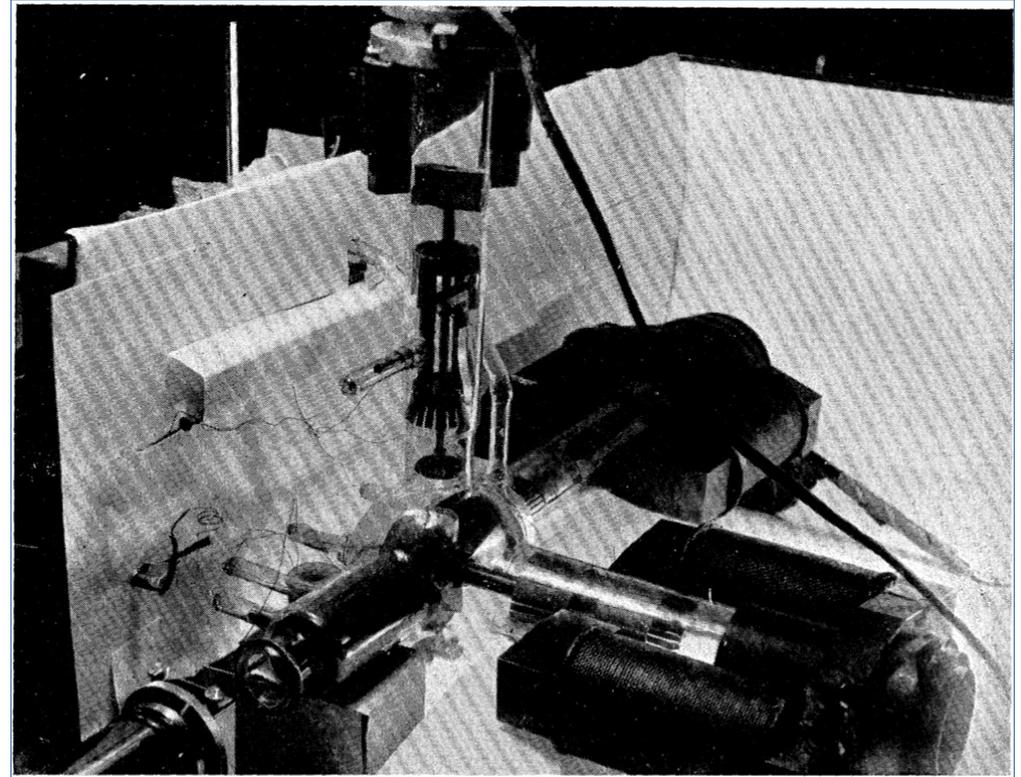
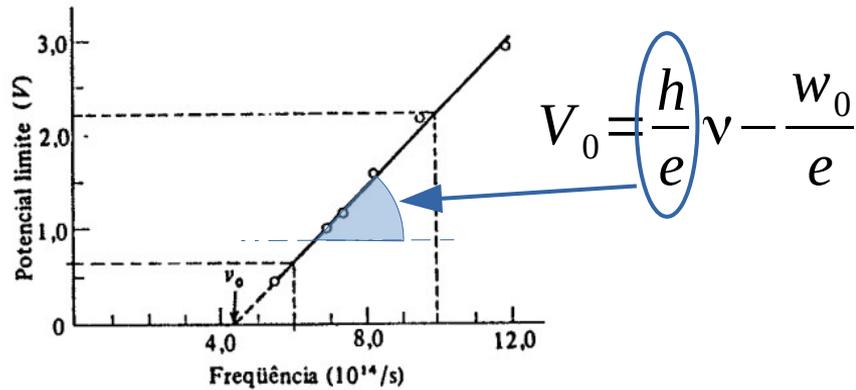
Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan

A DIRECT PHOTOELECTRIC DETERMINATION OF
PLANCK'S "h."¹

BY R. A. MILLIKAN.

$$K_{max} = eV_0 = h\nu - w_0$$

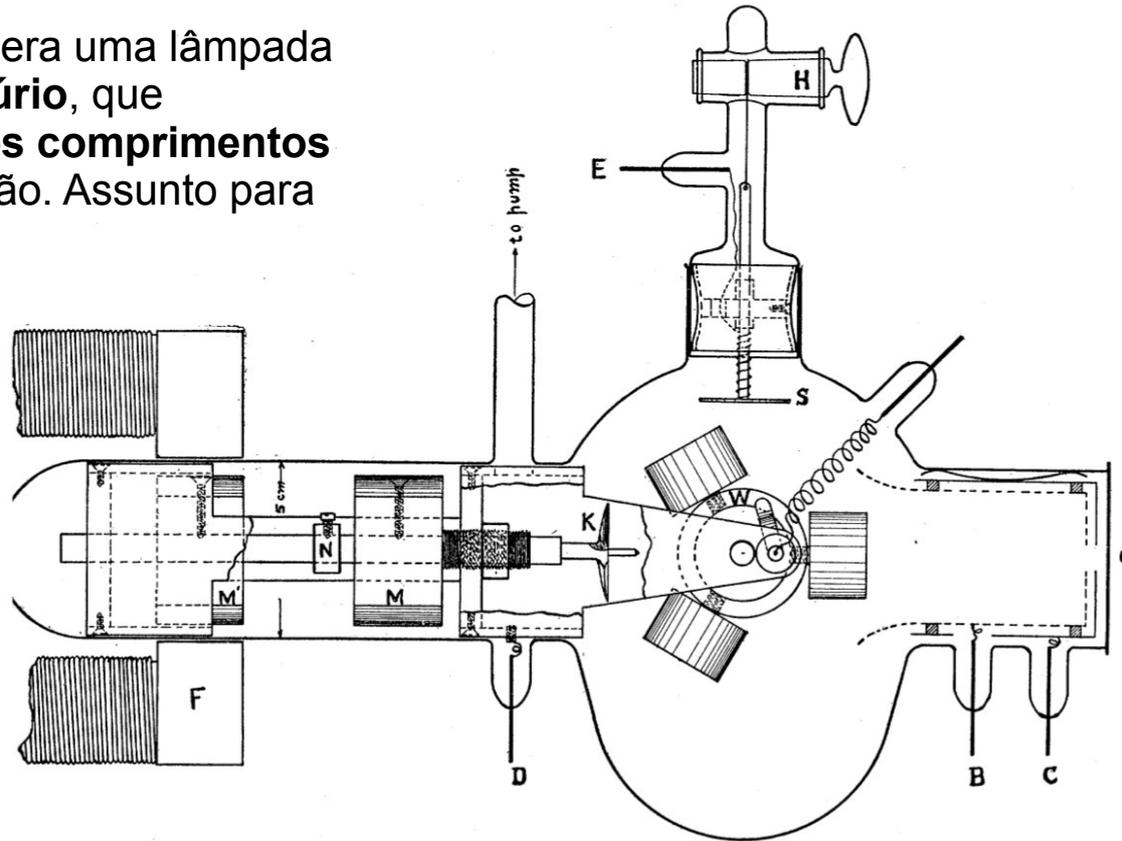


R.A. Millikan, Phys. Rev. 7 (1916) 355.

Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan

A **fonte luminosa** era uma lâmpada de vapor de **mercúrio**, que apresenta **diversos comprimentos de onda** de emissão. Assunto para a próxima aula!



Comprimentos de onda
(lâmpada de mercúrio)

λ (nm)
546,10
433,94
404,68
365,02
312,55
253,47
239,90

Fig. 2.

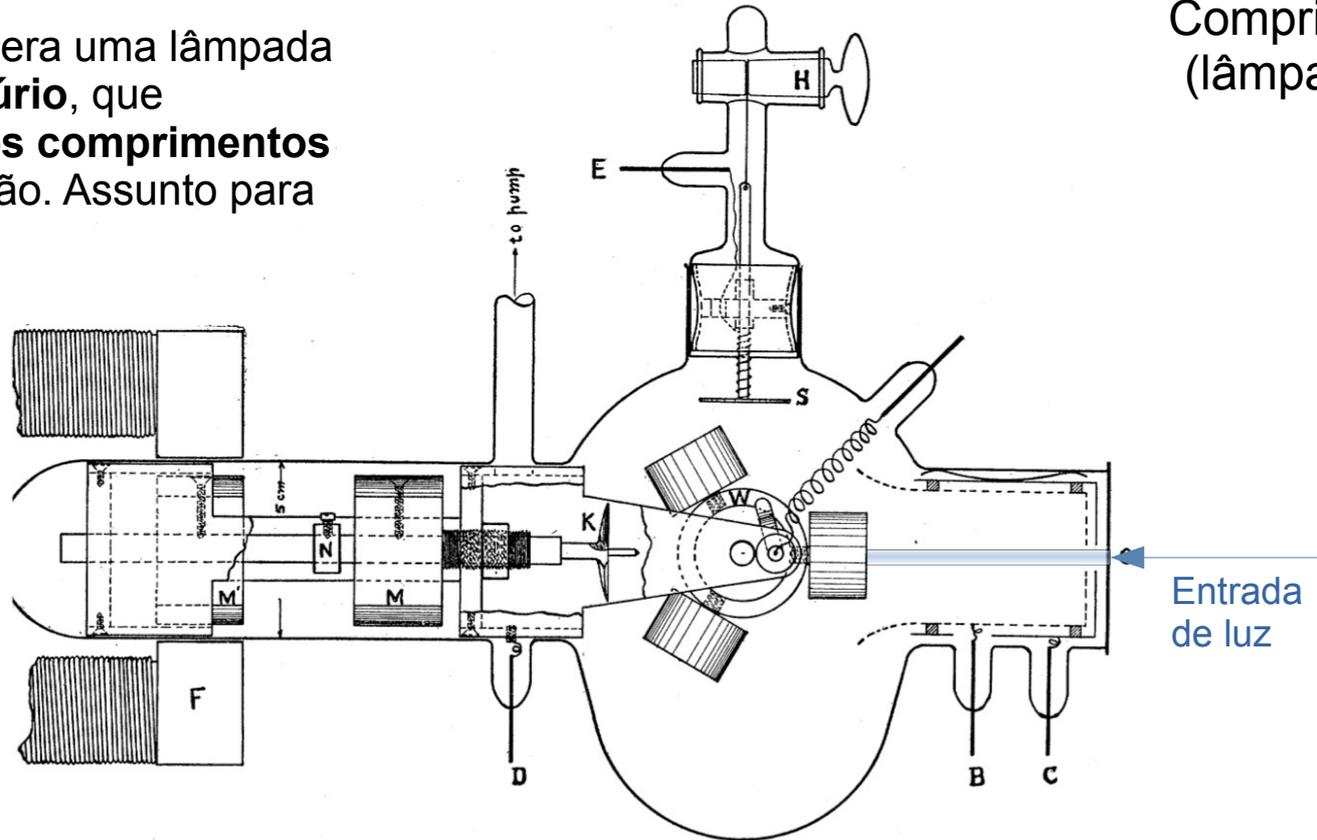
R.A. Millikan, Phys. Rev. 7 (1916) 355.

Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan

A **fonte luminosa** era uma lâmpada de vapor de **mercúrio**, que apresenta **diversos comprimentos de onda** de emissão. Assunto para a próxima aula!

Comprimentos de onda
(lâmpada de mercúrio)



λ (nm)
546,10
433,94
404,68
365,02
312,55
253,47
239,90

Fig. 2.

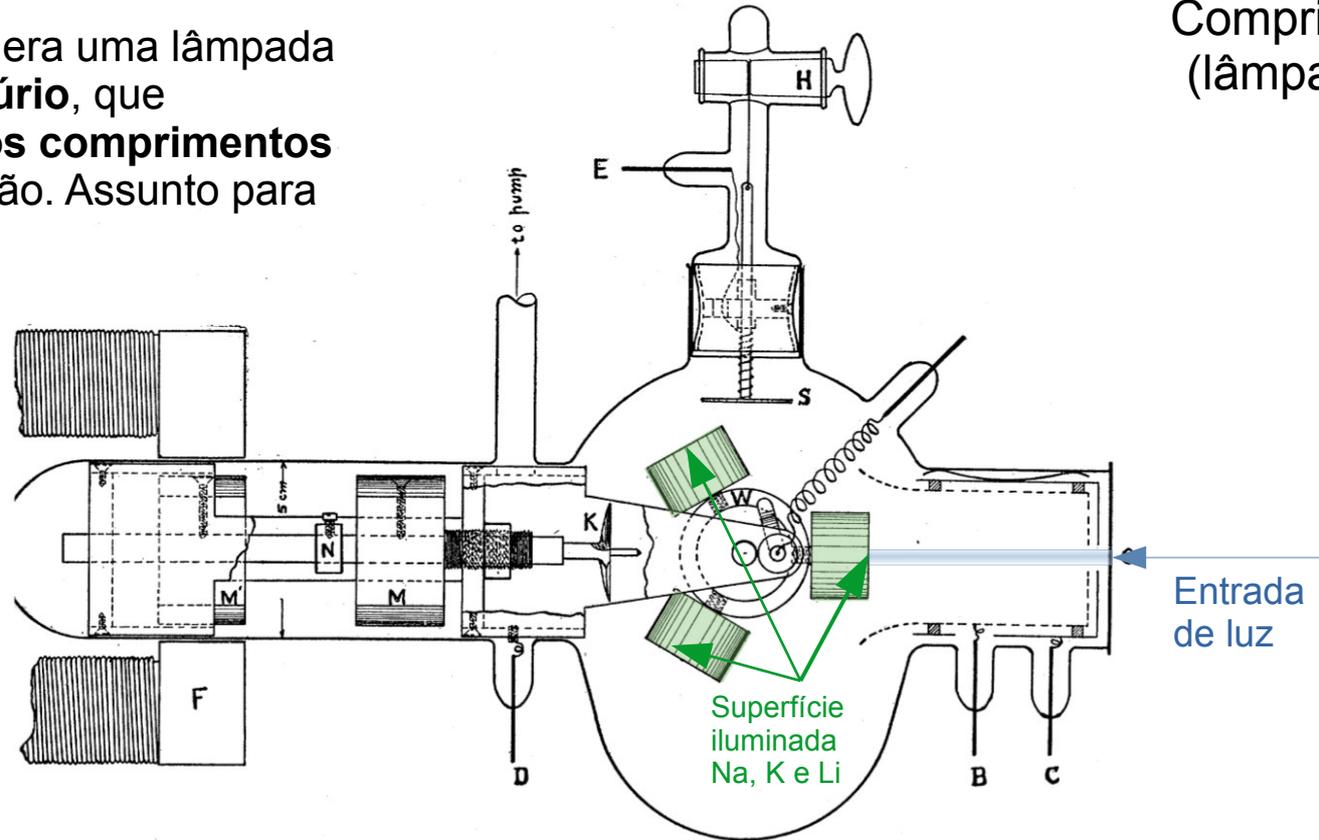
R.A. Millikan, Phys. Rev. 7 (1916) 355.

Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan

A **fonte luminosa** era uma lâmpada de vapor de **mercúrio**, que apresenta **diversos comprimentos de onda** de emissão. Assunto para a próxima aula!

Comprimentos de onda
(lâmpada de mercúrio)



λ (nm)
546,10
433,94
404,68
365,02
312,55
253,47
239,90

Fig. 2.

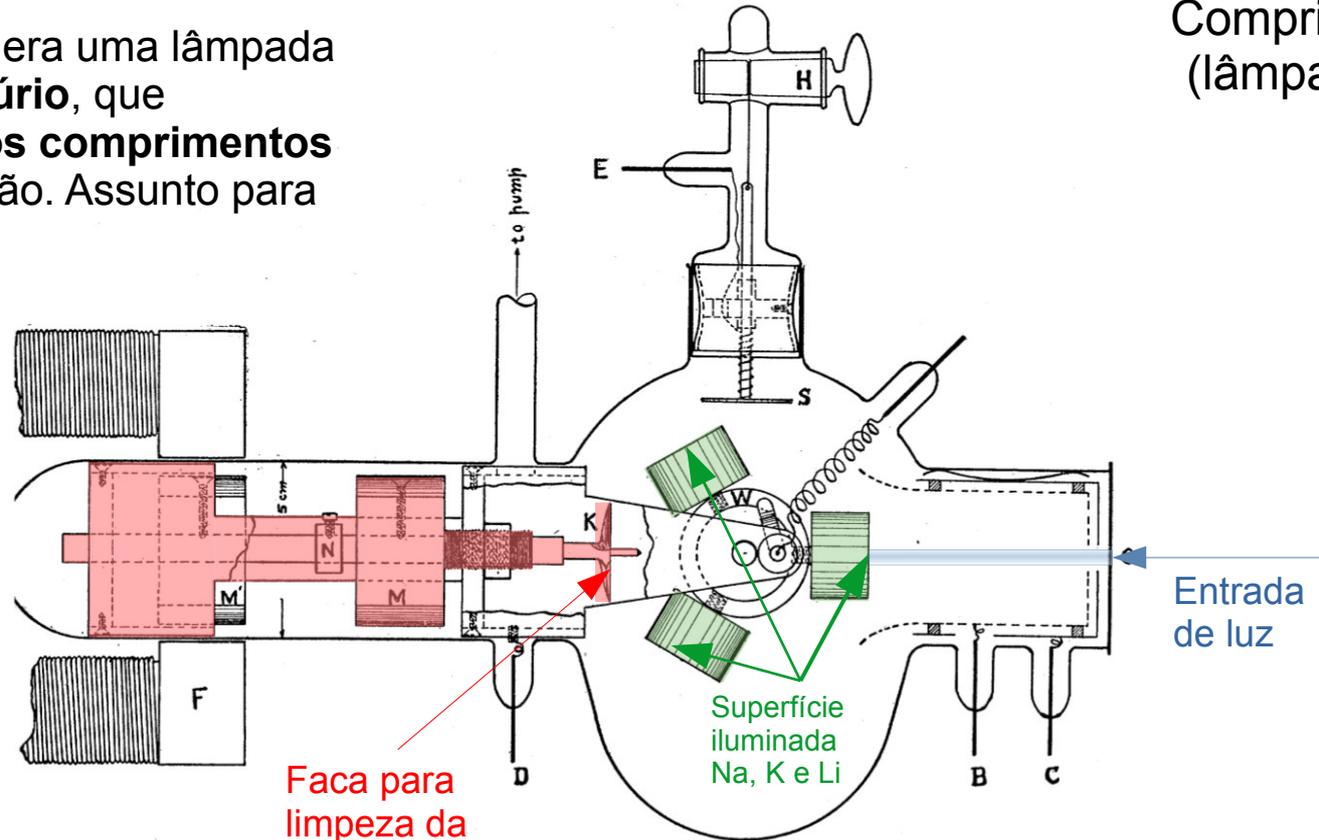
R.A. Millikan, Phys. Rev. 7 (1916) 355.

Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan

A **fonte luminosa** era uma lâmpada de vapor de **mercúrio**, que apresenta **diversos comprimentos de onda** de emissão. Assunto para a próxima aula!

Comprimentos de onda
(lâmpada de mercúrio)



λ (nm)
546,10
433,94
404,68
365,02
312,55
253,47
239,90

Faca para limpeza da superfície!

Fig. 2.

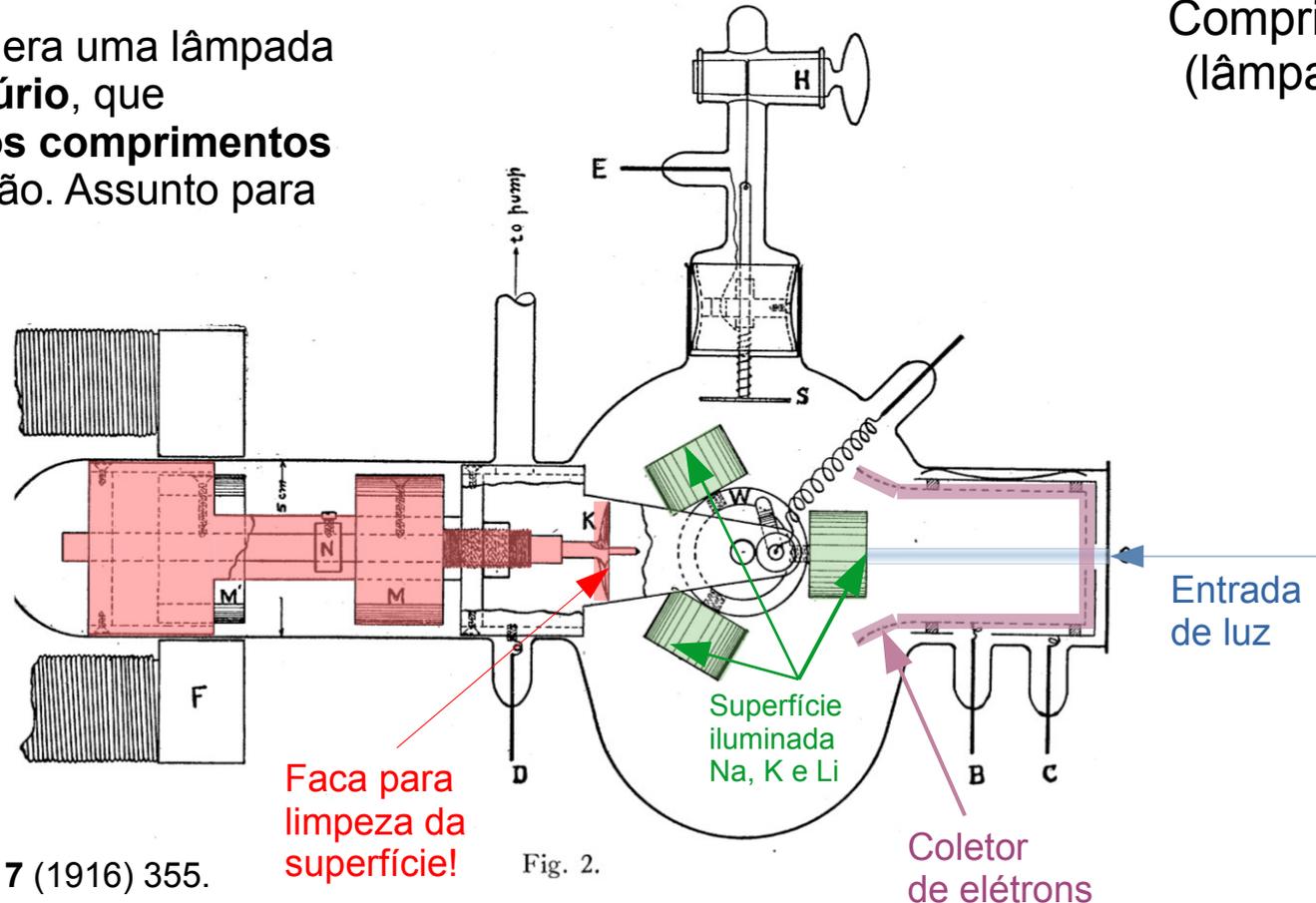
R.A. Millikan, Phys. Rev. 7 (1916) 355.

Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan

A **fonte luminosa** era uma lâmpada de vapor de **mercúrio**, que apresenta **diversos comprimentos de onda** de emissão. Assunto para a próxima aula!

Comprimentos de onda
(lâmpada de mercúrio)



λ (nm)
546,10
433,94
404,68
365,02
312,55
253,47
239,90

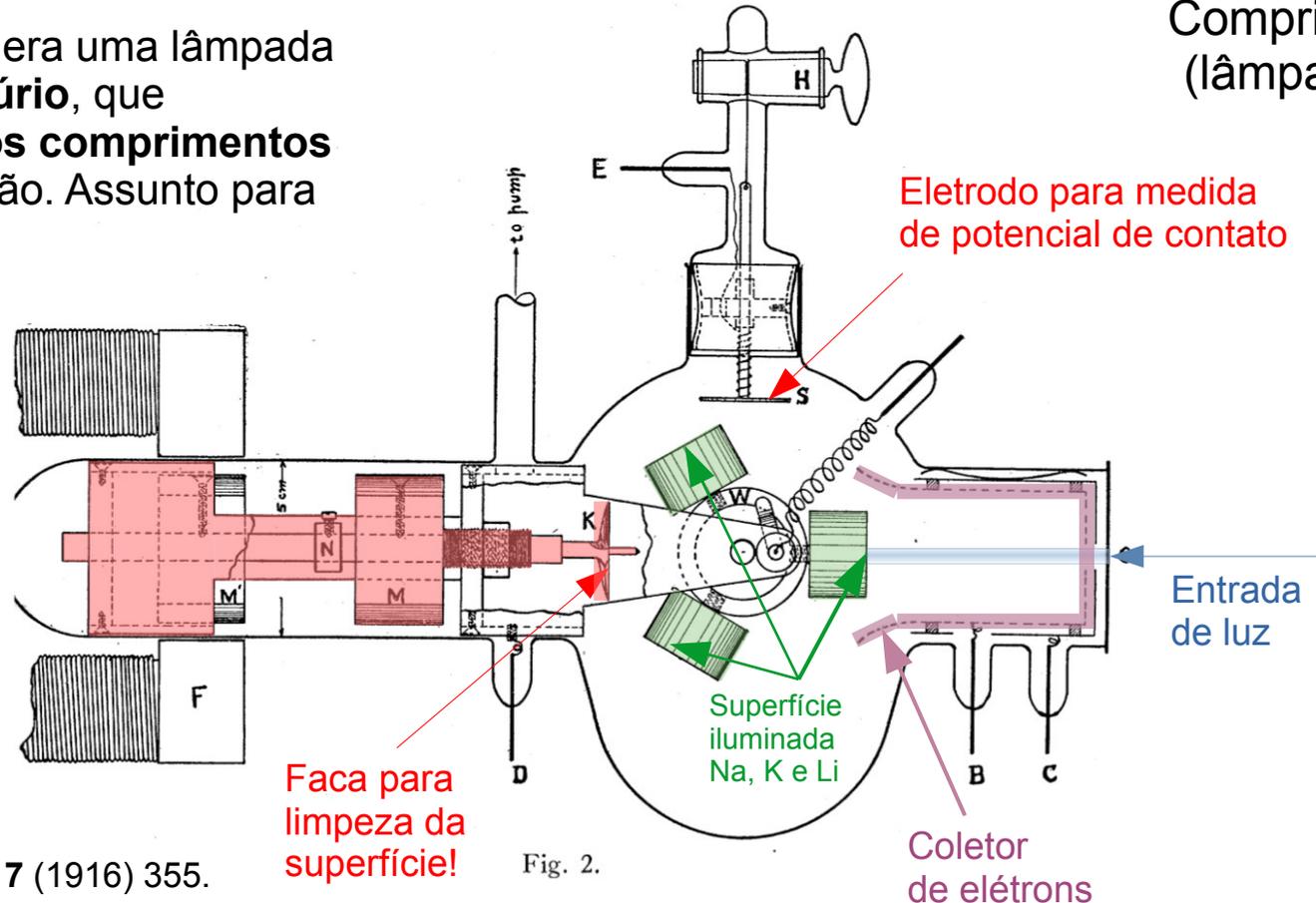
R.A. Millikan, Phys. Rev. 7 (1916) 355.

Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan

A **fonte luminosa** era uma lâmpada de vapor de **mercúrio**, que apresenta **diversos comprimentos de onda** de emissão. Assunto para a próxima aula!

Comprimentos de onda (lâmpada de mercúrio)



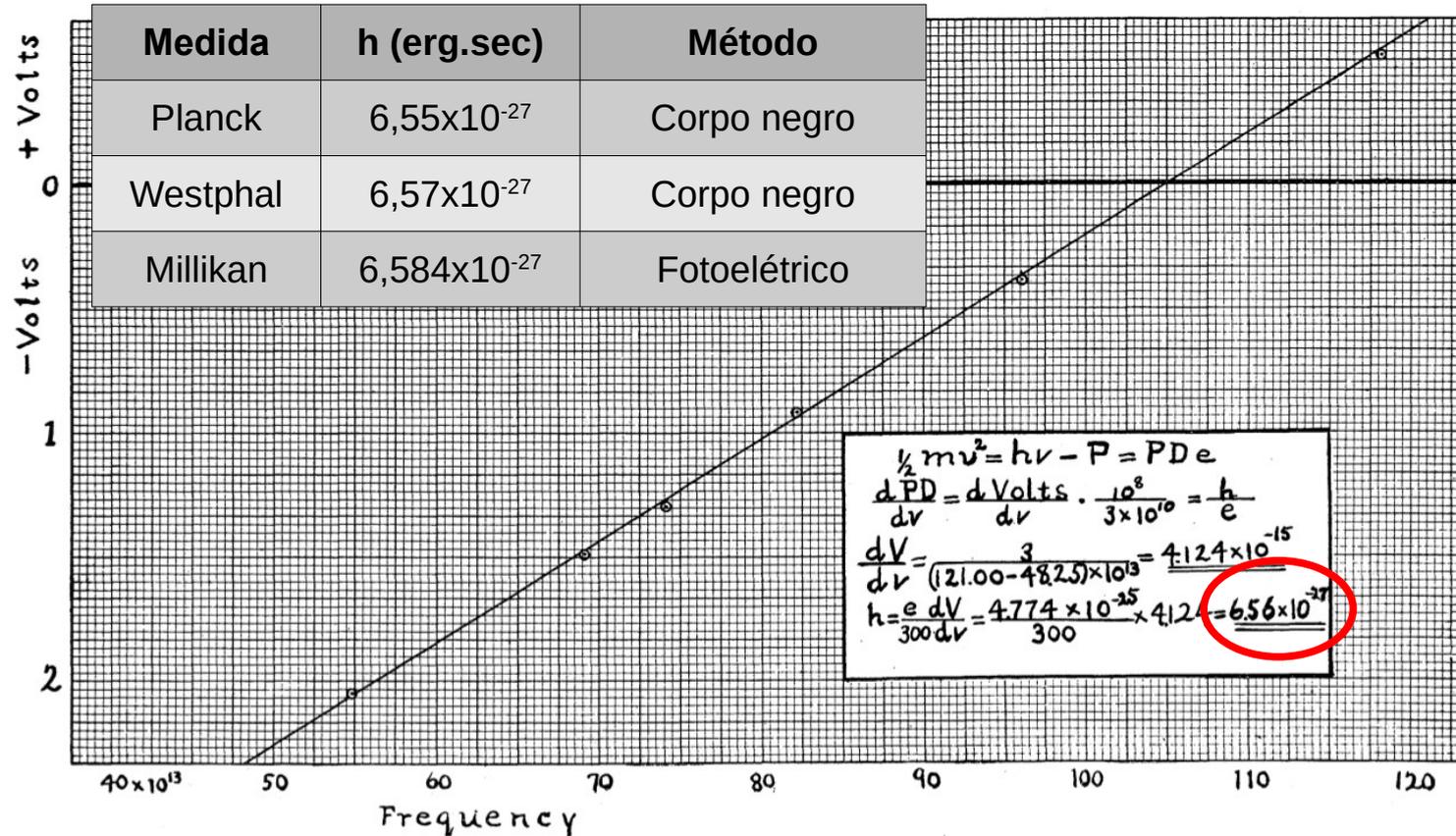
λ (nm)
546,10
433,94
404,68
365,02
312,55
253,47
239,90

R.A. Millikan, Phys. Rev. 7 (1916) 355.

Fig. 2.

Efeito fotoelétrico

O experimento de Millikan



R.A. Millikan, Phys. Rev. 7 (1916) 355.

Efeito fotoelétrico

Implicações do modelo de Einstein

- Einstein supôs que um tal **pacote de energia** está inicialmente **localizado** em um **pequeno volume** do espaço, e que **permanece localizado** à medida que se afasta da fonte com velocidade c . Ele supôs que a energia E do pacote, ou fóton, está relacionada com sua frequência ν , pela equação:

$$E = h \nu$$

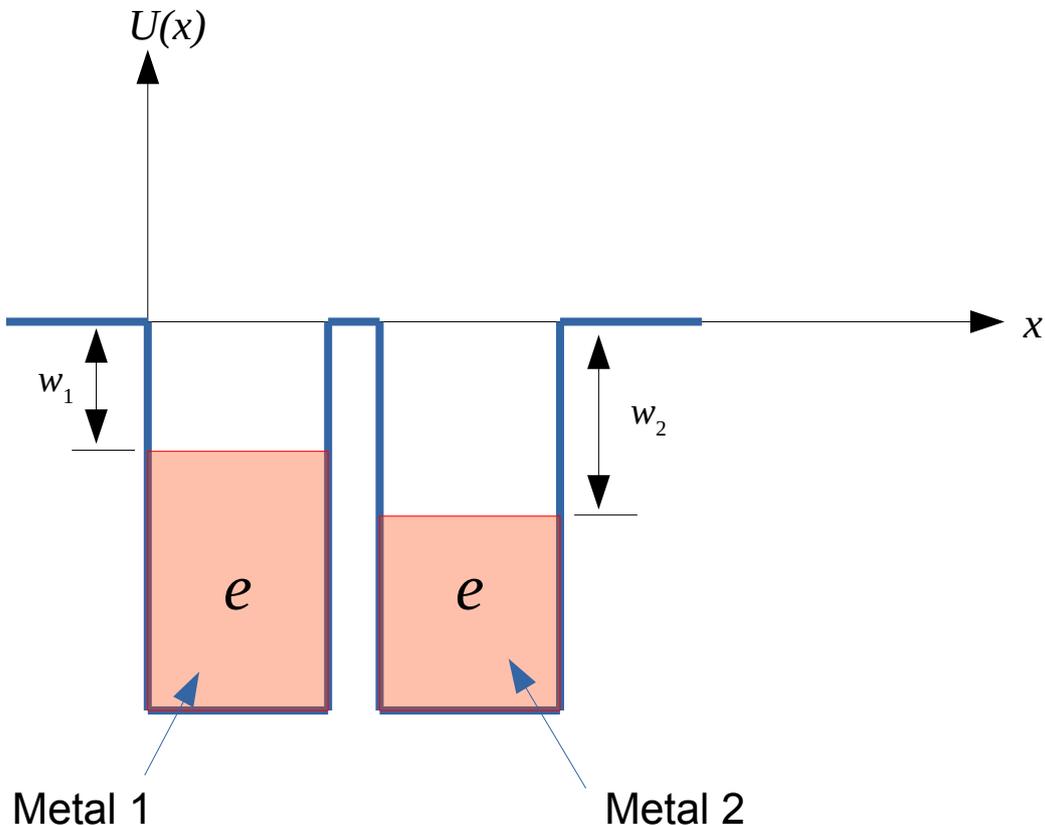
- Supôs também que no processo fotoelétrico, **um fóton é completamente absorvido** por um elétron no fotocatodo.

Potencial de contato

O complemento do experimento de Millikan

Quando existe **contato** entre dois **metais diferentes**, as diferenças na **função trabalho** causa uma **corrente elétrica** através da **interface**.

Esta corrente elétrica **depende da diferença das funções trabalho e da temperatura dos metais!**

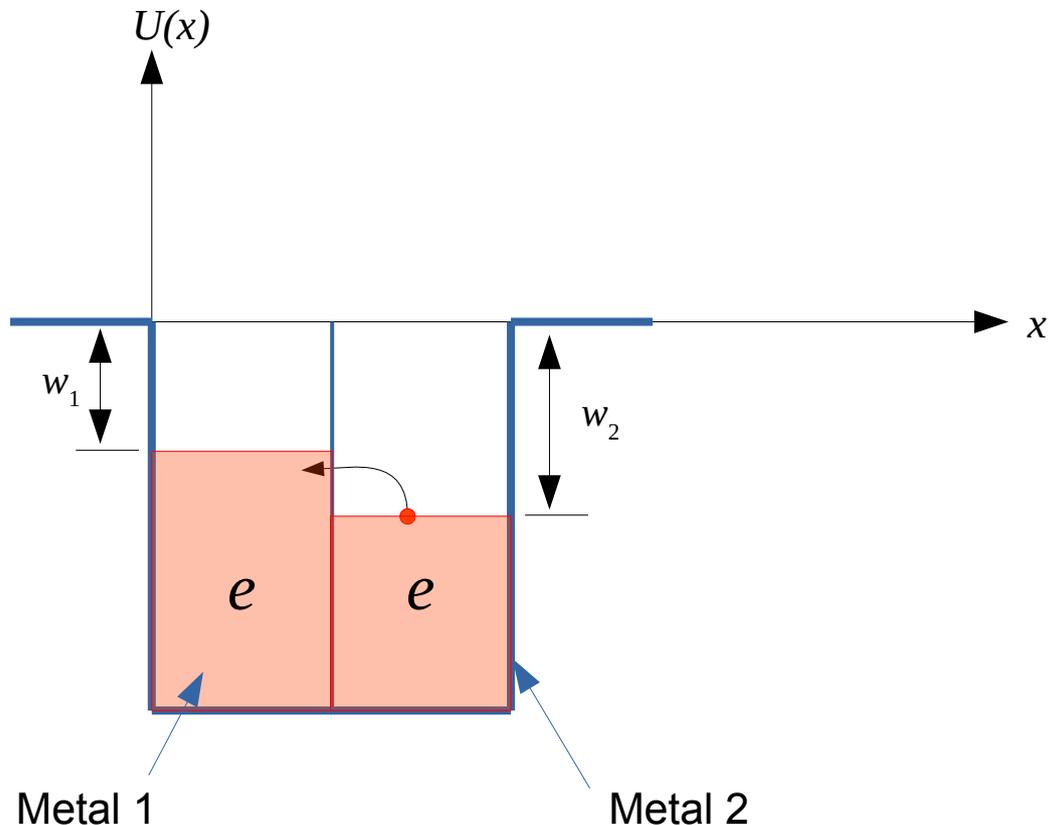


Potencial de contato

O complemento do experimento de Millikan

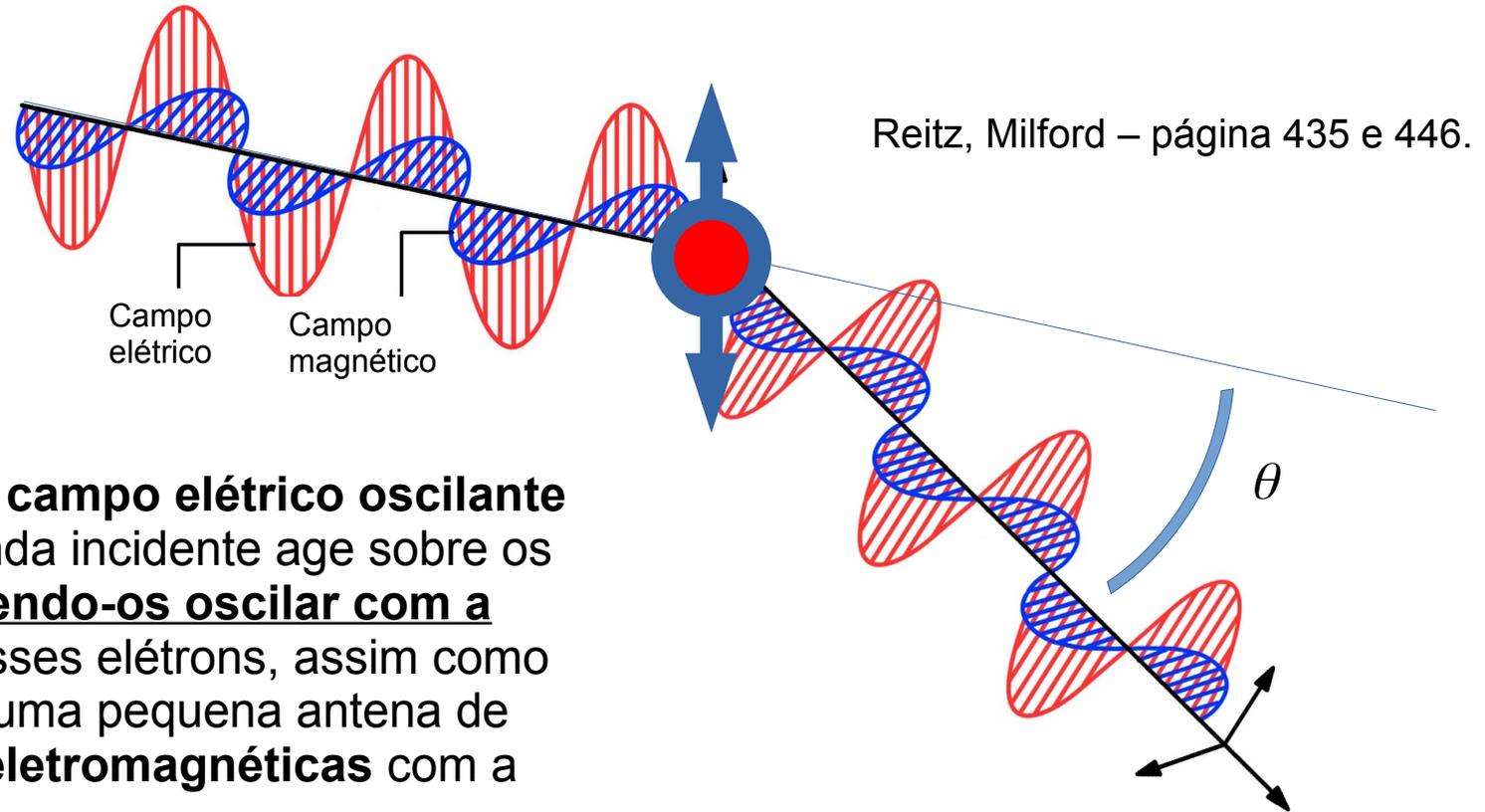
Quando existe **contato** entre dois **metais diferentes**, as diferenças na **função trabalho** causa uma **corrente elétrica** através da **interface**.

Esta corrente elétrica depende da diferença das **funções trabalho** e da **temperatura dos metais!**



Efeito Compton

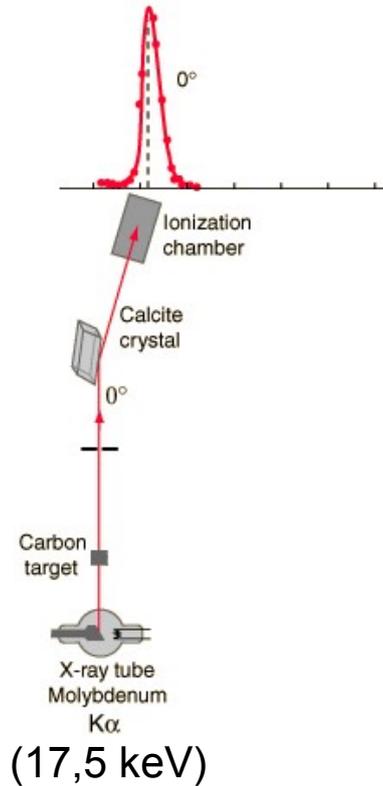
Espalhamento de onda eletromagnética



No **modelo clássico** o **campo elétrico oscilante** com frequência ν da onda incidente age sobre os **elétrons** do átomo **fazendo-os oscilar com a mesma frequência**. Esses elétrons, assim como **cargas oscilando** em uma pequena antena de rádio, irradiam **ondas eletromagnéticas** com a **mesma frequência** ν .

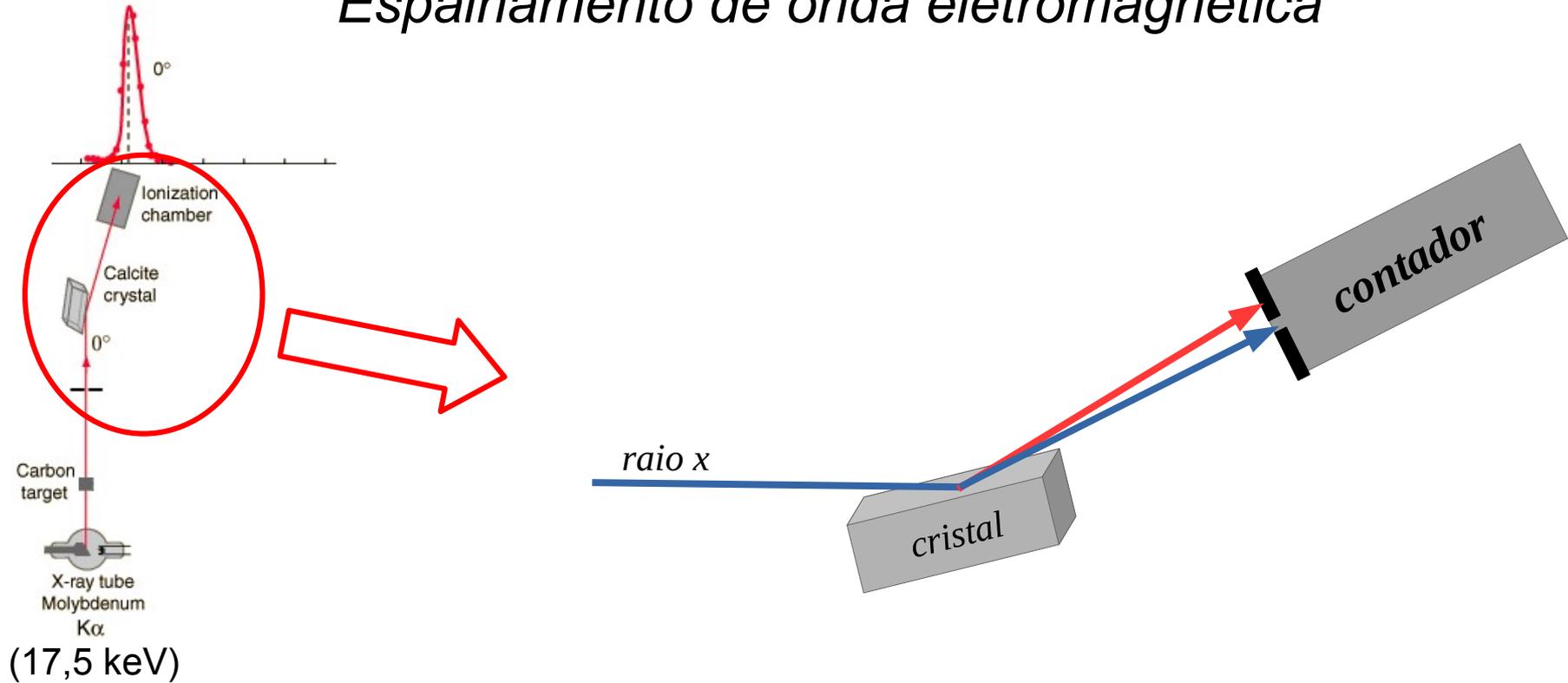
Efeito Compton

Espalhamento de onda eletromagnética



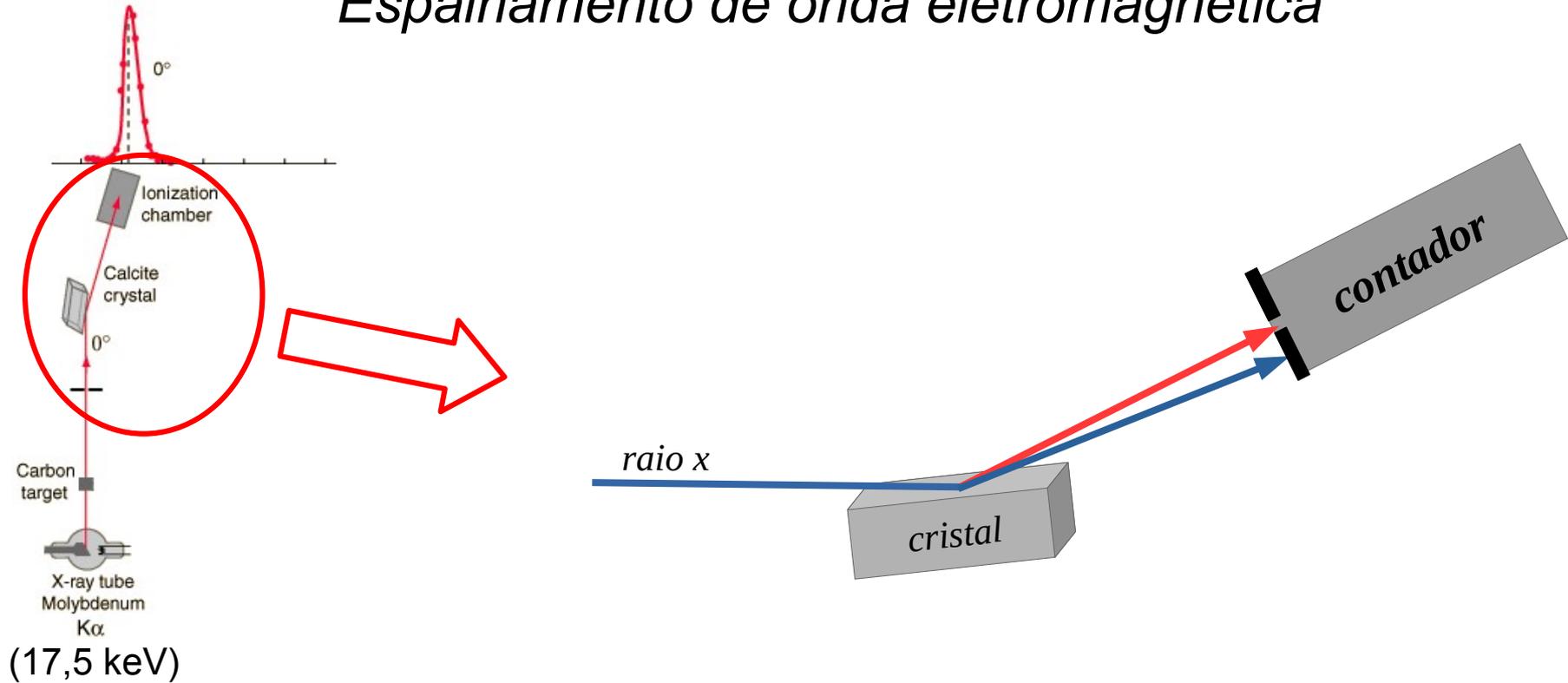
Efeito Compton

Espalhamento de onda eletromagnética



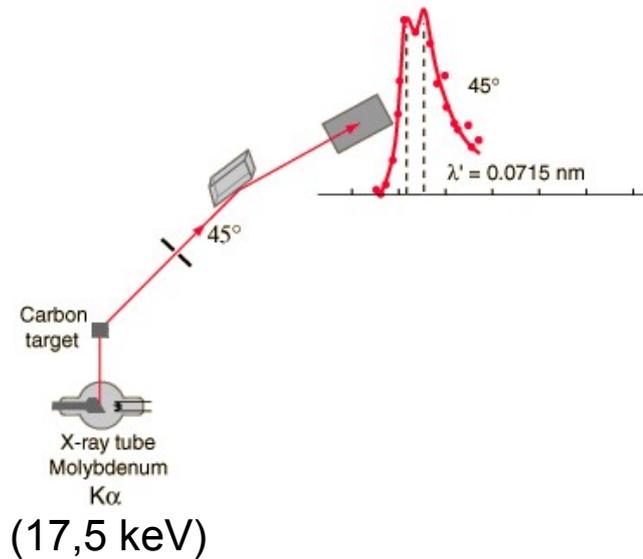
Efeito Compton

Espalhamento de onda eletromagnética



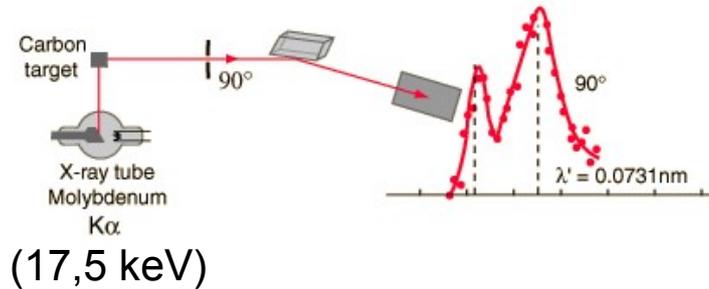
Efeito Compton

Espalhamento de onda eletromagnética



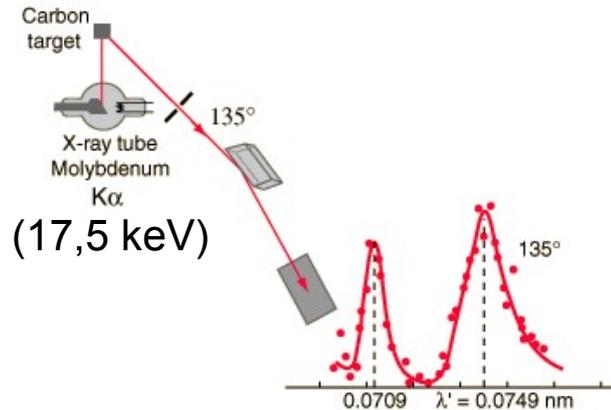
Efeito Compton

Espalhamento de onda eletromagnética



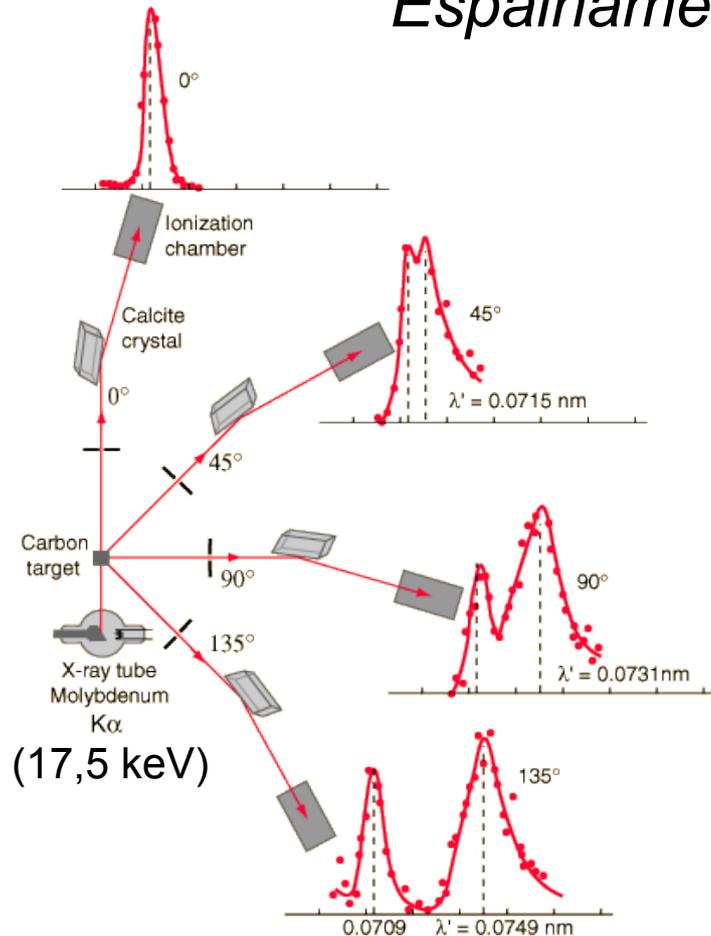
Efeito Compton

Espalhamento de onda eletromagnética



Efeito Compton

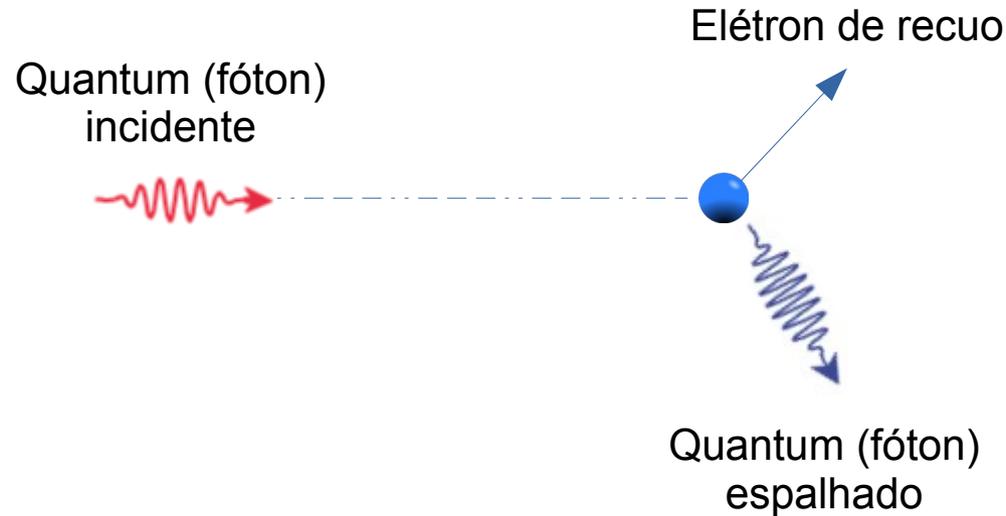
Espalhamento de onda eletromagnética



- **Espalhamento Compton:** o segundo pico com **comprimento de onda maior** (e energia menor!) não pode ser explicado por uma onda eletromagnética, como no modelo de **Thomson**.

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia



Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

- **Hipótese 1** – o fóton tem **energia** $E = h \nu$
- **Hipótese 2** – o fóton **não** tem **massa**

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

Da relatividade
especial de Einstein

$$E = pc \quad \text{mas também} \quad E = h \nu$$
$$h \nu = pc$$

$$p = \frac{h \nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Dos trabalhos de
Einstein e Planck

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

- **Hipótese 1** – o fóton tem **energia** $E = h \nu$
- **Hipótese 2** – o fóton **não** tem **massa**

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

Da relatividade
especial de Einstein

$$E = pc \quad \text{mas também} \quad E = h \nu$$

$$h \nu = pc$$

$$p = \frac{h \nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

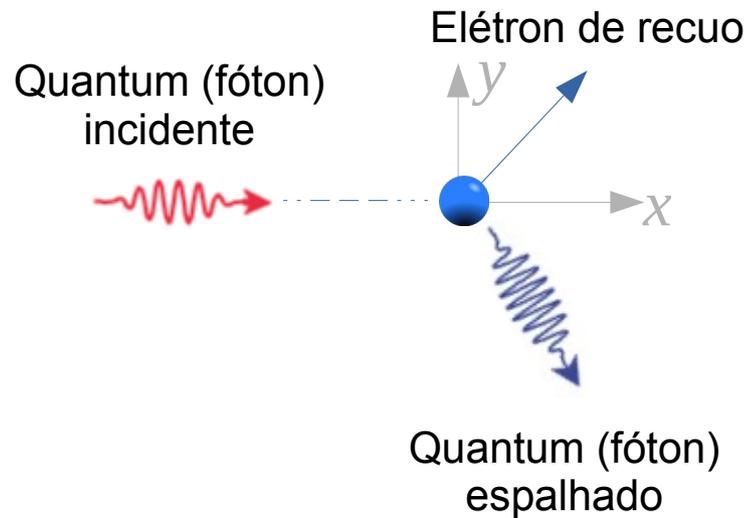
Classicamente, a pressão
de radiação pode ser
calculada como:

$$\Delta \vec{p} = \frac{\Delta U}{c} \hat{k}$$

Quantidade de energia
transportada pela onda!

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

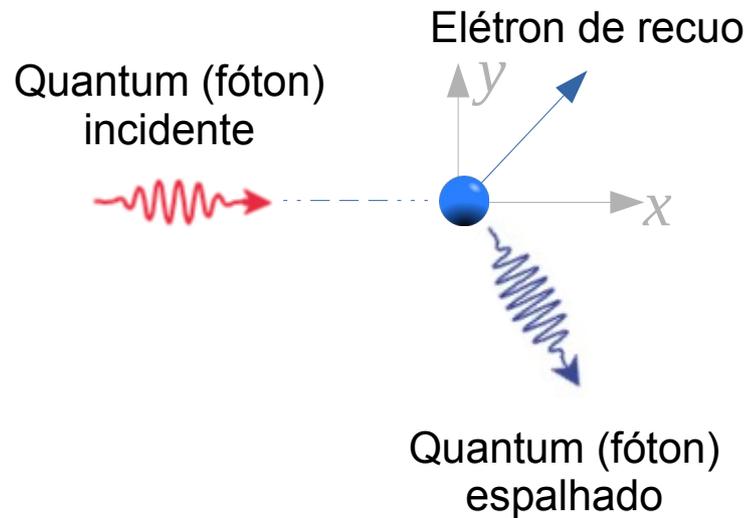


Pela conservação do momento:

$$\begin{cases} p_0 = p_1 \cos \theta + p_e \cos \phi & - \text{no eixo } x \\ 0 = -p_1 \sin \theta + p_e \sin \phi & - \text{no eixo } y \end{cases}$$

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia



Pela conservação do momento:

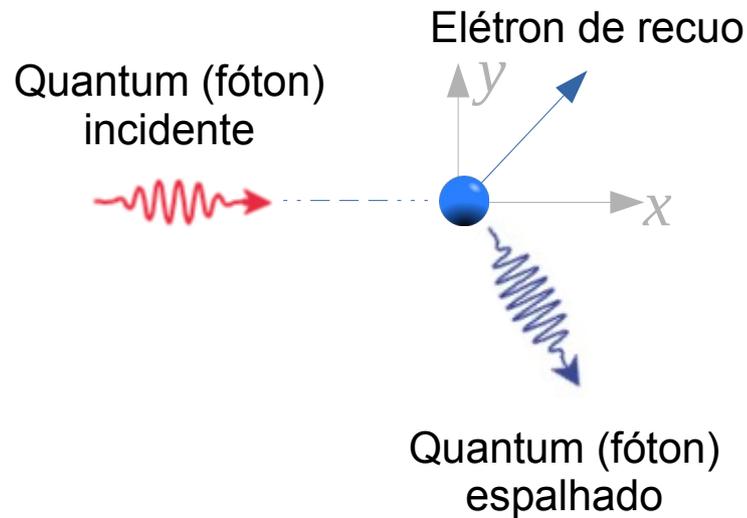
$$\begin{cases} p_0 = p_1 \cos \theta + p_e \cos \phi & - \text{no eixo } x \\ 0 = -p_1 \sin \theta + p_e \sin \phi & - \text{no eixo } y \end{cases}$$

Elevando as duas expressões ao quadrado:

$$\begin{cases} (p_0 - p_1 \cos \theta)^2 = (p_e \cos \phi)^2 & - \text{no eixo } x \\ (p_1 \sin \theta)^2 = (p_e \sin \phi)^2 & - \text{no eixo } y \end{cases}$$

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia



Pela conservação do momento:

$$\begin{cases} p_0 = p_1 \cos \theta + p_e \cos \phi & - \text{no eixo } x \\ 0 = -p_1 \sin \theta + p_e \sin \phi & - \text{no eixo } y \end{cases}$$

Elevando as duas expressões ao quadrado:

$$\begin{cases} (p_0 - p_1 \cos \theta)^2 = (p_e \cos \phi)^2 & - \text{no eixo } x \\ (p_1 \sin \theta)^2 = (p_e \sin \phi)^2 & - \text{no eixo } y \end{cases}$$

Somando: $(p_0 - p_1 \cos \theta)^2 + p_1^2 \sin^2 \theta = p_e^2$

$$p_0^2 - 2p_0 p_1 \cos \theta + p_1^2 \cos^2 \theta + p_1^2 \sin^2 \theta = p_e^2$$

$$p_0^2 + p_1^2 - 2p_0 p_1 \cos \theta = p_e^2$$

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

Pela conservação da energia:

Energia do elétron em repouso

Energia do quantum espalhado

Energia final do elétron

Energia do quantum incidente

$$E_0 + m_{e0}c^2 = E_1 + K_e + m_{e0}c^2$$

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

Pela conservação da energia:

Energia do elétron em repouso

Energia do quantum espalhado

Energia final do elétron

Energia do quantum incidente

$$E_0 + m_{e0}c^2 = E_1 + K_e + m_{e0}c^2$$

$E_0 + E_1 = K_e$ mas $E_{\text{fóton}} = pc$

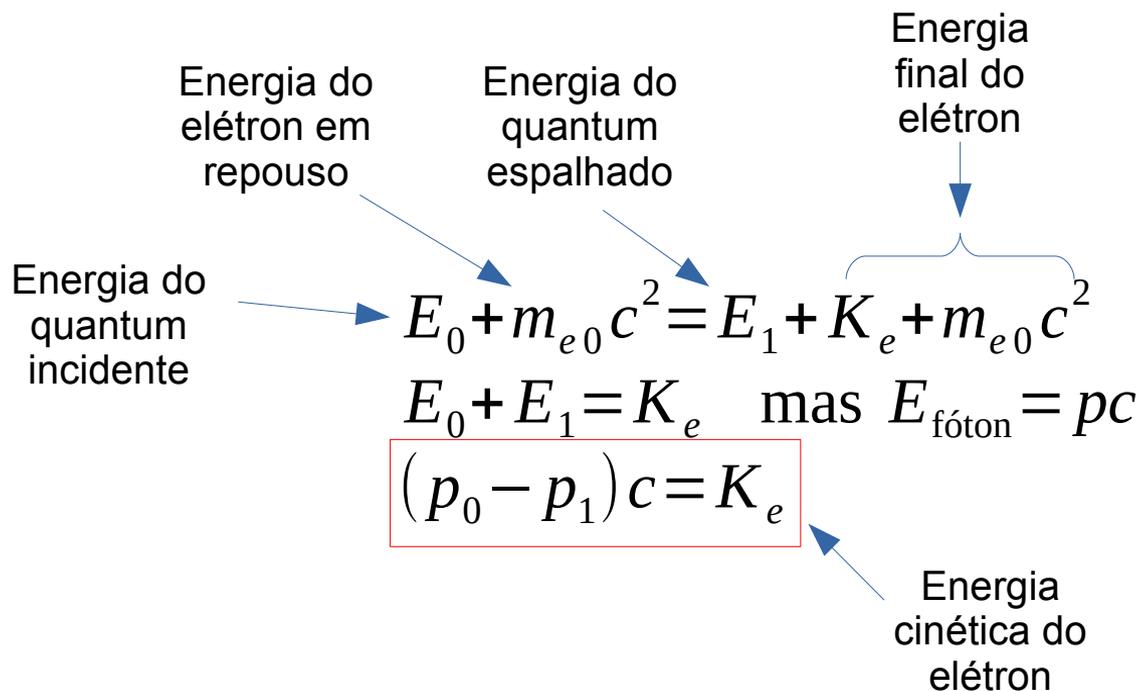
$(p_0 - p_1)c = K_e$

Energia cinética do elétron

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

Pela conservação da energia:



Como relacionar
 K_e com p_e ?

$$p_0^2 + p_1^2 - 2 p_0 p_1 \cos \theta = p_e^2$$

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

Da relatividade: $E_e^2 = p_e^2 c^2 + m_{e0}^2 c^4$

$$p_e^2 = \frac{E_e^2 - m_{e0}^2 c^4}{c^2} \quad \text{mas } E_e = K_e + m_{e0} c^2$$

$$p_e^2 = \frac{(K_e + m_{e0} c^2)^2 - m_{e0}^2 c^4}{c^2}$$

$$p_e^2 = \frac{K_e^2 + m_{e0}^2 c^4 + 2 K_e m_{e0} c^2 - m_{e0}^2 c^4}{c^2}$$

$$p_e^2 = \frac{K_e^2}{c^2} + 2 K_e m_{e0}$$

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

Da relatividade: $E_e^2 = p_e^2 c^2 + m_{e0}^2 c^4$

$$p_e^2 = \frac{E_e^2 - m_{e0}^2 c^4}{c^2} \quad \text{mas } E_e = K_e + m_{e0} c^2$$

$$p_e^2 = \frac{(K_e + m_{e0} c^2)^2 - m_{e0}^2 c^4}{c^2}$$

$$p_e^2 = \frac{K_e^2 + m_{e0}^2 c^4 + 2 K_e m_{e0} c^2 - m_{e0}^2 c^4}{c^2}$$

$$p_e^2 = \frac{K_e^2}{c^2} + 2 K_e m_{e0}$$

$$p_0^2 + p_1^2 - 2 p_0 p_1 \cos \theta = p_e^2 \quad \frac{K_e}{c} = p_0 - p_1$$

$$p_0^2 + p_1^2 - 2 p_0 p_1 \cos \theta = (p_0 - p_1)^2 + 2(p_0 - p_1) m_0 c$$

$$p_0 p_1 - p_0 p_1 \cos \theta = (p_0 - p_1) m_0 c$$

Efeito Compton

Espalhamento de um quantum de energia

$$p_0 p_1 - p_0 p_1 \cos \theta = (p_0 - p_1) m_0 c$$

$$p_0 - p_1 = \frac{p_0 p_1}{m_{e0} c} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{p_0 - p_1}{p_0 p_1} = \frac{1}{m_{e0} c} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_0} = \frac{1}{m_{e0} c} (1 - \cos \theta)$$

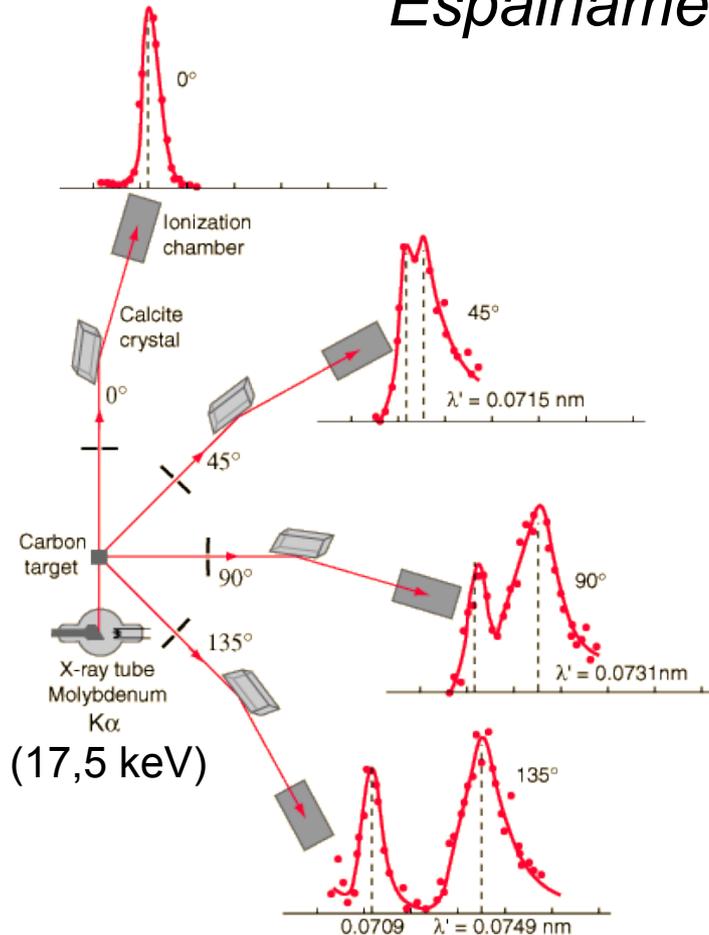
$$\frac{\lambda_1}{h} - \frac{\lambda_0}{h} = \frac{1}{m_{e0} c} (1 - \cos \theta)$$

$$\Delta \lambda = \lambda_C (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_C = \frac{h}{m_{e0} c} = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m} = 0,00243 \text{ nm}$$

Efeito Compton

Espalhamento de onda eletromagnética

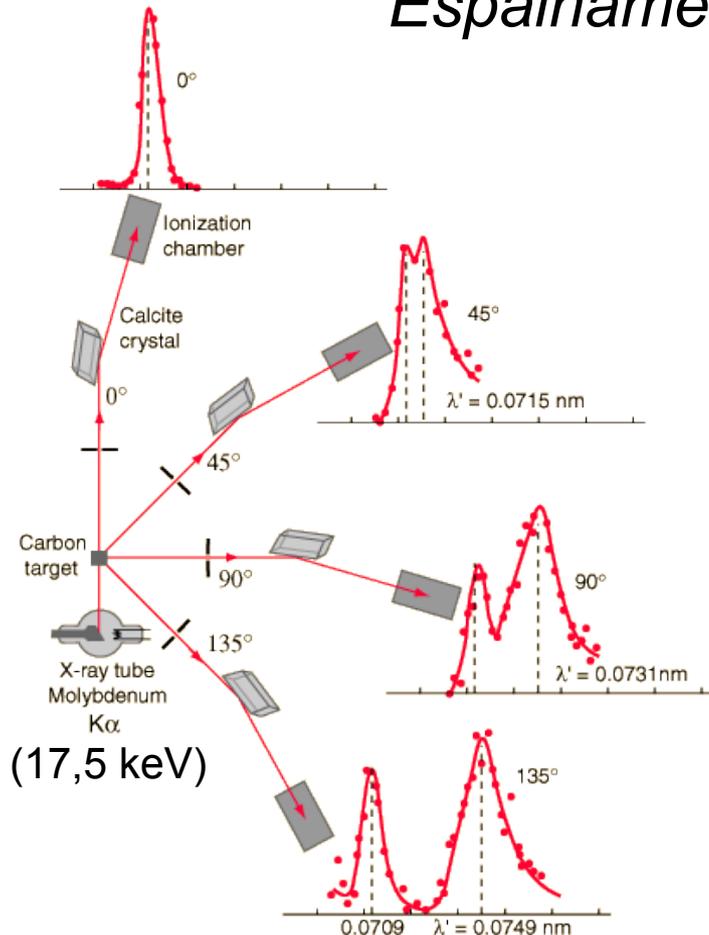


$$\Delta \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

θ	$\cos \theta$	$1 - \cos \theta$	$\Delta \lambda$ (nm)	$\lambda + \Delta \lambda$ (nm)
0°	1	0	0	0,0709
45°	0,7071	0,2929	0,00071	0,0716
90°	0	1	0,00243	0,0733
135°	-0,7071	1,7071	0,00415	0,0750

Efeito Compton

Espalhamento de onda eletromagnética



- Como então explicar, com esse modelo, o primeiro pico?

$$\Delta \lambda = \frac{1}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad \text{Espalhamento no elétron (segundo pico)}$$

$$\Delta \lambda = \frac{1}{M_0 c} (1 - \cos \theta) \quad \text{Espalhamento no átomo (primeiro pico)}$$

Massa do átomo \gg massa do elétron

Efeito Compton

Implicações do modelo de Compton

- **Compton interpretou seus resultados experimentais** postulando que o feixe de raios-X incidente não era uma onda de frequência ν , mas um **conjunto de fótons**, cada um com energia:

$$E = h \nu$$

(assim como Einstein!)

e que esses **fótons colidiam com os elétrons livres** do alvo, da mesma forma que colidem duas bolas de bilhar, tendo portanto, **momento:**

$$p = h / \lambda$$

Efeito fotoelétrico & efeito Compton

- O modelo de **Einstein** trata a luz como um **pacote de energia localizado no espaço**
- O modelo de **Compton** trata a luz como um **pacote de momento localizado no espaço**
- Os **dois modelos juntos** conferem um **caráter corpuscular** à luz, que é **inconsistente** com as evidências do **caráter ondulatório** da luz (Huygens, Young, etc.)

Próxima aula...

- Interação de radiação com a matéria
 - Produção de raios-x
 - Produção e aniquilação de pares
- Modelo atômico
 - Modelo de Thomson
 - Modelo de Rutherford
 - Espectros de emissão atômicos
 - A lei de Mosley