Exercícios : Probabilidades

1) Um experimento consiste em retirar uma carta de um baralho (52 cartas).
(a) Determine a probabilidade de retirar a carta de um naipe específico: $P(X)$ onde o= carta de ouros, c= carta de copas, p= carta de paus e e= carta de espadas;
(b) Determine a probabilidade de retirar a carta de valor específico: $P(i)$ onde i= As, 2, 3, ...;
(c) Determine para quais valores de X e i, $P(i \cap X) = P(i)P(X)$;
(d) O que pode ser concluído de (c)?

2) No mesmo baralho do problema anterior, a carta de 2 de paus foi perdida.
(a) Determine a probabilidade de retirar a carta de um naipe específico: $P(X)$;
(b) Determine a probabilidade de retirar a carta de valor específico: $P(i)$;
(c) Determine para quais valores de X e i, $P(i \cap X) = P(i)P(X)$;
(d) O que pode ser concluído de (c)?

3) Possuo 4 bolas amarelas, 3 bolas vermelhas, 2 bolas azuis e 1 bola verde. De quantas maneiras diferentes poderemos arrumar essas bolas?

4) Quantas sequências distintas de números ímpares pode se formar com todos os algarismos do número 333669?

5) Numa urna existem 3 bolas brancas e 7 bolas pretas. Determine a quantidade de sequências e a probabilidade de retirar 5 bolas da urna com reposição da bola retirada. Esta forma de retirar as bolas também é conhecida como sorteio simultâneo, ou seja, é como se tivéssemos 5 urnas idênticas que sortearam uma bola simultaneamente cada uma.
(a) Probabilidade de todas serem pretas;
(b) Probabilidade de 2 serem brancas e 3 serem pretas;
(c) Probabilidade de pelo menos uma delas ser branca;

6) Um jogo de dados consiste em jogar simultaneamente 5 dados.
(a) Determine a probabilidade de obter todos os 5 dados com o mesmo número numa única jogada;
(b) Determine a probabilidade de obter todos os 5 dados com números diferentes numa única jogada;
(c) Construa a tabela e o gráfico de $P(s)$ onde s= soma;
(d) Determine a s mais provável;
(e) Determine os valores: da média $\langle s \rangle$, da média quadrática $\langle s^2 \rangle$, do desvio padrão σ e da variância σ^2;
(f) Se após uma jogada, o jogador reservou 2 dados com mesmo número e jogou os outros 3 novamente, determine a probabilidade de obter os 5 dados com o mesmo número;
(g) Discuta o resultado de (a) e (f).

7) Determine a multiplicidade de estados, ou seja, a quantidade de formas diferentes, que podemos distribuir 4 bolas em 5 caixas, sabendo que cada caixa pode ter de 0 a 4

bolas. Este problema é equivalente a identificar a multiplicidade de estados de n partículas indistinguíveis (4 bolas) em M estados de energia (5 caixas).

8) Determine a distribuição de probabilidade de retirar n(caras) em 10 lançamentos de uma moeda, ou seja, achar P(n) onde n=0 até 10 e P(n) é a probabilidade de obter n vezes cara nos 10 lançamentos da moeda. Faça o gráfico.

9) Determine a multiplicidade de estados, ou seja, a quantidade de formas diferentes que podemos distribuir 8 bolas em uma rede com: (a) 10, (b) 20 e (c) 30 sítios (quadradinho que só cabem uma bola de cada vez). Este problema é equivalente a identificar a multiplicidade de estados de n partículas indistinguíveis (8 bolas) em três caixas de volume diferentes (V= 10, 20 e 30 quadradinhos).

10) Numa caixa existem 6 bolas brancas e 6 bolas pretas. Determinar a multiplicidade de estados, ou seja, a quantidade de formas diferentes que podemos distribuir: (a) todas as bolas pretas do lado esquerdo e todas as brancas do outro lado; (b) 5 bolas pretas e 1 branca do lado esquerdo e a demais no outro; (c) 4 bolas pretas e 2 brancas do lado esquerdo e a demais no outro; (d) 3 bolas pretas e 3 brancas do lado esquerdo e a demais no outro. O que você pode concluir sobre manter as bolas separadas e misturadas.

Respostas:

1) (a) P(o)= P(c)= P(e)= P(p)= 13/52; (b) P(As)= P(2)= P(3)= P(4)= . . . = 4/52; (c) Todas as combinação de i e X; (d) Os eventos X e i são independentes, ou seja, a probabilidade de retirarmos uma carta de um número específico é a mesma no baralho inteiro (4/52) ou apenas no baralho de um único naipe (1/13=4/52) e a probabilidade de retirarmos uma carta de um naipe específico é a mesma no baralho inteiro (13/52) ou apenas no baralho de um único número (1/4=13/52).

2) (a) P(o)= P(c)= P(e)= 13/51 e P(p)= 12/51; (b)P(2)= 3/51 e P(As)= P(3)= P(4)= ...= 4/51; (c)Numa combinação de i e X ; (d) Os eventos X e i não são independentes quando falta uma carta no baralho.

3) $P_{10}^{(4,3,2)}$ = 10!/(4!3!2!) =12600
4) $P_5^{(2,2)} + P_5^{(3,2)}$= 40
5)(a) $(7/10)^5$; (b) $10(3/10)^2(7/10)^3$; (c) $1-(7/10)^5$;
6) (a) $6/6^5= 1/6^4$; (b) $6!/6^5$; (c) 17 e 18; (e) $\langle s\rangle$= 17.5, $\langle s^2\rangle$= 320.83, σ=3.82, σ^2= 14.58; (f) $(5^3/6^4).(1/6^3)$; (g) Obter os 5 dados iguais é cerca de 3 vezes e meia mais provável com 2 jogadas (primeiro 5, depois 3) que com uma jogada apenas. (c)

s	n(s)	P(s)	s.P(s)	s^2.P(s)
5	1	0.000129	0.00064	0.00322
6	5	0.000643	0.00386	0.02315
7	15	0.001929	0.01350	0.09452
8	35	0.004501	0.03601	0.28807
9	70	0.009002	0.08102	0.72917
10	126	0.016204	0.16204	1.62037
11	205	0.026363	0.28999	3.18994
12	305	0.039223	0.47068	5.64815
13	420	0.054012	0.70216	9.12809
14	540	0.069444	0.97222	13.61111
15	651	0.083719	1.25579	18.83681
16	735	0.094522	1.51235	24.19753
17	780	**0.100309**	1.70525	28.98920
18	780	**0.100309**	1.80556	32.50000
19	735	0.094522	1.79591	**34.12230**
20	651	0.083719	1.67438	33.48765
21	540	0.069444	1.45833	30.62500
22	420	0.054012	1.18827	26.14198
23	305	0.039223	0.90213	20.74910
24	205	0.026363	0.63272	15.18519
25	126	0.016204	0.40509	10.12731
26	70	0.009002	0.23405	6.08539
27	35	0.004501	0.12153	3.28125
28	15	0.001929	0.05401	1.51235
29	5	0.000643	0.01865	0.54077
30	1	0.000129	0.00386	0.11574
SOMA		**1.00**	$\langle s\rangle$ **= 17.50**	$\langle s^2\rangle$ **= 320.83** $s_{rqm} = \sqrt{320.83} = 17.91$

Note que essa função é simétrica e o valor mais provável na tabela é s= 17 e 18, portanto s_{mp}= 17,5 = $\langle s\rangle$. O valor mais provável de s^2 é em 19.

7)W=(n+M-1)!/n!(M-1)!, onde n= numero de bolas e M= número de caixas. Portanto, neste problema W= 8!/4!4!=70

8) A solução deste problema é a distribuição binomial: $[N!/n!(N-n)!]\ p^n(1-p)^{(N-n)}$, onde em N tentativas ocorrem n vezes uma das duas resposta que têm probabilidade p de ocorrer. Neste problema p=1/2, N=10 e n assume os valores de 0 a 10. $P(0)= 1/2^{10}$; $P(1)=10/2^{10}$; $P(2)= 10!/2!8!2^{10}=54/2^{10}$; $P(3)= 10!/3!7!2^{10}=120/2^{10}$; ...

9) W=M!/N!M!, onde N= número de bolas e M= número de sítios da rede. Portanto, neste problema: (a) W= 10!/8!2!=54; (b) W= 20!/8!12!=125.970; (c) W= 30!/8!22!=5.852.925.

10) (a) W= 1; (b) $W=(6!/5!1!)^2=36$; (c) $W=(6!/4!2!)^2=225$; (d) $W=(6!/3!3!)^2=400$.