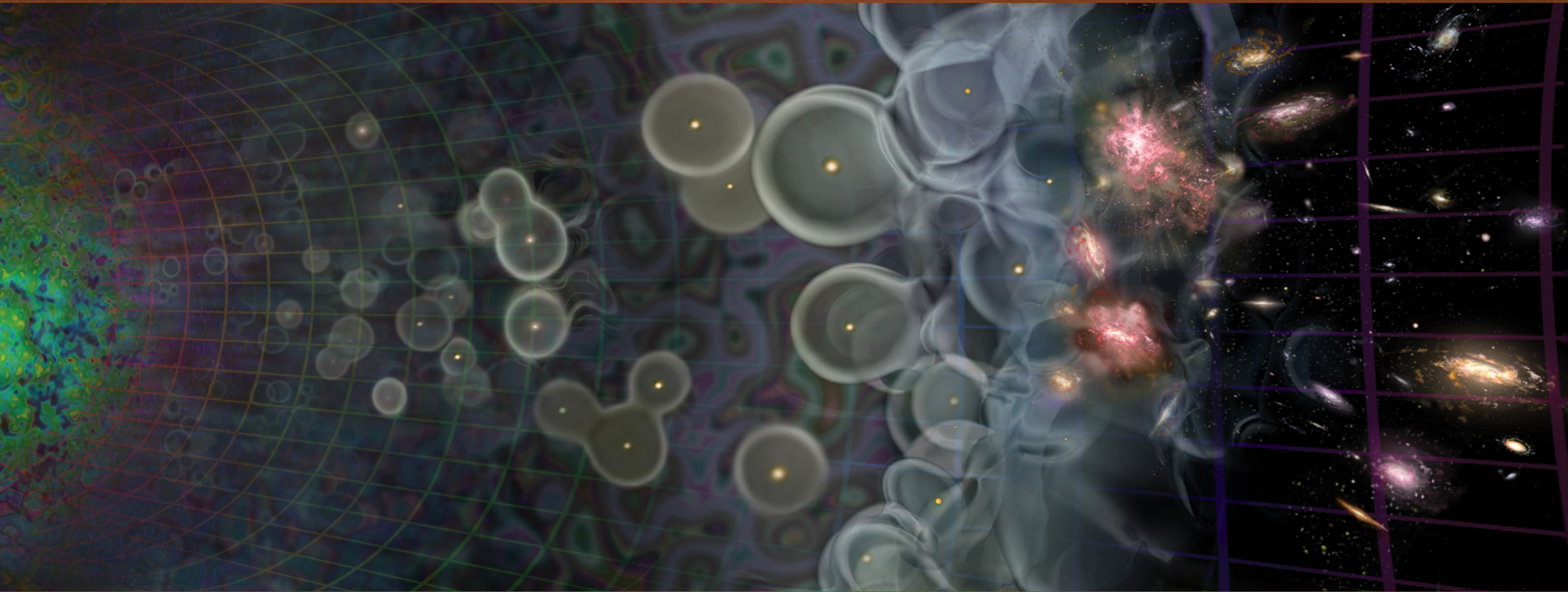


INTRODUÇÃO À



RELATIVIDADE

AULA 24 - 10/06/2020

- A equação da geodésica em FLRW: cinemática cosmológica
- As equações de Friedmann e a matéria cosmológica
- Geodésicas nulas e o redshift
- Medidas de distância cosmológicas
- Hubble, o universo em expansão e o *Big Bang*
- Leitura: Cap. 8 do Carroll

CINEMÁTICA EM FLRW

- Na aula passada vimos que há apenas uma classe de métricas que descreve os espaços homogêneos e isotrópicos: a métrica de Friedmann-Lemaître-Roberston-Walker (FLRW).
- A seção espacial (3D) do espaço tempo é descrita, em diversos sistemas de coordenadas, em termos da curvatura espacial $K = \pm R_0^{-2}$:

Coordenadas hiper-esféricas: $\{\chi, \theta, \varphi\} \rightarrow dl^2 = d\chi^2 + \frac{1}{K} \text{sen}^2(\sqrt{K}\chi) d\Omega^2$

Coordenadas pseudo-esféricas: $\{R, \theta, \varphi\} \rightarrow dl^2 = \frac{dR^2}{1 - K R^2} + R^2 d\Omega^2$

Coordenadas conforme-cartesianas: $\{x, y, z\} \rightarrow dl^2 = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{1 + \frac{K}{4}(x^2 + y^2 + z^2)}$

- De um modo genérico podemos escrever:

$$dl^2 = \gamma_{ij} dx^i dx^j, \quad \text{onde } \gamma_{ij} \text{ é a } \textit{métrica da seção espacial}, \text{ e } x^i \text{ são coordenadas quaisquer.}$$

- A métrica de FLRW é dada então por:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) dl^2, \quad \text{onde } a(t) \text{ é o } \textit{fator de escala}.$$

POR **CONVENÇÃO**,
HOJE ($t = t_0$) O FATOR DE
ESCALA TEM O VALOR

$$a(t_0) = 1$$

CINEMÁTICA EM FLRW

- Antes mesmo de encontrarmos o comportamento do fator de escala podemos começar a responder uma pergunta básica: **como partículas se movem nesse espaço-tempo?** Ou seja, como se comportam as geodésicas num espaço-tempo de FLRW?
- Para isso vamos resolver a nossa velha conhecida, a **Equação da Geodésica**:

$$\frac{d^2 X^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu U^\alpha U^\beta = 0 \quad , \quad \text{ou equivalentemente} \quad \frac{dU^\mu}{d\tau} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu U^\alpha U^\beta = 0 \quad ,$$

onde $X^\mu(\tau)$ denota a trajetória da partícula e $U^\mu = dX^\mu/d\tau$ é a sua 4-velocidade.

- Vamos responder essa pergunta usando as coordenadas conforme-cartesianas acima, para as quais a métrica da seção espacial é dada por:

$$\gamma_{ij} = \frac{\delta_{ij}}{1 + \frac{K}{4} \vec{x}^2}$$

- A métrica completa de FLRW fica então dada por:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & a^2(t)\gamma_{ij} \end{pmatrix}$$

CINEMÁTICA EM FLRW

- Usando a métrica acima obtemos todas as conexões facilmente:

$$\Gamma_{00}^0 = \Gamma_{00}^i = \Gamma_{i0}^0 = 0$$

$$\Gamma_{ij}^0 = a \dot{a} \gamma_{ij} \quad , \quad \Gamma_{0j}^i = \frac{\dot{a}}{a} \delta_{ij}$$

$$\Gamma_{ij}^k = \frac{K}{2} \frac{\delta_{ij} x^k - \delta_{ki} x^j - \delta_{kj} x^i}{1 + \frac{K}{4} \vec{x}^2}$$

- Podemos agora substituir essas expressões na Equação da Geodésica. Para começar, vamos supor que a partícula está **em repouso** numa posição qualquer, ou seja:

$$X^\mu(\tau = 0) = \{t_0, x_0, y_0, z_0\} \quad \text{e} \quad U^\mu(\tau = 0) = \{1, 0, 0, 0\} \quad .$$

- A equação da geodésica se desmembra em duas equações: uma para a parte temporal e uma para a parte espacial:

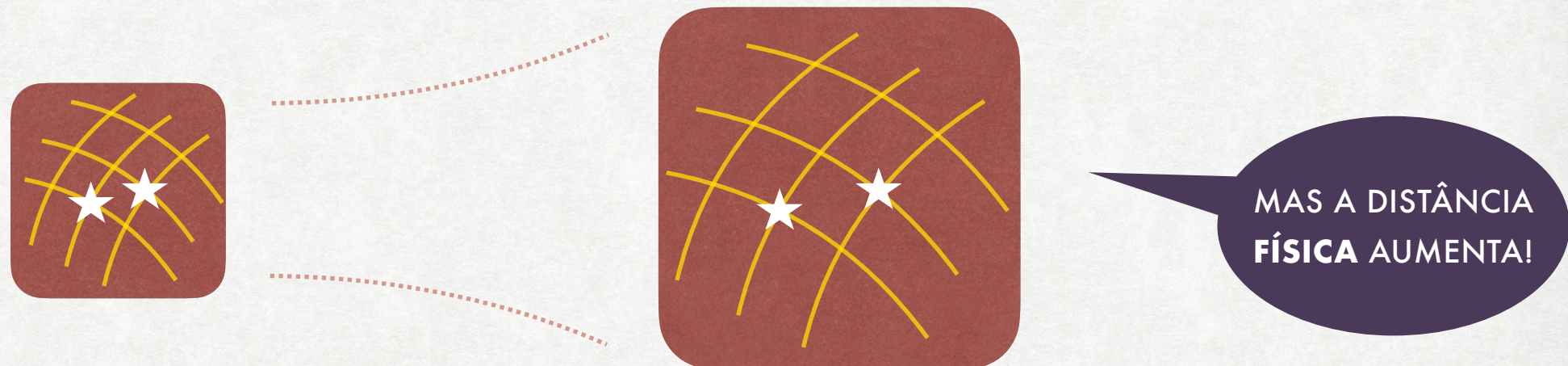
$$\frac{dU^\mu}{d\tau} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu U^\alpha U^\beta = 0$$

$$\rightarrow \frac{dU^0}{d\tau} + \cancel{\Gamma_{00}^0} U^0 U^0 + 2\cancel{\Gamma_{0i}^0} U^0 \boxed{U^i} + \Gamma_{ij}^0 \boxed{U^i U^j} = 0 \quad \Rightarrow \quad U^0 = \text{const.} = 1$$

$$\rightarrow \frac{dU^k}{d\tau} + \cancel{\Gamma_{00}^k} U^0 U^0 + 2\Gamma_{0i}^k U^0 \boxed{U^i} + \Gamma_{ij}^k \boxed{U^i U^j} = 0 \quad \Rightarrow \quad U^k = \text{const.} = 0$$

CINEMÁTICA EM FLRW

- Ou seja: *uma partícula inicialmente em repouso permanecerá em repouso !*
- Duas partículas em repouso em posições diferentes, X^i e Y^i , *permanecem em repouso*, cada uma no seu lugar, e portanto a *distância comóvel entre elas*, $\Delta l^2 = \gamma_{ij} (X^i - Y^i) (X^j - Y^j)$, *permanece constante !*



- Vou deixar como exercício (da lista!) para vocês mostrarem que, se uma partícula tiver uma *velocidade inicial* qualquer, $U^i(\tau = 0) \neq 0$, então a velocidade segue a dependência do tempo do fator de escala, com $U^i(t) \sim 1/a(t)$.

AS EQUAÇÕES DE EINSTEIN EM FLRW

- O exercício acima mostra mais uma vez que *não existem posições especiais* num espaço-tempo de FLRW: se colocarmos uma partícula em repouso em qualquer lugar, essa partícula vai *permanecer parada na mesma posição*.
- Agora chegou a hora de obter as equações dinâmicas para um universo descrito por essa métrica, e fazer a conexão com a matéria. Naturalmente, queremos escrever as Equações de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

- Os argumentos acima mostram que essas equações não podem "escolher" nenhum ponto do espaço, portanto elas não podem depender das coordenadas espaciais — apenas no tempo.
- Vamos começar trabalhando com o lado esquerdo dessas equações. O primeiro passo é calcular o tensor de Ricci, que podemos escrever em termos das conexões como:

$$R_{\mu\nu} = R^{\eta}_{\mu\eta\nu} \equiv \partial_{\eta} \Gamma^{\eta}_{\nu\mu} - \partial_{\nu} \Gamma^{\eta}_{\eta\mu} + \Gamma^{\eta}_{\eta\lambda} \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} - \Gamma^{\eta}_{\nu\lambda} \Gamma^{\lambda}_{\eta\mu}$$

- Após um pouco de álgebra e cálculo tensorial obtemos que:

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a}, \quad R_{0i} = R_{i0} = 0$$

$$R_{ij} = a^2 \gamma_{ij} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2\frac{K}{a^2} \right) \quad \Rightarrow \quad R = 6\frac{\ddot{a}}{a} + 6\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 6\frac{K}{a^2}$$

ESSE RESULTADO É
O MESMO PARA
QUALQUER ESCOLHA DE
COORDENADAS!

→ NÃO DEPENDE DA
POSIÇÃO!

AS EQUAÇÕES DE EINSTEIN EM FLRW

- Assim, obtemos finalmente o tensor de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R$$

$$G_{00} = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{K}{a^2}$$

$$G_{ij} = g_{ij} \left(-2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{K}{a^2} \right)$$

- Agora, para escrever as Equações de Einstein, só falta incluir a matéria.
- Já vimos que o tensor de energia-momento da matéria de um fluido é dado em termos da densidade de energia (ρ) e da pressão (p) e da 4-velocidade do fluido (U_μ) por:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p) U_\mu U_\nu + p g_{\mu\nu}$$

- Mas já vimos que partículas em repouso em FLRW permanecem em repouso, ou seja, $U^\mu \rightarrow \{1,0,0,0\}$, ou $U_\mu \rightarrow \{-1,0,0,0\}$. Isso significa que as componentes do tensor de energia-momento são:

$$T_{00} = \rho$$

$$T_{ij} = p g_{ij}$$

VOCÊ PODE VERIFICAR QUE A CONSERVAÇÃO DESSE TENSOR DE ENERGIA-MOMENTO, $T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$, RETORNA A **EQUAÇÃO DA**

CONTINUIDADE: $\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0$

AS EQUAÇÕES DE EINSTEIN EM FLRW

- Agora podemos finalmente juntar os dois lados disso e escrever:

$$G_{00} = 8\pi G T_{00} \quad \Rightarrow \quad 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{K}{a^2} = 8\pi G \rho$$

$$G_{ij} = 8\pi G T_{ij} \quad \Rightarrow \quad -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{K}{a^2} = 8\pi G p$$

- Essas são as ***Equações de Friedmann***.
- Nessas equações temos apenas ***funções apenas do tempo***: $a(t)$, $\rho(t)$ e $p(t)$.
- Diferentes tipos de matéria resultam em diferentes dinâmicas para o fator de escala $a(t)$. Faremos isso com detalhe em breve, mas por enquanto vamos considerar o modelo mais simples possível, de matéria não-relativística ("fria"), ou seja, que só tem energia de repouso, e portanto $p = 0$.

EQUAÇÕES DE FRIEDMANN COM POEIRA

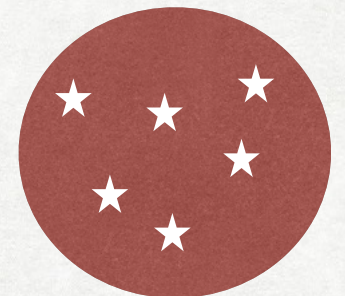
- Vamos considerar matéria que é composta de partículas com massa de repouso mas com velocidades desprezíveis. Nesse caso a densidade em qualquer volume V é dada pela massa total dentro daquele volume físico (V_f), dividida pelo próprio volume :

$$\rho = \frac{M c^2}{V_f}$$



- Essa densidade é uma função do tempo, porque o **volume físico** varia com o tempo:

$$V_f = \int_V d^3x \sqrt{\det g_{ij}} = a^3 \int_V d^3x \sqrt{\det \gamma_{ij}} = a^3 V_c \Rightarrow \rho = \frac{\rho_c}{a^3} .$$



- A pressão dessa matéria "fria" é nula, $p = 0$. Logo, temos:

$$G_{00} = 8\pi G T_{00} \Rightarrow 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{K}{a^2} = 8\pi G \rho_c a^{-3}$$

$$G_{ij} = 8\pi G T_{ij} \Rightarrow -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{K}{a^2} = 0$$

- Você pode verificar diretamente que a segunda equação segue da primeira: basta tomar $a^3 \times (...)$ e tomar a derivada no tempo, que você chega na segunda equação. Então vamos resolver essa primeira.

EQUAÇÕES DE FRIEDMANN COM POEIRA

- Podemos resolver a equação:

$$\dot{a}^2 + K = \frac{8\pi G \rho_c}{3} a^{-1}$$

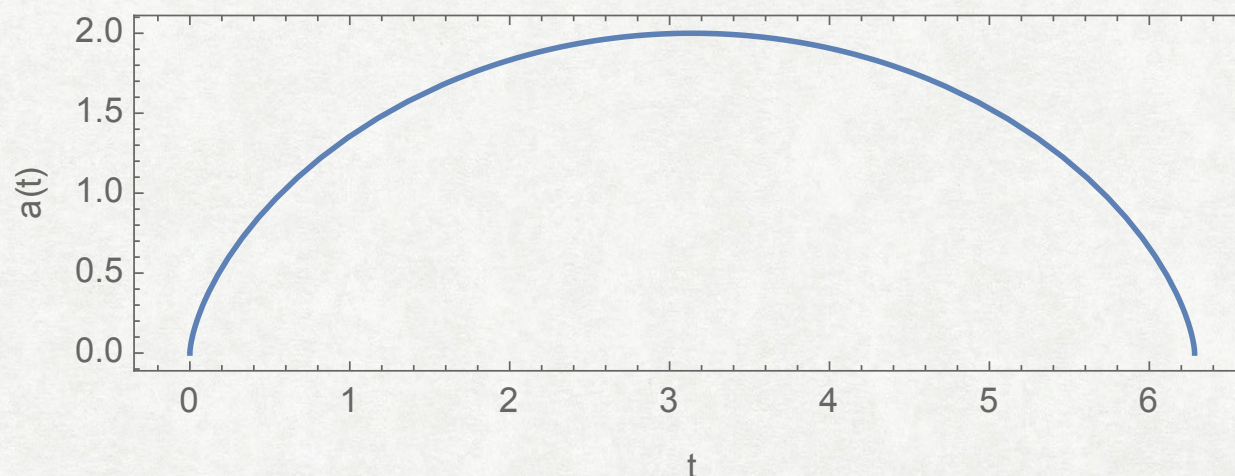
- É fácil ver que, se $K = 0$, a solução é muito simples: $a \sim t^{2/3}$. Ou, explicitamente:

$$K = 0 \quad \Rightarrow \quad a(t) = \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/3}, \quad \text{com} \quad t_0 = (6\pi G \rho_c)^{-1/2}.$$

- No caso $K \neq 0$ a solução é um pouco mais complicada. Vamos tomar o caso $K > 0$, ou seja, a geometria esférica (fechada). Nesse caso a solução é dada em termos da parametrização:

$$a(\psi) = \frac{4\pi G \rho_c}{3K} (1 - \cos \psi)$$

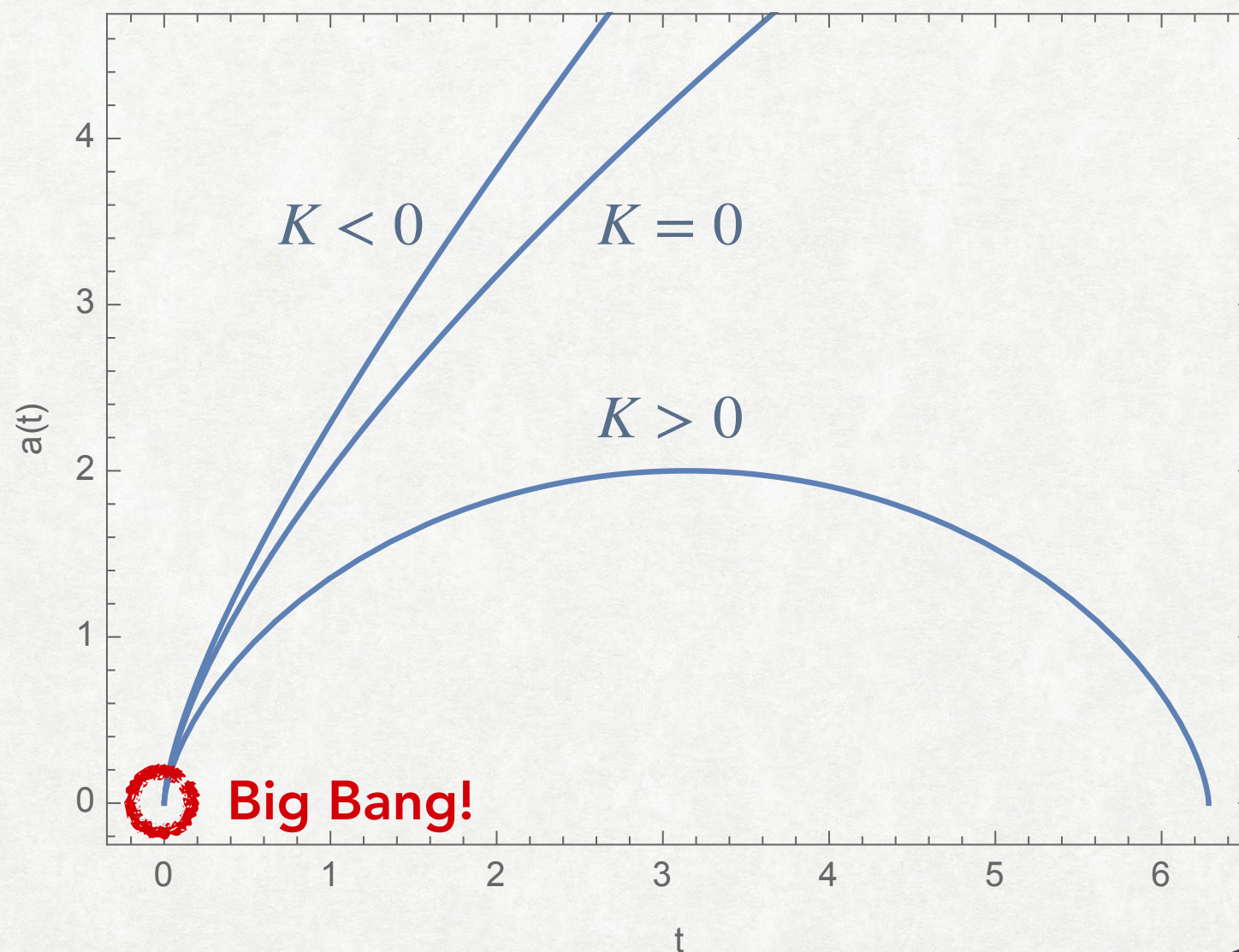
$$t(\psi) = \frac{4\pi G \rho_c}{3K^{3/2}} (\psi - \sin \psi)$$



(Obs: para tomar o limite $K \rightarrow 0$ você deve expandir as expressões acima em série de Taylor para $\psi \rightarrow 0$)

EQUAÇÕES DE FRIEDMANN COM POEIRA

- A *solução geral* (para qualquer valor de K) pode ser representada pelo gráfico abaixo.



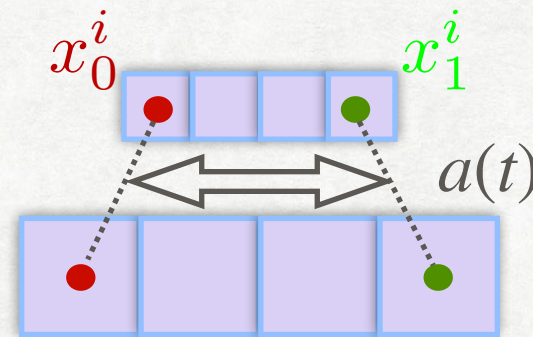
$$t \rightarrow 0 : a \rightarrow 0 , \dot{a} \rightarrow \infty , \rho \rightarrow \infty !$$

NOTE QUE O BIG BANG É UM **INSTANTE NO TEMPO**, E NÃO UM PONTO NO ESPAÇO! NAQUELE INSTANTE TODOS OS PONTOS SE TORNAM INFINITAMENTE PRÓXIMOS, SEM QUE NENHUM DELES REPRESENTA UM "CENTRO"

GEODÉSICAS NULAS E O REDSHIFT

- Vamos voltar para o "básico" da métrica de FLRW, e lembrar que dois corpos em repouso permanecem em repouso, mas a sua distância física muda com o tempo, de acordo com o fator de escala $a(t)$:

$$\Delta s^2 = a^2(t) \Delta l^2$$



- A velocidade com que esses dois corpos se afastam pode ser escrita em termos dessa própria distância física:

$$v = \frac{d}{dt} \Delta s = \frac{d}{dt} [a(t) \Delta l] = \dot{a} \Delta l$$

$$\Rightarrow v = \frac{\dot{a}}{a} a \Delta l = \frac{\dot{a}}{a} \Delta s = H \Delta s \quad ,$$

onde $H = \frac{\dot{a}}{a}$ é a *função de Hubble*, ou *taxa de expansão do universo*.

GEODÉSICAS NULAS E O REDSHIFT

- Essa relação entre distância e velocidade num universo de FLRW remete à noção de um "efeito Doppler":

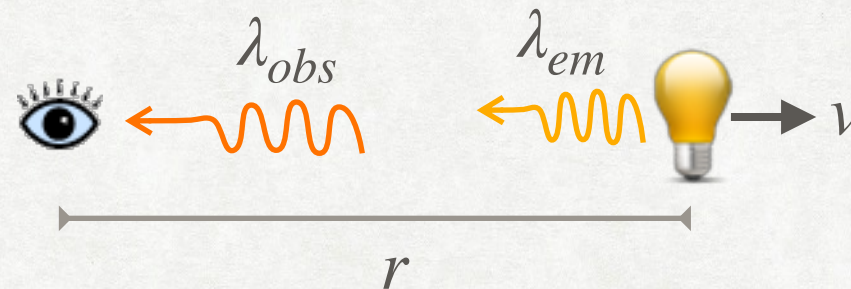
$$v = H r \quad , \quad \text{onde } r = a(t) r_c \text{ é a distância física}$$

- Mas a frequência de sinais emitidos por objetos que estão se afastando (ou se aproximando) de nós está sujeita ao **efeito Doppler**:

$$\frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} = 1 + \frac{v}{c} \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{H r}{c}$$

- Esse fator chama-se **redshift**:

$$\frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} = 1 + z \quad \rightarrow \quad z = \frac{H r}{c}$$



- Essa definição do redshift é intuitiva, mas ela é **aproximada**: afinal, a associação $v = H r$ tem um caráter **instantâneo**, o que não pode ser correto quando notamos que, entre a emissão da luz e a sua observação, transcorre necessariamente um intervalo de tempo. A seguir vamos fazer uma derivação mais rigorosa do redshift.

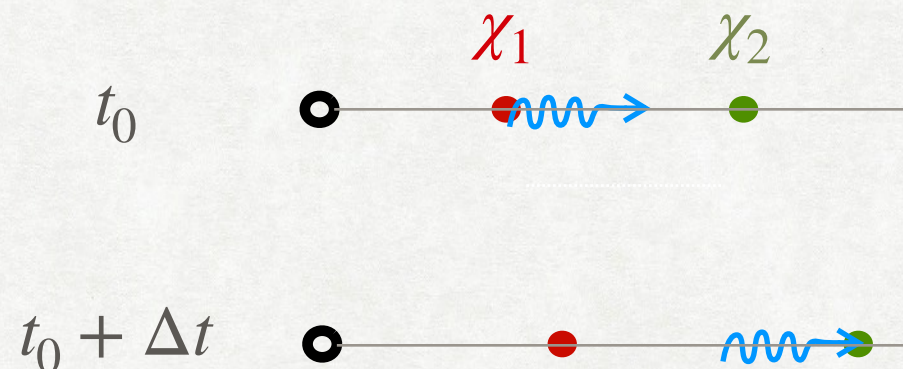
GEODÉSICAS NULAS E O REDSHIFT

- Considere um *raio de luz que é emitido de um ponto ao outro*.
- Por simplicidade, podemos escolher a origem do referencial de tal modo que ambos os pontos estão numa certa direção radial, e assim esse raio de luz será, por construção, na *direção radial* ($d\Omega = 0$).

- Se usarmos coordenadas hiper-esféricas teremos:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) d\chi^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dt}{a(t)} = d\chi$$



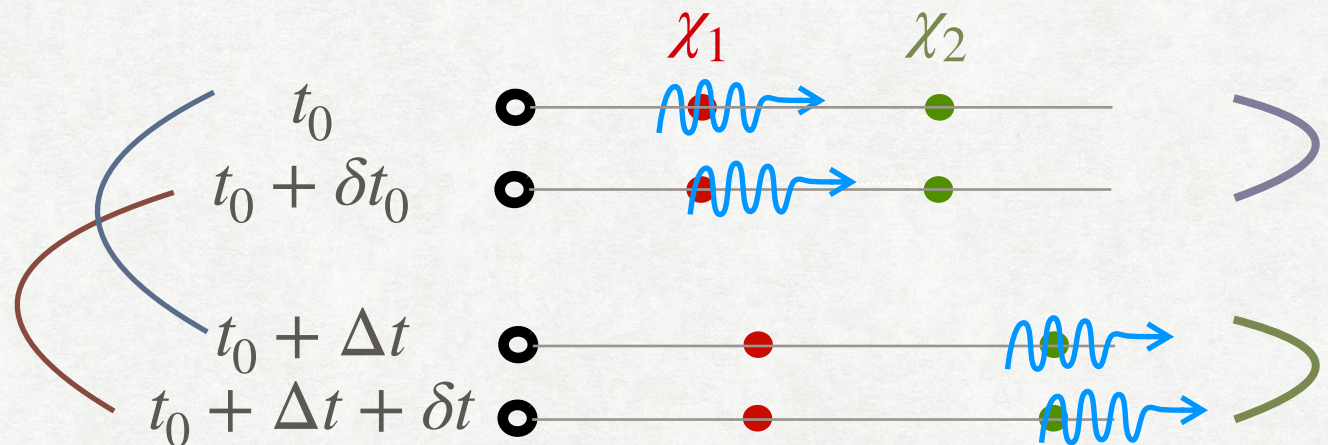
- Portanto, a *distância radial comóvel* $\Delta\chi$ entre os dois pontos é dada por:

$$\Delta\chi = \int_{\chi_1}^{\chi_2} d\chi = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \frac{dt}{a(t)}$$

GEODÉSICAS NULAS E O REDSHIFT

- Agora vamos analisar com mais cuidado a propagação desse raio de luz.
- Podemos pensar nesse raio de luz como uma onda que oscila rapidamente, com frequência ν_0 e período $\delta t_0 = 1/\nu_0$.
- Podemos medir essas oscilações tanto no ponto a luz é emitida quanto no ponto onde essa luz chega e é observada. Temos então que:

$$\Delta\chi = \underbrace{\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{dt}{a}}_{\text{blue}} = \underbrace{\int_{t_0+\delta t_0}^{t_0+\Delta t+\delta t} \frac{dt}{a}}_{\text{red}}$$



- Mas a primitiva dessas duas integrais são as mesmas, apenas os limites de integração é que mudam. Portanto, podemos fazer:

$$\underbrace{\int_{t_0}^{t_0+\delta t_0} \frac{dt}{a}}_{\text{blue}} = \underbrace{\int_{t_0+\Delta t}^{t_0+\Delta t+\delta t} \frac{dt}{a}}_{\text{green}}, \quad \text{mas tanto } \delta t \text{ quanto } \delta t_0 \text{ são muito pequenos, logo } \frac{\delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\delta t}{a(t_0 + \Delta t)}$$

GEODÉSICAS NULAS E O REDSHIFT

- Vamos repetir esse resultado aqui, porque ele é extremamente importante. Tomando $t_0 = t_{em}$ como o *instante da emissão* da luz, e $t_0 + \Delta t = t_{obs}$ como o *instante da observação* da luz, temos:

$$\frac{\delta t_{em}}{a(t_{em})} = \frac{\delta t_{obs}}{a(t_{obs})} \Rightarrow \frac{\nu_{em}^{-1}}{a(t_{em})} = \frac{\nu_{obs}^{-1}}{a(t_{obs})} \Rightarrow \frac{\lambda_{em}}{a(t_{em})} = \frac{\lambda_{obs}}{a(t_{obs})}$$

- Em outras palavras, encontramos uma espécie de "efeito Doppler cosmológico", que "alonga" o comprimento de onda da luz à medida que o universo expande (ou seja, à medida que o fator de escala a aumenta):

$$\frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})}$$

- O **redshift** z é definido como:

$$\lambda_{obs} = \lambda_{em} \times (1 + z) \Rightarrow 1 + z = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})}$$

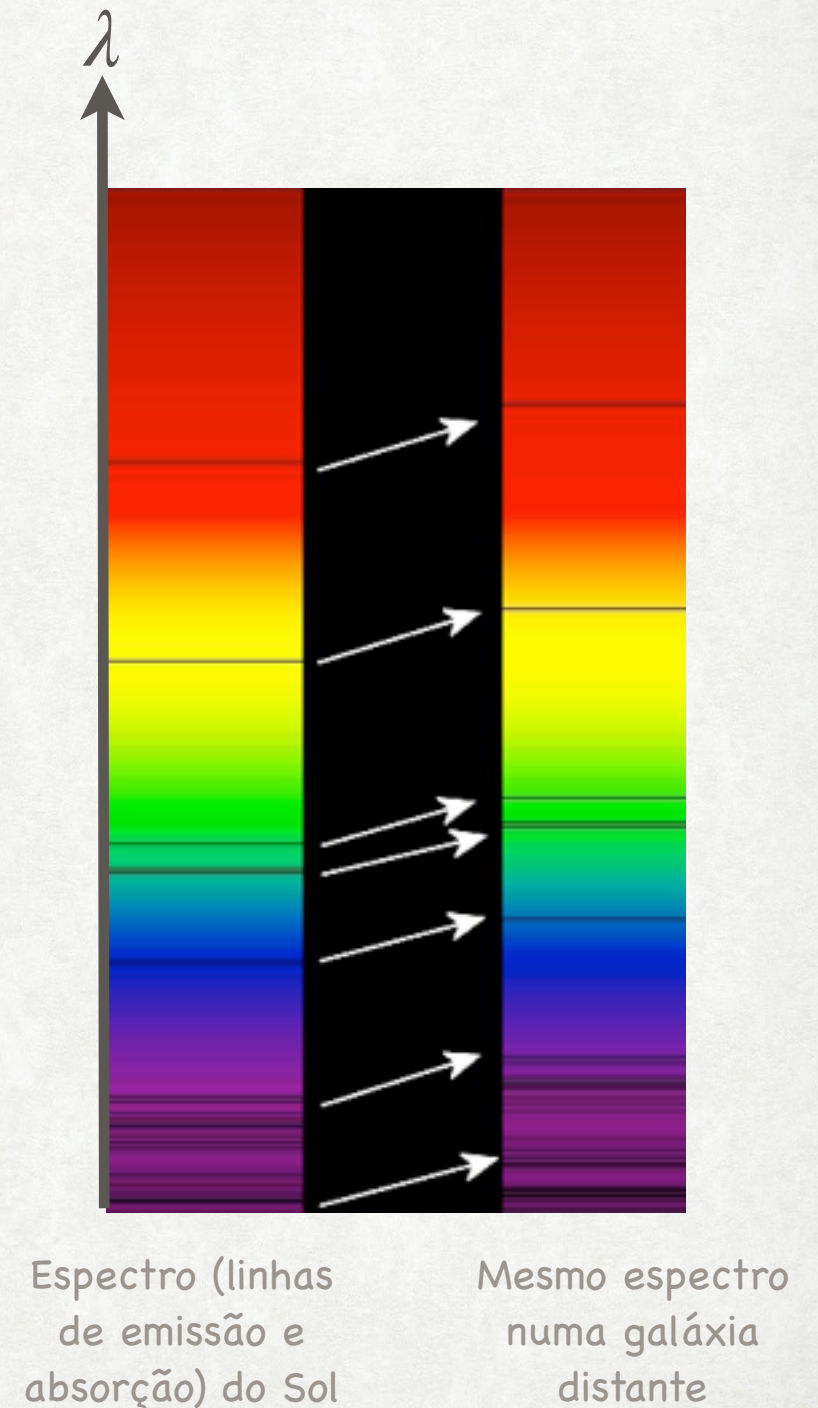
QUANTO MAIS
DISTANTE O LOCAL DE
ONDE A LUZ FOI EMITIDA,
MAIS NO PASSADO (t_{em}
MENOR) E MAIOR O
REDSHIFT

- Geralmente nos referimos ao redshift como a relação entre o comprimento de luz quando ela foi emitida numa galáxia distante (em um certo $t_{em} = t$ qualquer) e a sua detecção hoje, na Terra ($t_{obs} = t_0$, $a = 1$). Assim:

$$1 + z = \frac{1}{a(t)}, \text{ onde } z \text{ é o redshift do objeto que emitiu a luz que observamos hoje na Terra.}$$

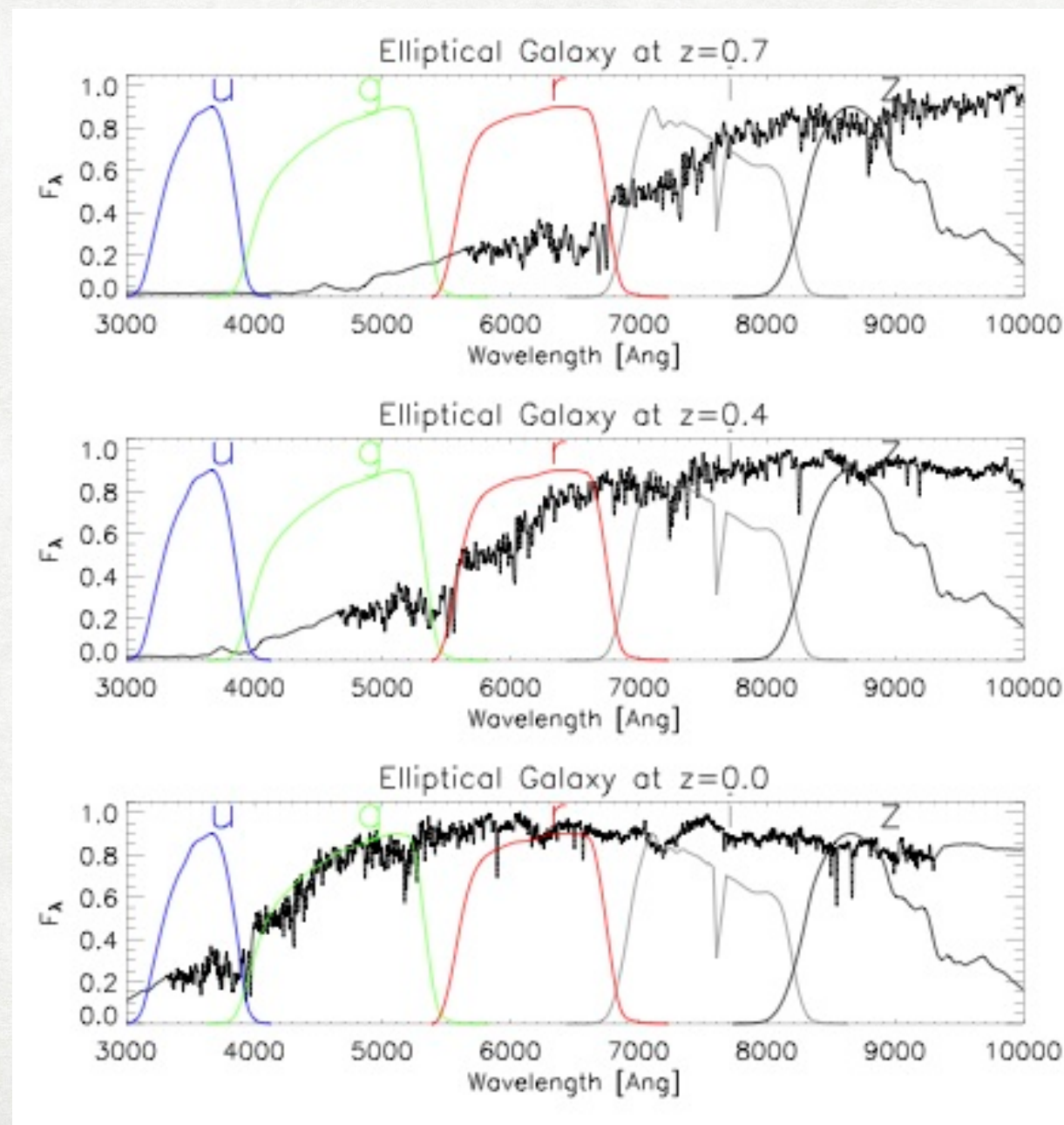
GEODÉSICAS NULAS E O REDSHIFT

- Mas como observamos o redshift na prática?
- Todos os objetos que emitem luz o fazem por meio de excitações de átomos e moléculas que são as mesmas, aqui na Terra ou numa galáxia distante. Os níveis atômicos e moleculares da matéria têm um espectro característico, com frequências (energias) muito bem definidas nas quais a luz é emitida.
- Em geral, podemos usar linhas de emissão, de absorção ou mesmo a forma do espectro como um todo para medir o redshift.



GEODÉSICAS NULAS E O REDSHIFT

- Galáxias idênticas que estão cada vez mais distantes (χ maior, redshift maior) têm espectros observados na terra que ficam progressivamente avermelhados.



$$\lambda \times (1 + 0.7)$$

$$\lambda \times (1 + 0.4)$$

$$\lambda$$

RELAÇÃO ENTRE O REDSHIFT E A DISTÂNCIA RADIAL χ

- Suponha que detectamos a luz de uma galáxia distante e determinamos que essa galáxia está a um redshift z . Qual a posição radial dessa galáxia em coordenadas hiper-esféricas, χ ?
- Sabemos que, pela equação das geodésicas nulas radiais:

$$\chi = \int \frac{dt}{a(t)} \quad , \quad \text{e por outro lado temos que } 1 + z = \frac{1}{a} \quad .$$

- Para conectar essas duas informações vamos fazer uma mudança de variáveis usando a função $H = \dot{a}/a$:

$$dt = \frac{dt}{da} da = \frac{1}{\dot{a}} da = \frac{a}{\dot{a}} \frac{da}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{dt}{a} = \frac{1}{H} \frac{da}{a^2}$$

- Mas agora podemos usar que $dz = -da/a^2$, e considerando $H(t) \rightarrow H(z)$ temos:

$$\chi = \int_t^{t_0} \frac{dt}{a} = - \int_z^0 \frac{dz'}{H(z')} = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$$

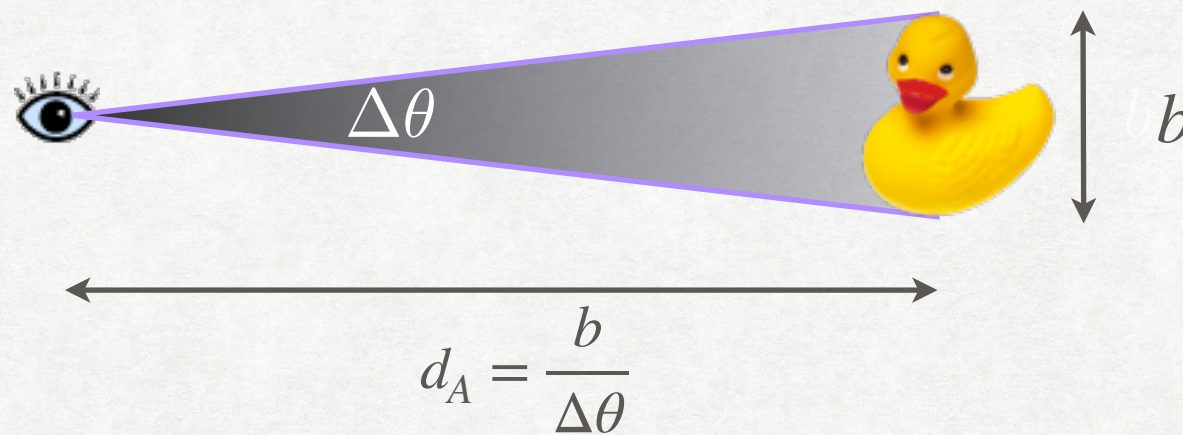
- **Portanto, se conhecermos a função $H(z)$ podemos calcular a distância $\chi(z)$ até a galáxia em redshift z .**
- **Ou, equivalentemente: conhecendo o redshift z e a distância χ de muitas galáxias podemos deduzir qual deve ser a função $H(z)$!**

DISTÂNCIAS COSMOLÓGICAS

- Mas como medir distâncias na prática? Que observações podemos usar, e como relacionar essas observações com as nossas coordenadas?
- Note que a técnica "tradicional" de paralaxe (triangulação) só funciona para estrelas que estão a alguns (~ 10 -200) anos-luz de nós; ela certamente não tem a menor chance de funcionar para galáxias distantes, que estão a milhões e milhões de anos-luz de distância.
- Como veremos a seguir, há dois tipos básicos de medidas "diretas" de distância que podemos fazer:
 - Distância de diâmetro angular
 - Distância de luminosidade

DISTÂNCIAS COSMOLÓGICAS

- A *distância de diâmetro angular* é a mais simples delas: suponha que você conheça as dimensões (b) de um determinado objeto que você enxerga de muuuito longe, de modo que o objeto ocupa um ângulo $\Delta\theta$:



- Na métrica de FLRW essa distância entre os dois pontos distantes por um ângulo $\Delta\theta$ é dada por:

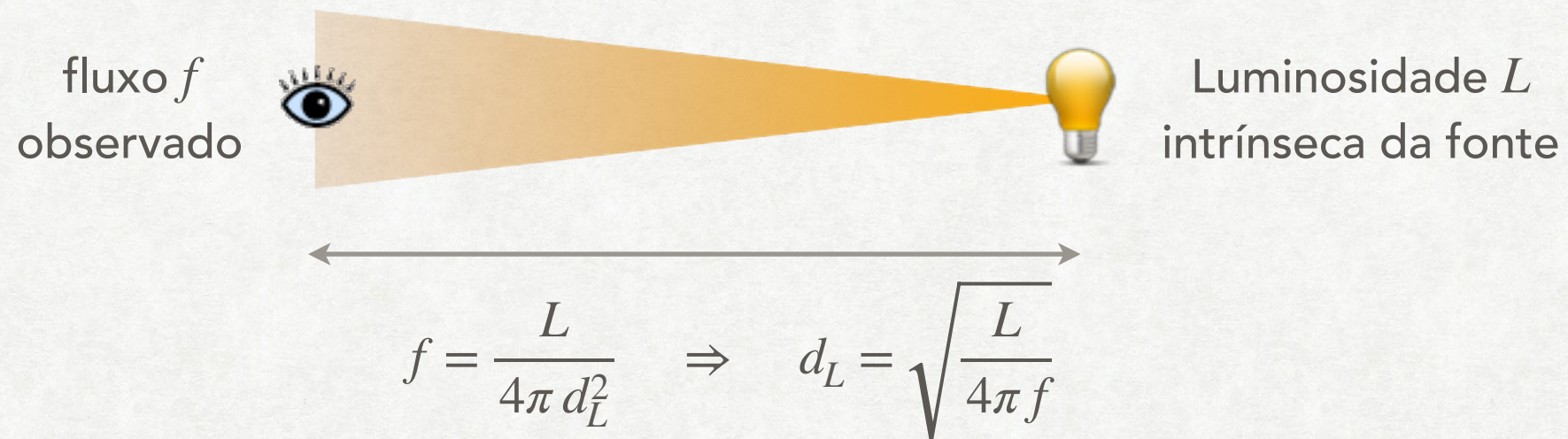
Coord. pseudo-esféricas: $\Delta s^2 = a^2 \left(\frac{\cancel{\Delta R^2}}{1 - K R^2} + R^2 \Delta\Omega^2 \right) \Rightarrow \Delta s = b = a R \Delta\theta$

Coord. hiper-esféricas: $\Delta s^2 = a^2 \left[\cancel{\Delta\chi^2} + \frac{1}{K} \text{sen}^2 \left(\sqrt{K} \chi \right) \Delta\Omega^2 \right] \Rightarrow b = a \frac{1}{\sqrt{K}} \text{sen} \left(\sqrt{K} \chi \right) \Delta\theta$

Obtemos assim que $d_A = \frac{b}{\Delta\theta} = a R = a \frac{1}{\sqrt{K}} \text{sen} \left(\sqrt{K} \chi \right)$

DISTÂNCIAS COSMOLÓGICAS

- A **distância de luminosidade** é medida de uma maneira bem diferente. Suponha que você conhece a natureza de uma fonte de luz, de modo que sua luminosidade seja determinada. Então podemos "medir" a distância até essa fonte de luz por meio da medida da intensidade de luz que chega nos nossos telescópios:

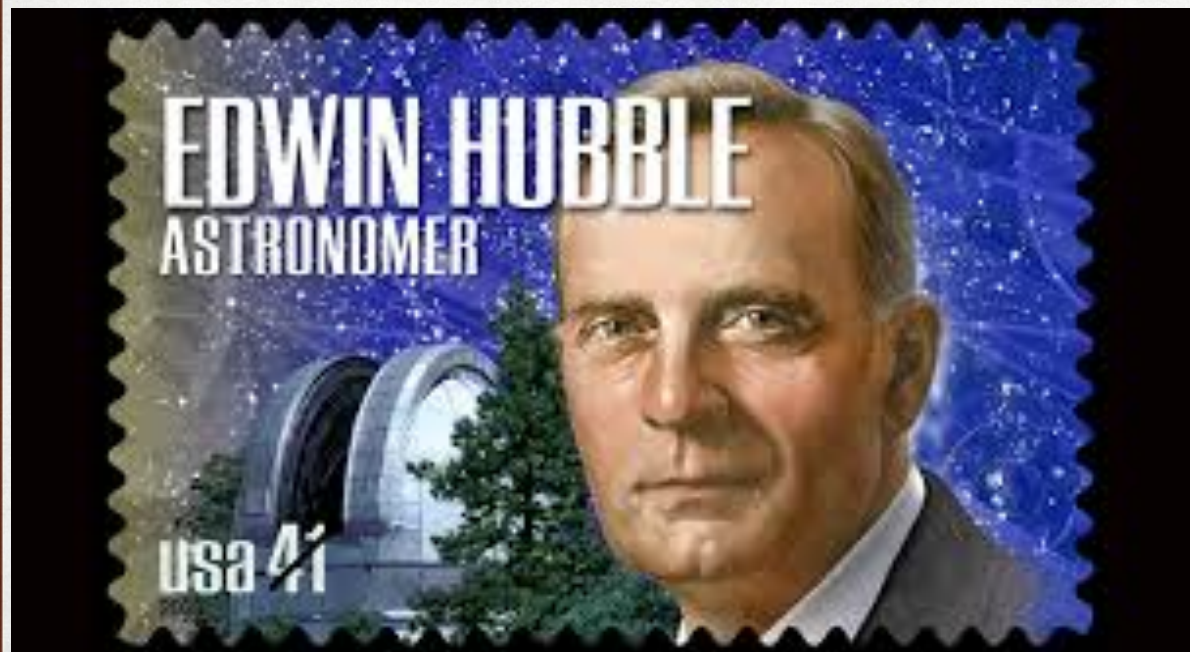


- Em FLRW a luz sofre dois efeitos não-triviais:
 - A frequência (e a energia) da luz sofre redshift, $E \sim \nu \sim 1/a$
 - A frequência com que os fótons emitidos chegam no observador também cai do mesmo modo, $\sim 1/a$
- Portanto, o fluxo observado sofre (redshift)² e temos assim (com $a_{em} \rightarrow a$, $a_0 \rightarrow 1$):

$$f_{obs} = \frac{a_{em}^2}{a_0^2} \frac{L}{4\pi R^2} \Rightarrow d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi f_{obs}}} = \frac{1}{a} R \quad \text{que é a distância de luminosidade}$$

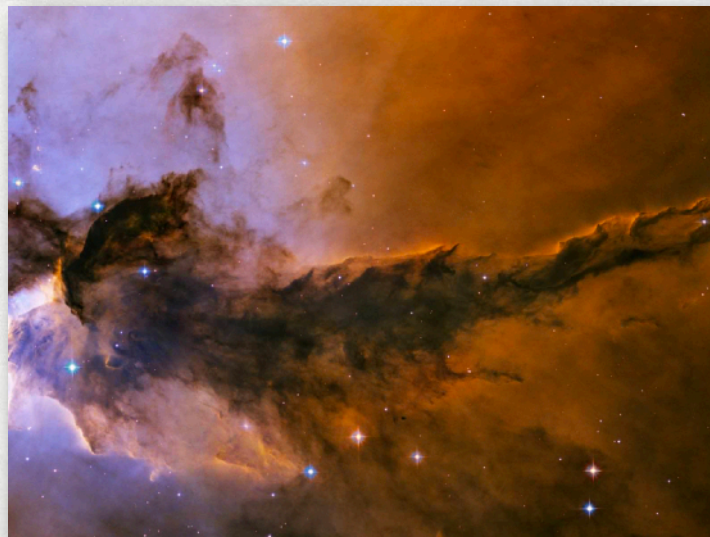
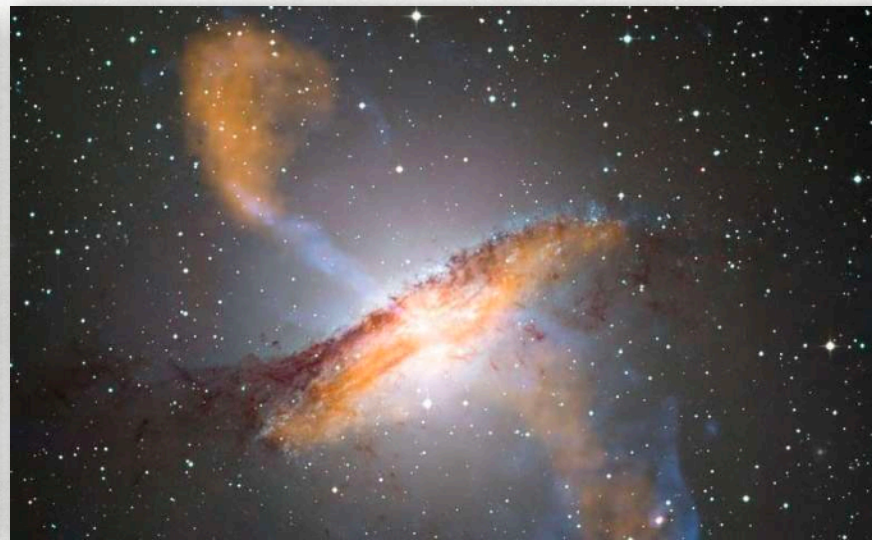
HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

- Como dissemos acima, se conhecermos a função $H(z)$ podemos calcular a distância $\chi(z)$ até a galáxia em redshift z . Ou, de modo equivalente, *se medirmos as distâncias e os redshifts de muitas galáxias*, poderemos conhecer a *taxa de expansão* (parâmetro de Hubble) H .
- O primeiro a fazer isso foi, naturalmente, *Edwin Hubble*.



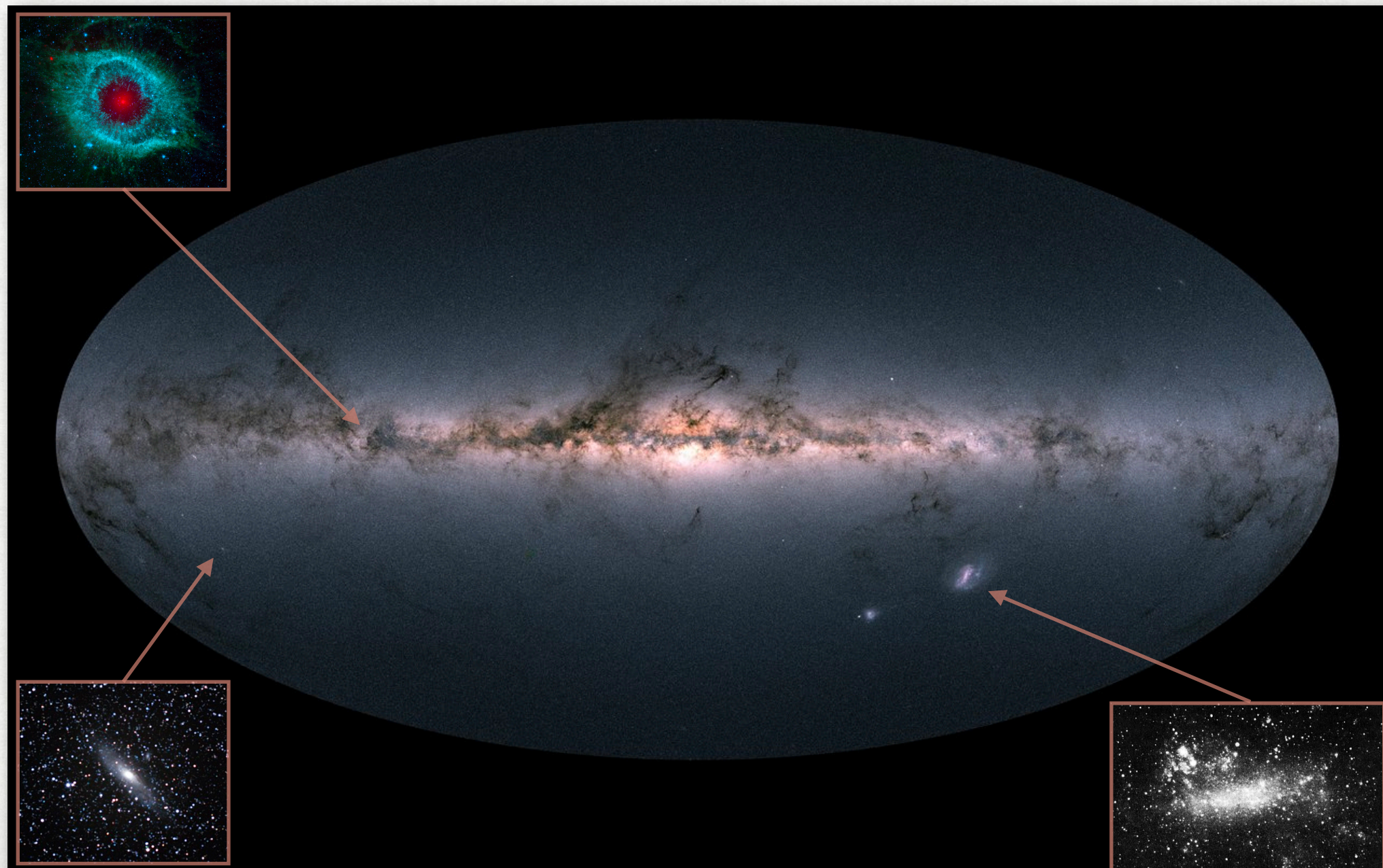
HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

- No final do Séc. XIX e início do Séc XX havia uma controvérsia sobre a natureza das chamadas "nebulosas". Seriam elas sistemas de estrelas e gás na nossa própria galáxia (ou seja, aglomerados de estrelas na *Via Lactea*), ou seriam elas mesmas galáxias, fora da nossa (as chamadas nebulosas extra-galácticas)? Hubble estava trabalhando nesse tema em ~1920.



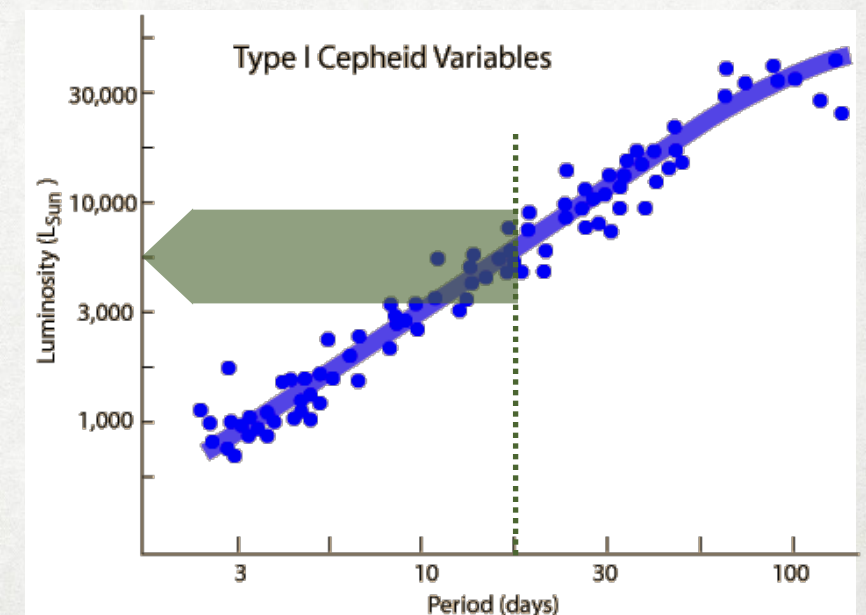
HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

- Mas para saber se essas nebulosas estavam dentro ou fora da nossa galáxia, era necessário *medir as distâncias* até aqueles objetos.



HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

- Quem descobriu como fazer isso sem depender de paralaxes foi uma astrônoma **Henrietta Leavitt**.
- Ela descobriu uma classe muito curiosa de estrelas, cujo brilho oscilava com um certo período. Essas são as chamadas estrelas **Cefeidas** e **RR Lyrae**, e são conhecidas como **velas-padrão**.
- Leavitt detectou várias dessas estrelas na Via Lactea, e através de medidas de paralaxe ela estabeleceu uma relação bastante precisa entre o **período de pulsação** dessas estrelas e a sua **luminosidade média**.
- Mas essas estrelas ainda têm uma característica fundamental: elas são **extremamente brilhantes**, mais de 1000 vezes mais brilhantes do que o Sol. Isso significa que elas podem ser observadas até mesmo a **grandes distâncias**.
- Uma vez que a relação luminosidade-período foi estabelecida, podemos usar uma medida do período para inferir a luminosidade (L). Se também medirmos o fluxo na Terra da luz da estrela (f), podemos daí inferir a **distância** até ela usando $d = \sqrt{L/4\pi f}$.



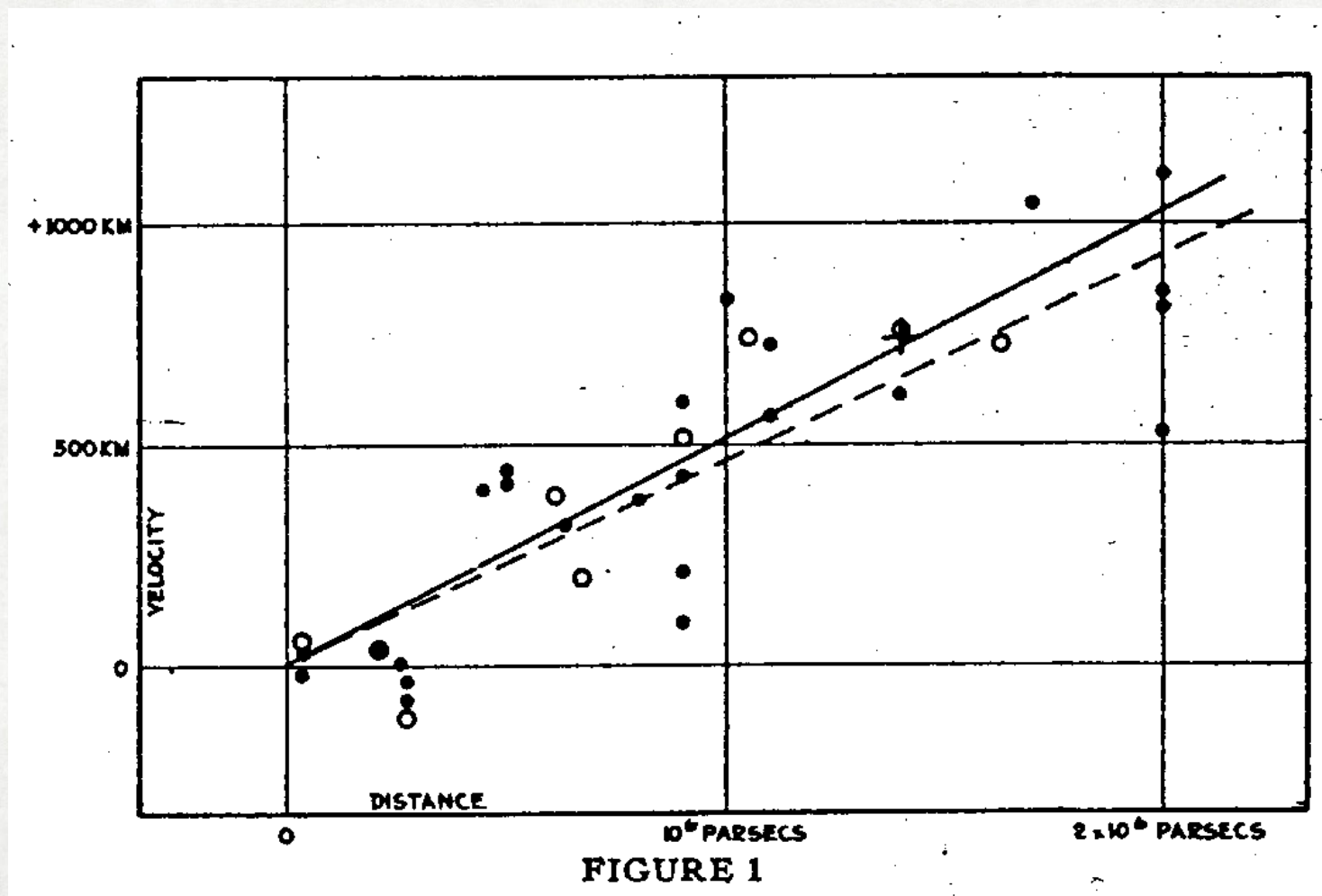
HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

- Hubble tinha o que era talvez o melhor telescópio do mundo na época, no observatório de Monte Palomar, e ele saiu em busca das Cefeidas em nebulosas conhecidas, para medir a distância até elas.
- O resultado que ele encontrou está reproduzido abaixo.



Ver a história completa em:

http://apod.nasa.gov/diamond_jubilee/d_1996/hub_1929.html



1 pc = 3.26 ano-luz

HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

- Hubble havia cometido um erro na calibração na relação de período/luminosidade das Cefeidas, mas o resultado central estava correto: a maioria das nebulosas estavam, sim, *fora da nossa galáxia*, e o que é mais importante: estavam *se afastando de nós* — e quanto mais longe, mais rápido!

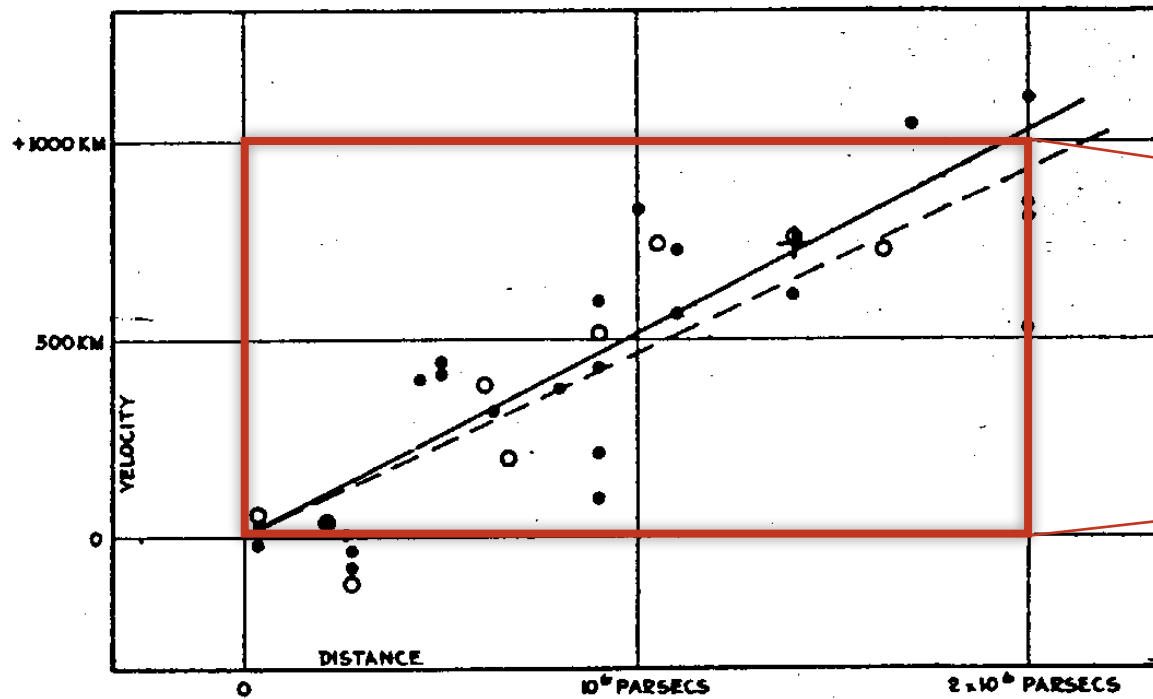
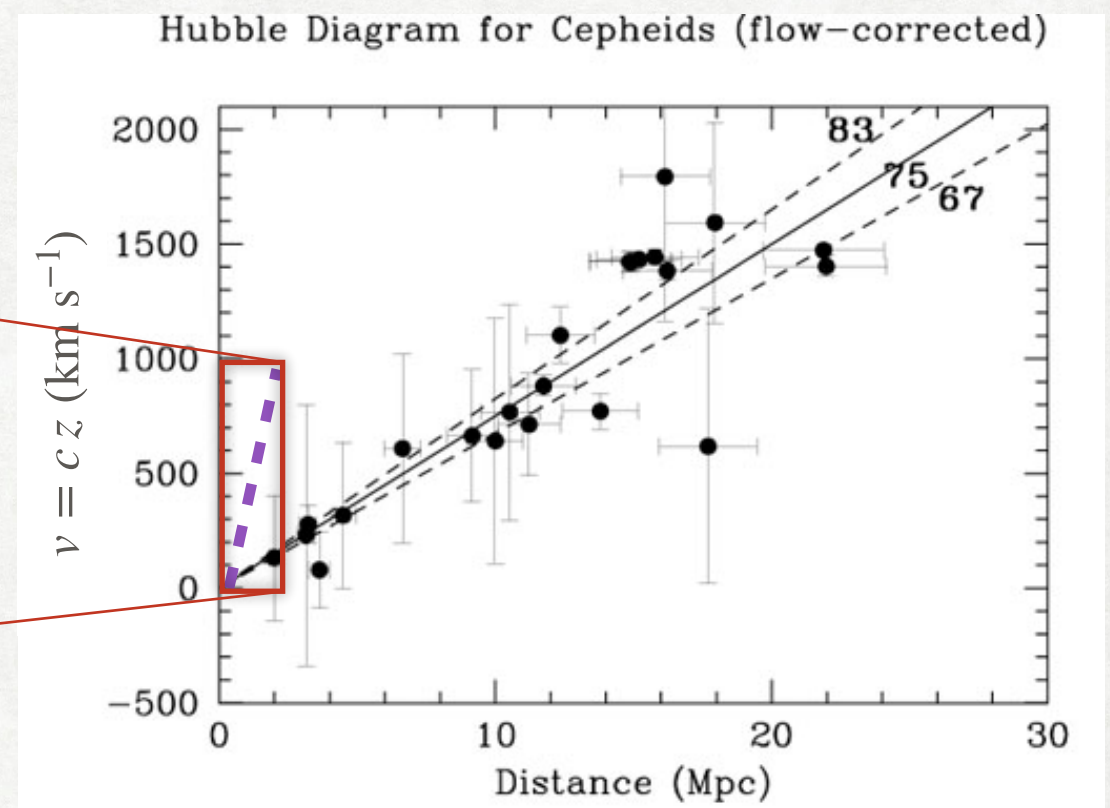


FIGURE 1

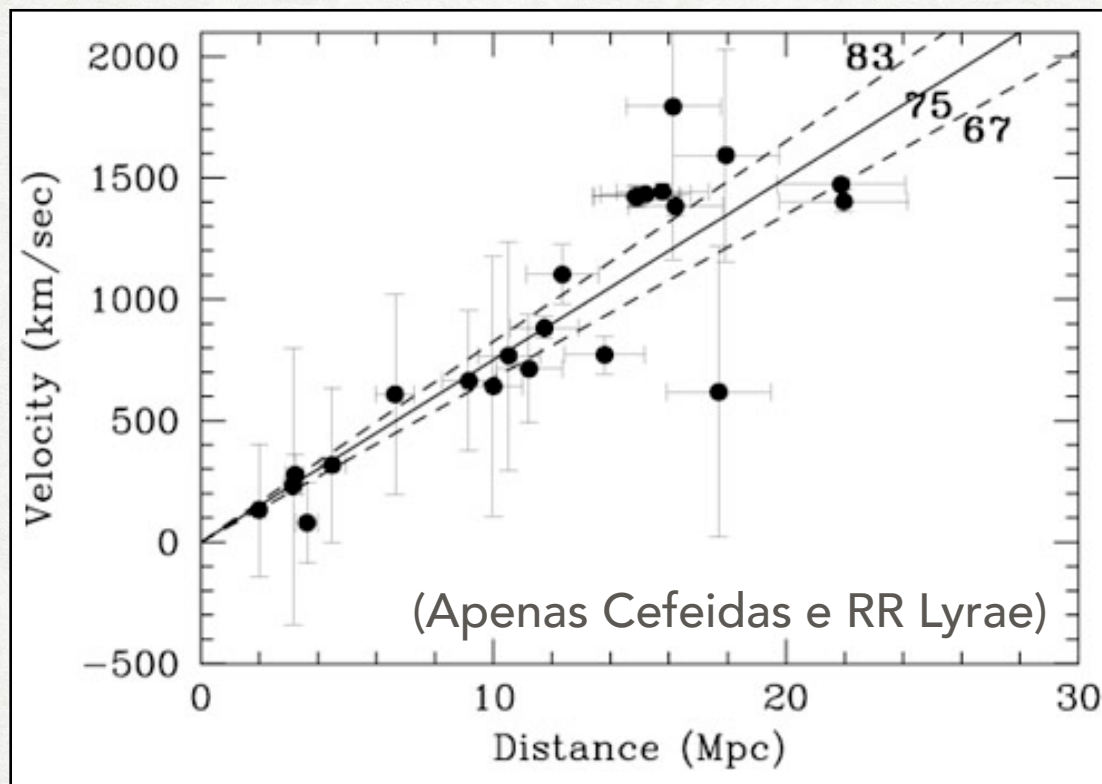
Hubble



Hubble Space Telescope "Key Project"
W. Freedman et al. 2001

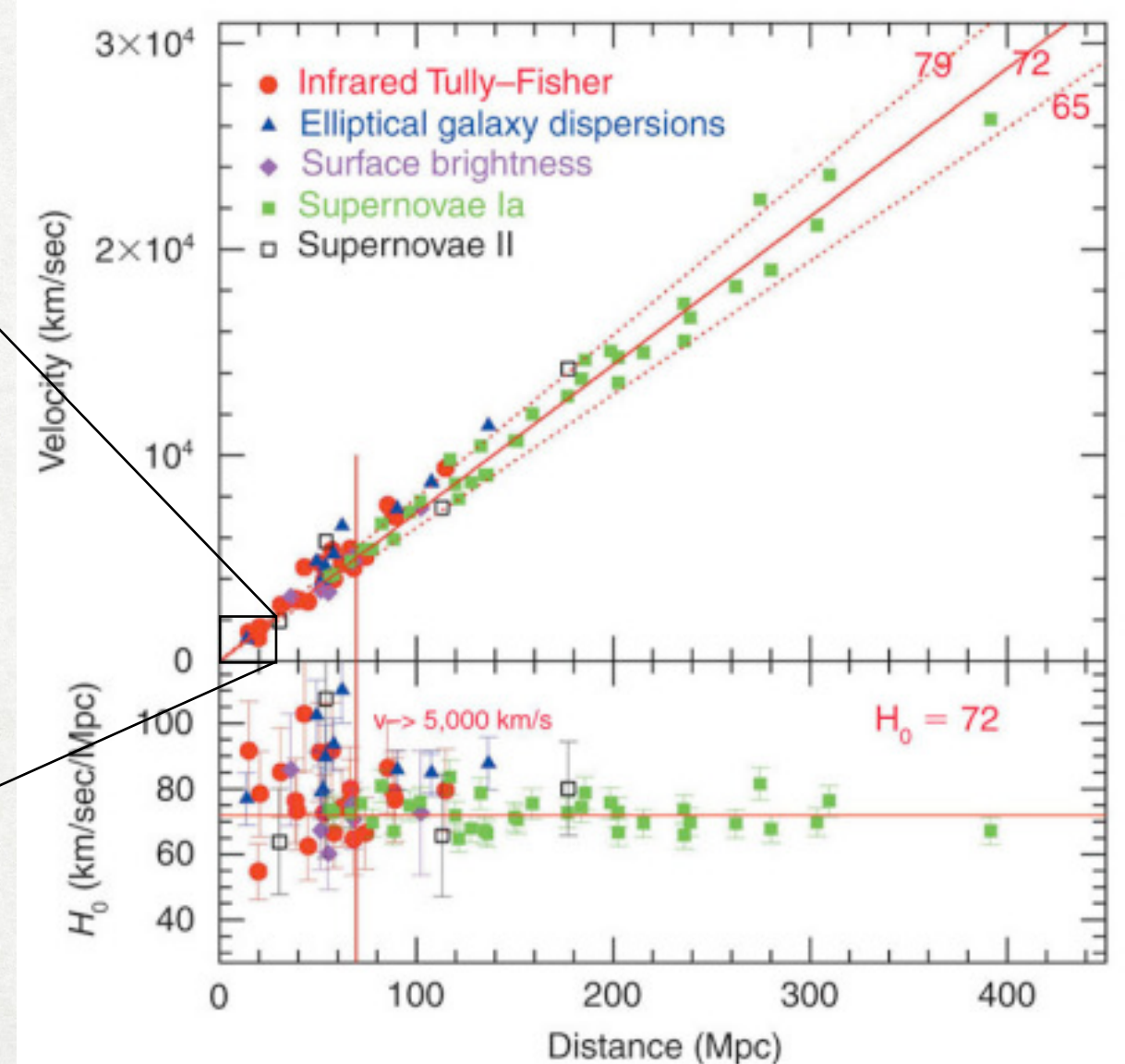
HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

- Essa observação foi rapidamente reconhecida por todos como sendo consistente com o modelo de Friedmann-Lemaître: o universo está se expandindo!
- Hoje conseguimos fazer essa medida até distâncias realmente descomunais, usando outras "velas-padrão" tais como *supernovas* (do tipo Ia).



$$H_0 = H(t_0) = (68 \pm 3) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

Freedman et al. 2001

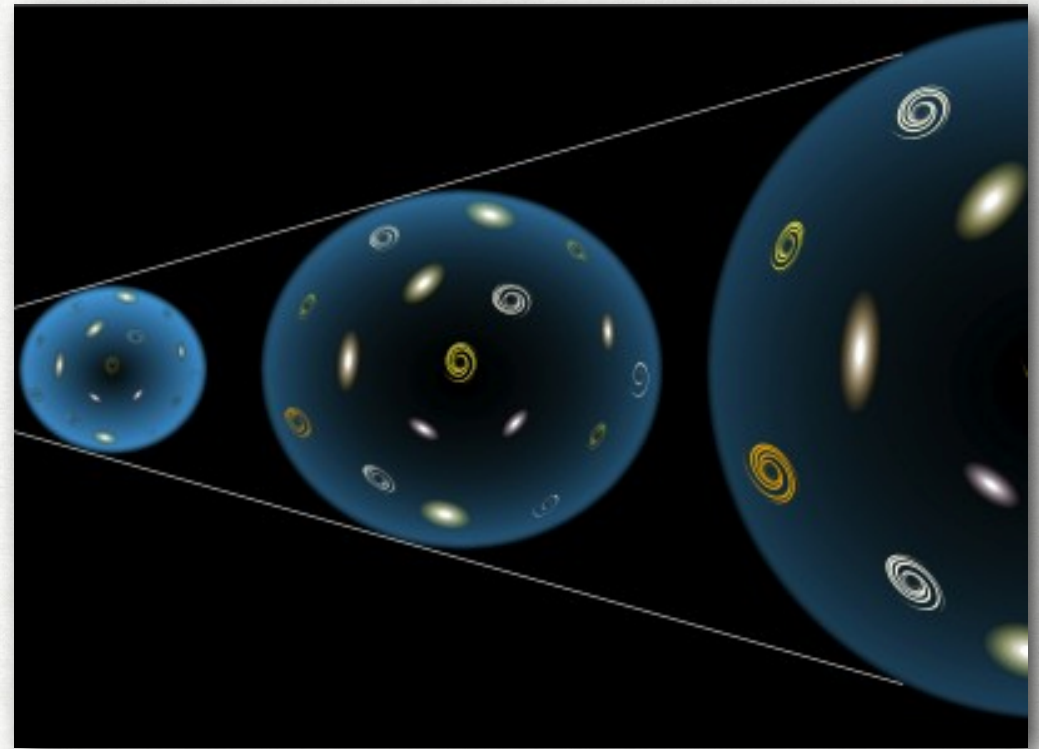


HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

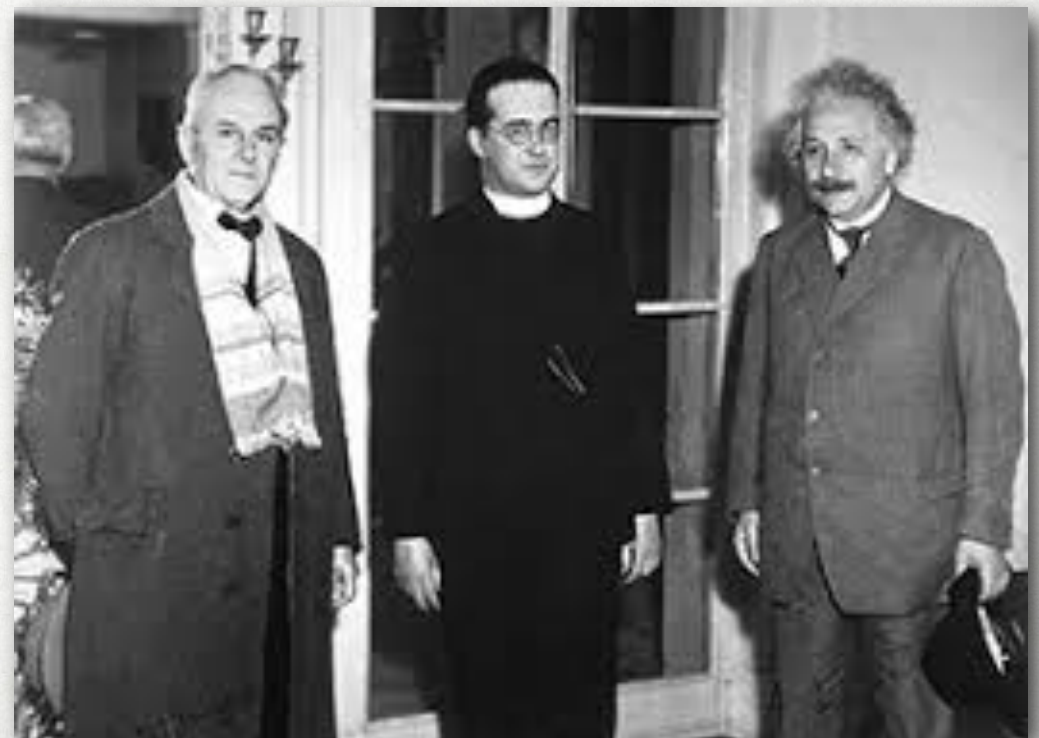
- *O universo está em expansão!*

$$H > 0, a(t) \nearrow$$

- Einstein foi, de certo modo, pego de surpresa: inicialmente ele acreditava que o universo era "eterno e estático", e "forçou a barra" para tornar o universo estático — ou seja, $a = \text{const.}$
- Mas assim que Hubble mostrou ao mundo a sua observação, e a interpretação à luz da Relatividade Geral foi feita por Lemaître, Einstein percebeu que ele perdeu uma imensa oportunidade: de **prever** a expansão do universo a partir da sua nova teoria!



Hubble , Lemaître , Einstein



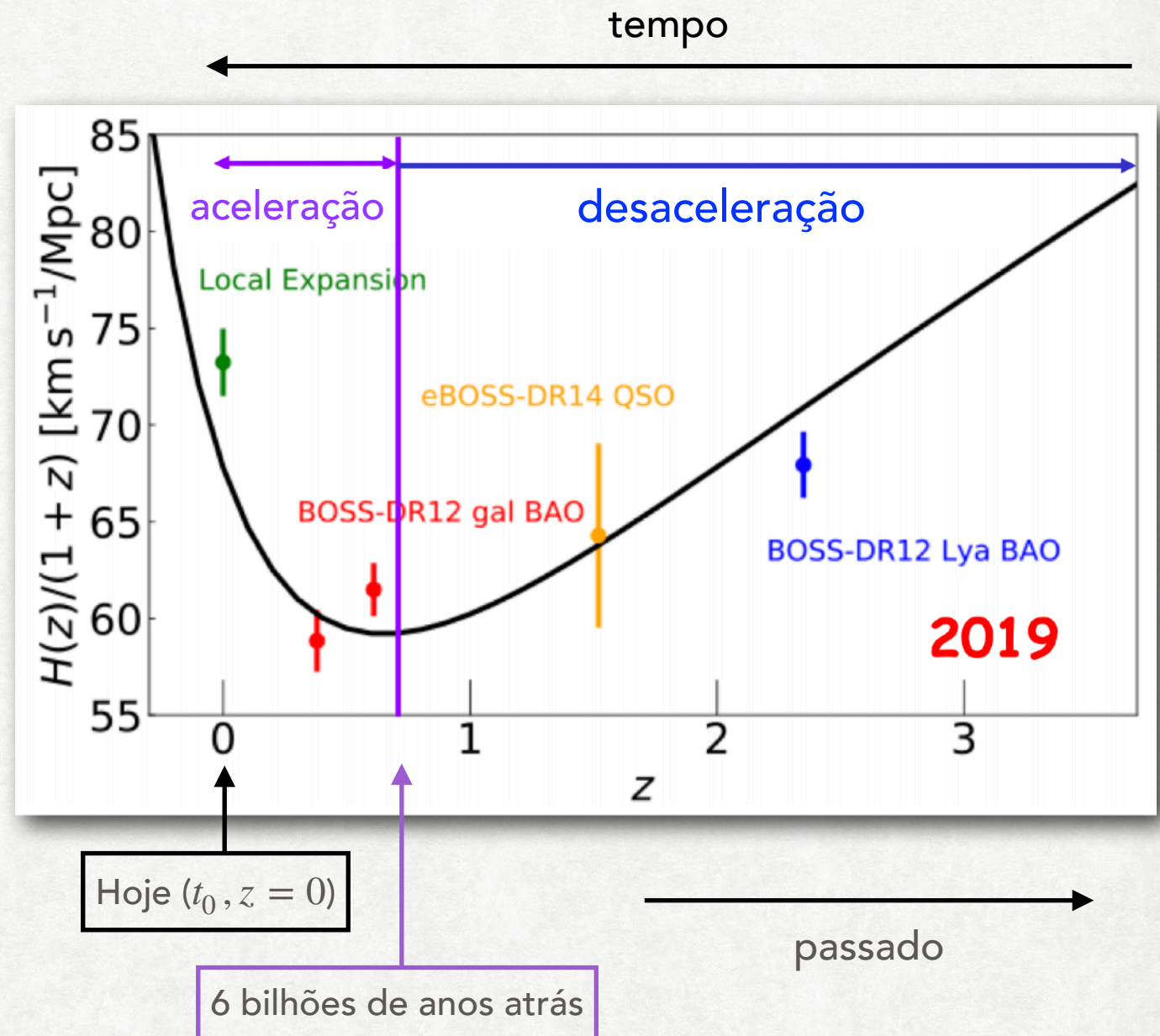
HUBBLE E A DESCOBERTA DO UNIVERSO EM EXPANSÃO

- Veremos mais adiante que essa expansão tem um caráter surpreendente. Até 1998, imaginávamos que o universo seria dominado por matéria fria/poeira, logo:

$$a(t) \sim t^{2/3} \nearrow \Rightarrow H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{2}{3t} \searrow$$

ou seja, com o tempo a taxa de expansão deveria **diminuir (desacelerar)**

- Porém, o que observamos (de diversos modos diferentes) é que a partir desde uns ~6 bilhões de anos atrás ($z \sim 0.6$), a expansão passou a ser **acelerada**!



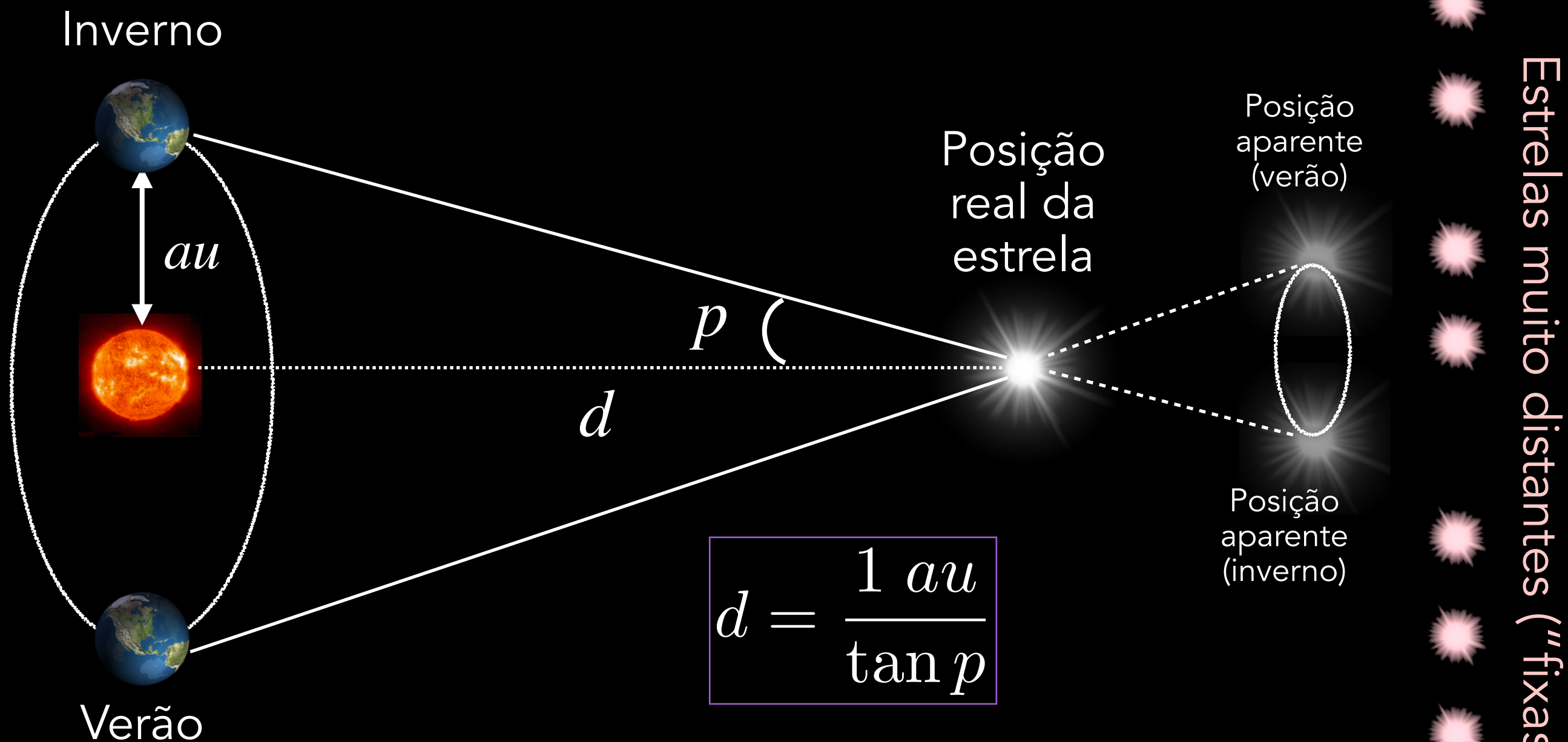
$$\dot{a} = a H = \frac{H}{1+z}$$

$$\text{Poeira: } \dot{a} \sim t^{-1/3} \sim (1+z)^{1/2}$$

PRÓXIMA AULA:

- Tipos de matéria e tipos de expansão
- O Big Bang
- A estrutura causal da cosmologia: cones de luz e horizontes
- Leitura: S. Carroll, Capítulo 8

Slide extra: paralaxe



$1 \text{ au} = 1.5813 \times 10^{-5} \text{ ano-luz}$

$1 \text{ pc} = 3.26 \text{ ano-luz}$: distância p/ paralaxe de $1''$