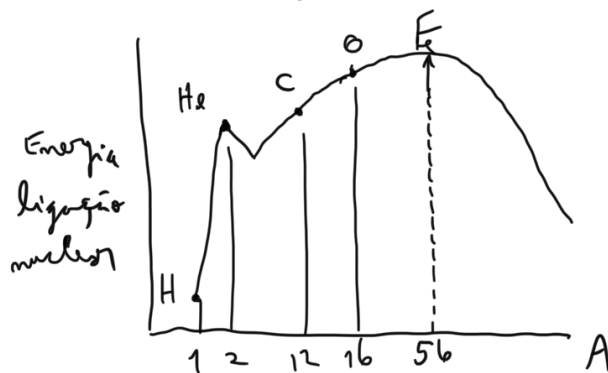
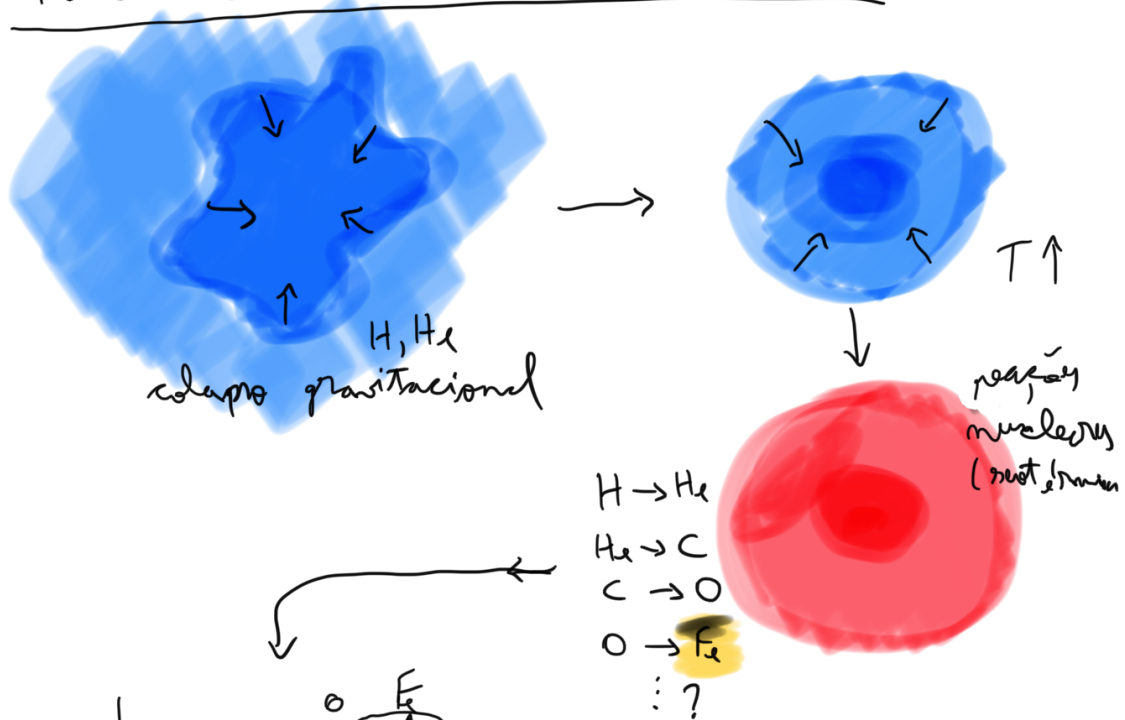


BURACOS NEGROS

BREVE HISTÓRIA DE UMA ESTRELA



ESTABILIZAR VIA
PRESSÃO NÃO-TÉRMICA

$$M \leq 1,4 M_{\odot} \quad 1,4 \leq M \leq 2 M_{\odot}$$

$\sim 10^{30} \text{ kg}$

e^-

Anã branca

m

estrela de
nêutrons

$$M > 2 M_{\odot} ?$$



$$M_{\min} = 3,3 M_{\odot}$$

BURACOS NEGROS DE SCHWARZSCHILD

1) Teorema de Newton (teorema da carga) $\rightarrow \Phi = -\frac{M}{r} \rightarrow \rho = \rho(r)$

esfericamente
simétrica
($G=c=1$)

2) Teorema de Birkhoff $\rightarrow$ esfericamente simétrica $\rightarrow$ exterior

matriz de
Schwarz.

$\rho = \rho(r)$

IMPORTANTE P/
ESTUDAR COLAPSO
GRAVITACIONAL

• NATUREZA DAS SINGULARIDADES

$$g_{\alpha\beta}, \quad ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

$$r \rightarrow \frac{2GM}{c^2}$$

$$\lim_{r \rightarrow 2M} ds^2 = \infty$$

Singularidade em $r=2M$

- útil p/ o colapso gravitacional
- nova sistema de coords: Eddington - Finkelstein

$$t \rightarrow v$$

$$t = v - r^*$$

$$r^* \equiv r + 2M \ln \left| \frac{r}{2M} - 1 \right|$$

$$v, r, \theta, \phi$$

- Geometria de Sch. em coords. de Eddington.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dv^2 + 2dvdr + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

DEMONSTRAR

- existe uma singularidade em $r=2M$?

NÃO

$\therefore$ singularidade em $r=2M$ é uma singularidade de coord.

- coords. de Edd.-Finkelstein: convenientes p/ descrever a física fora de $r=2M$, em $r=2M$ e dentro de $r=2M$

- $r \rightarrow 0$ $\lim_{r \rightarrow 0} ds^2 = \infty$

$r=0$ é uma singularidade física

- curvatura do espaço-tempo torna-se ∞
- Escalar de Ricci $R \rightarrow \infty$

NATUREZA DE UM BURACO NEGRO: CONES DE LUZ NA GEOMETRIA DE SCHW. → COORDS DE EDD-

- cones de luz parametricamente

$$d\theta = d\phi = 0 \quad (\text{radial})$$

$$ds^2 = 0 \quad (\text{geodésica nula})$$

- métrica de Schw.

$$ds^2 = 0 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + 2 dt dr$$

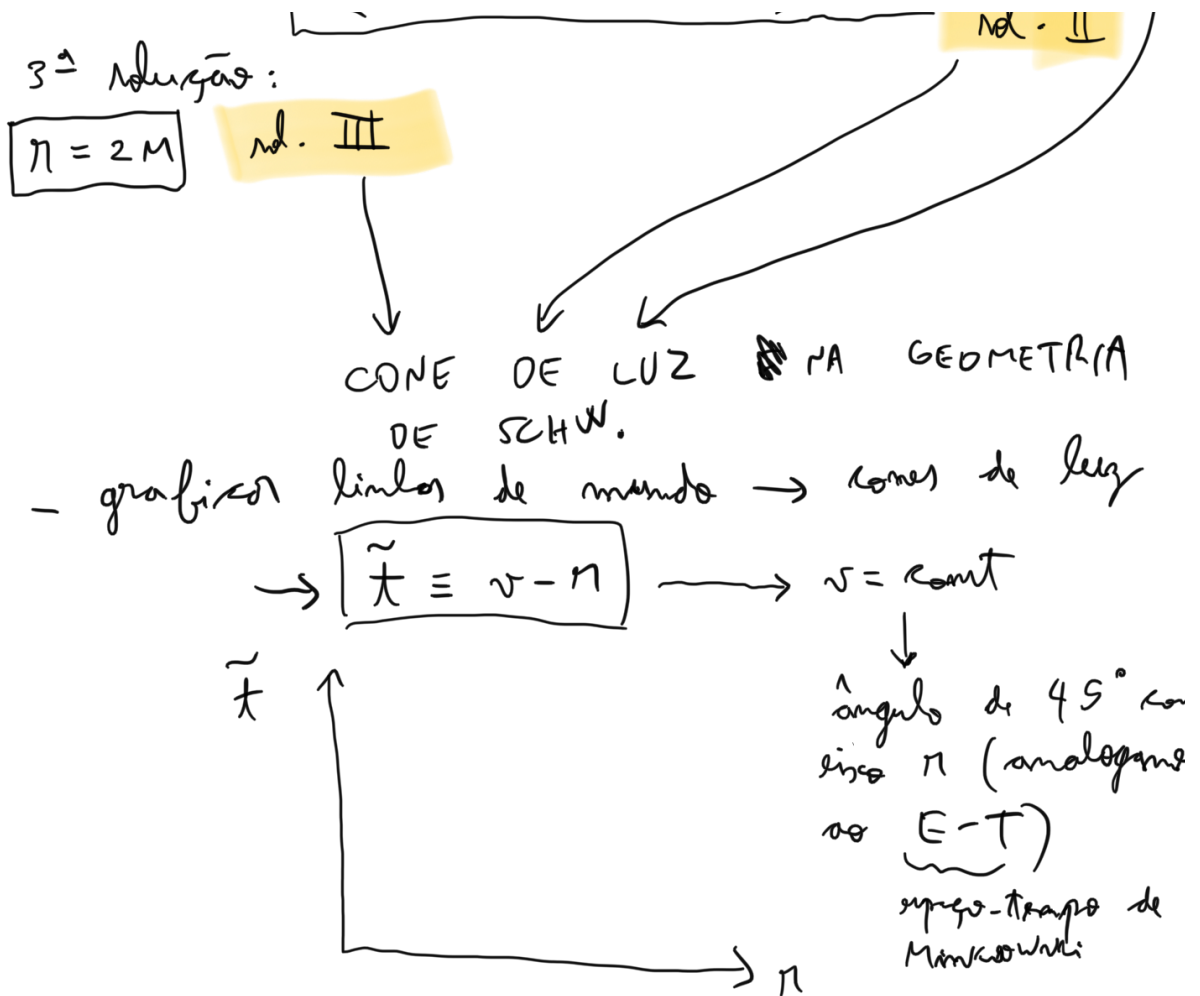
$$dr \left[2 dt - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt \right] = 0$$

$$\rightarrow dr = 0 \Rightarrow r = \text{const} \quad \text{solução I}$$

$$2 dt - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt = 0 \Rightarrow dt = \frac{2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} dr$$

$$\Rightarrow t = \int \frac{2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} dr$$

$$= 2 \left[r + 2M \ln|r - 2M| \right] + \text{const}$$



Interpretação possível

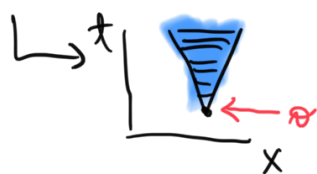
caminhos da luz

- ① - $\eta > 2M$: luz pode escapar para o ∞
- $\eta < 2M$: gravidade tão forte que a luz não consegue escapar

- $\eta = 2M$: divide as duas regiões

horizonte de eventos de um BH

② olhando o cone de luz



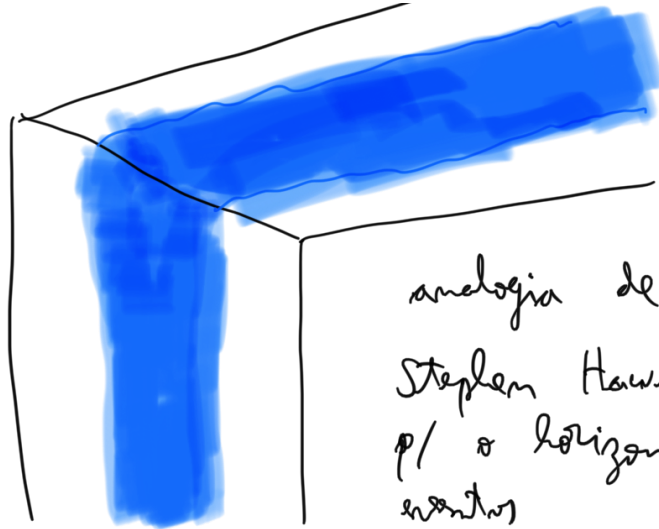
locus dos pontos $\rightarrow$ possível futuro do observador em

- $\eta > 2M$: partícula ou observador pode escapar

na 1^{st} ordem

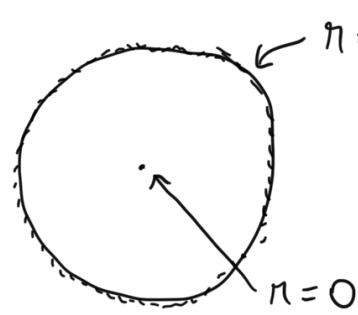
- $n < 2M$: partícula condenada a cair
na singularidade em $r=0$

horizonte
de
eventos



analogia de
Stephen Hawking
p/ o horizonte de
eventos

- horizonte de eventos de um BN



$$\pi = 2M = \frac{2GM}{c^2}$$

superfície nula

↓
gerada por raios d
luz radiais que
não caem para
π=0 nem escapar

vetores
tangentes ←

$$t \cdot t = 0$$

$t \parallel$ raios de luz

- atravessar o horizonte de eventos em uma
direção: p/ dentro

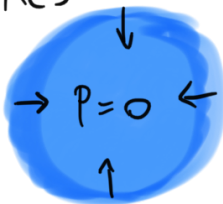
↓
futuro incluirá contato com singularidade

COLAPSO GRAVITACIONAL A UM BN

2 perspectivas

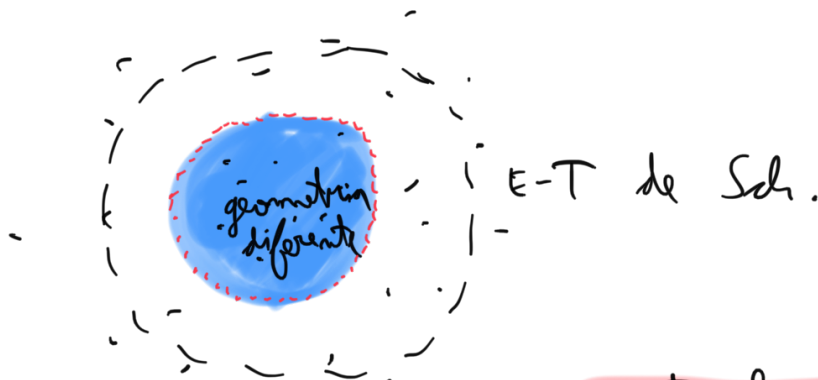
- 1) "intemista": caindo (queda livre) com a estrela
- 2) distanciamento local: muito longe

● PRELIMINARES



partículas na superfície
queda livre

gás sem pressão = "poeira"



- linha de mundo de partículas na superfície
conservação de energia: $\mathcal{E} = \frac{\dot{\eta}^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{l^2}{\eta^2} \left(-\frac{M\eta^2}{\lambda^3} - \frac{M}{\lambda} \right)$

radial: $l=0$

$$\left. \begin{array}{l} \eta \rightarrow \infty \\ \dot{\eta} \rightarrow 0 \end{array} \right\} \mathcal{E} = 0$$

$$0 = \frac{\dot{\eta}^2}{2} - \frac{M}{\eta} \Rightarrow \eta(\tau) = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} (2M)^{1/3} \underbrace{(\tau - \tau_*)}_{\eta(\tau_*) = 0}$$

$$\eta(\tau) = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} (2M)^{1/3} \Delta\tau^{2/3}$$

$$\Rightarrow \Delta\tau = \frac{2}{3} (2M)^{-1/2} \eta^{3/2}$$

Tempo para
colapso

$$\eta = 2M \Rightarrow \boxed{\Delta\tau = \frac{4M}{3}} \quad \sqrt{2M}$$

EXERCÍCIO

$$M = 1 M_{\odot} \Rightarrow \frac{7 \times 10^{-6} \text{ SEG.}}{}$$

$$M = 10^9 M_{\odot} \Rightarrow \underline{90'} \text{ (MINUTOS)}$$