

Aula 8

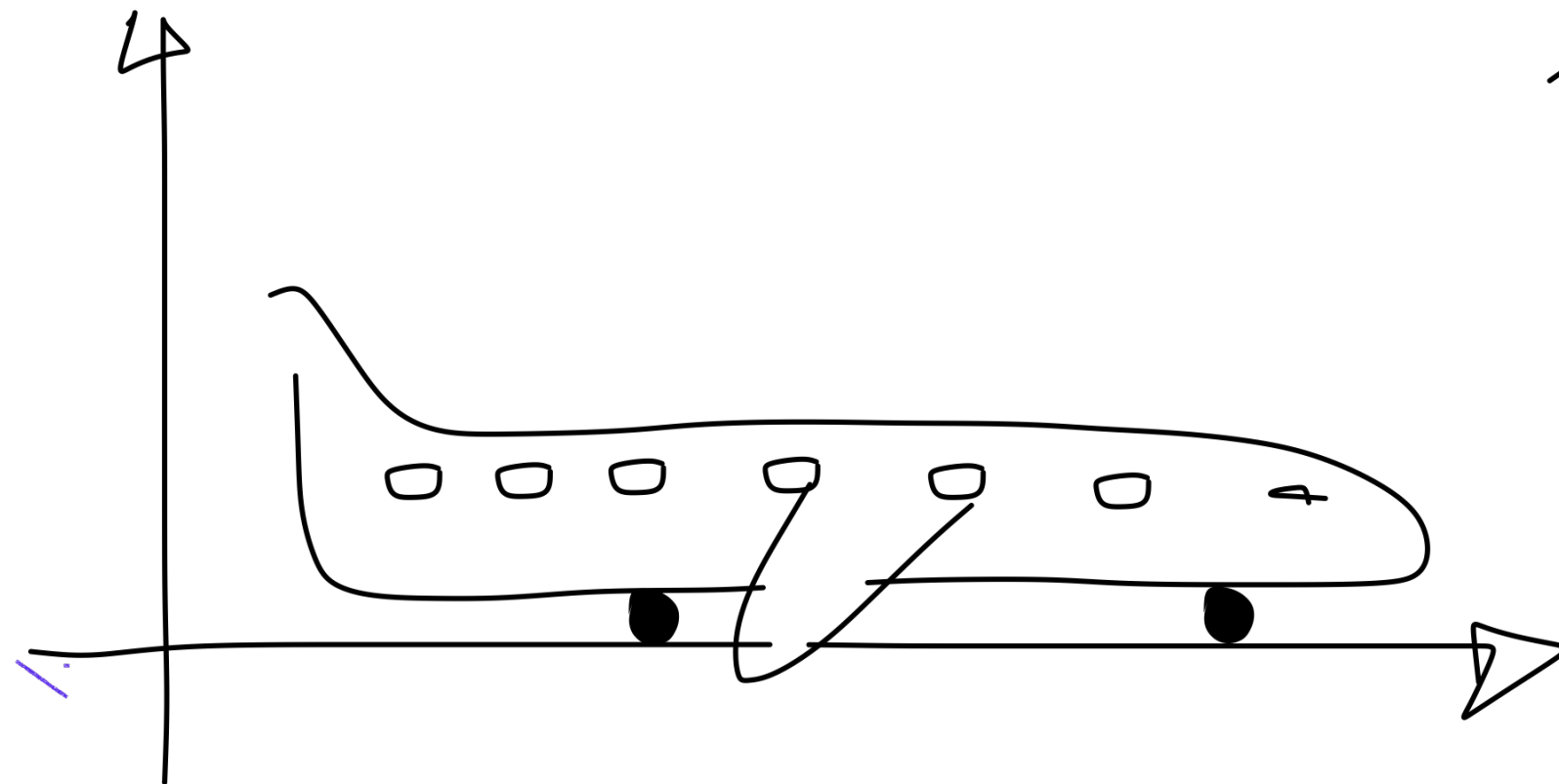
algumas aplicações, trabalho e energia

FISICA 1

27/03/2020

Aplicações

- Transformações de Galileu



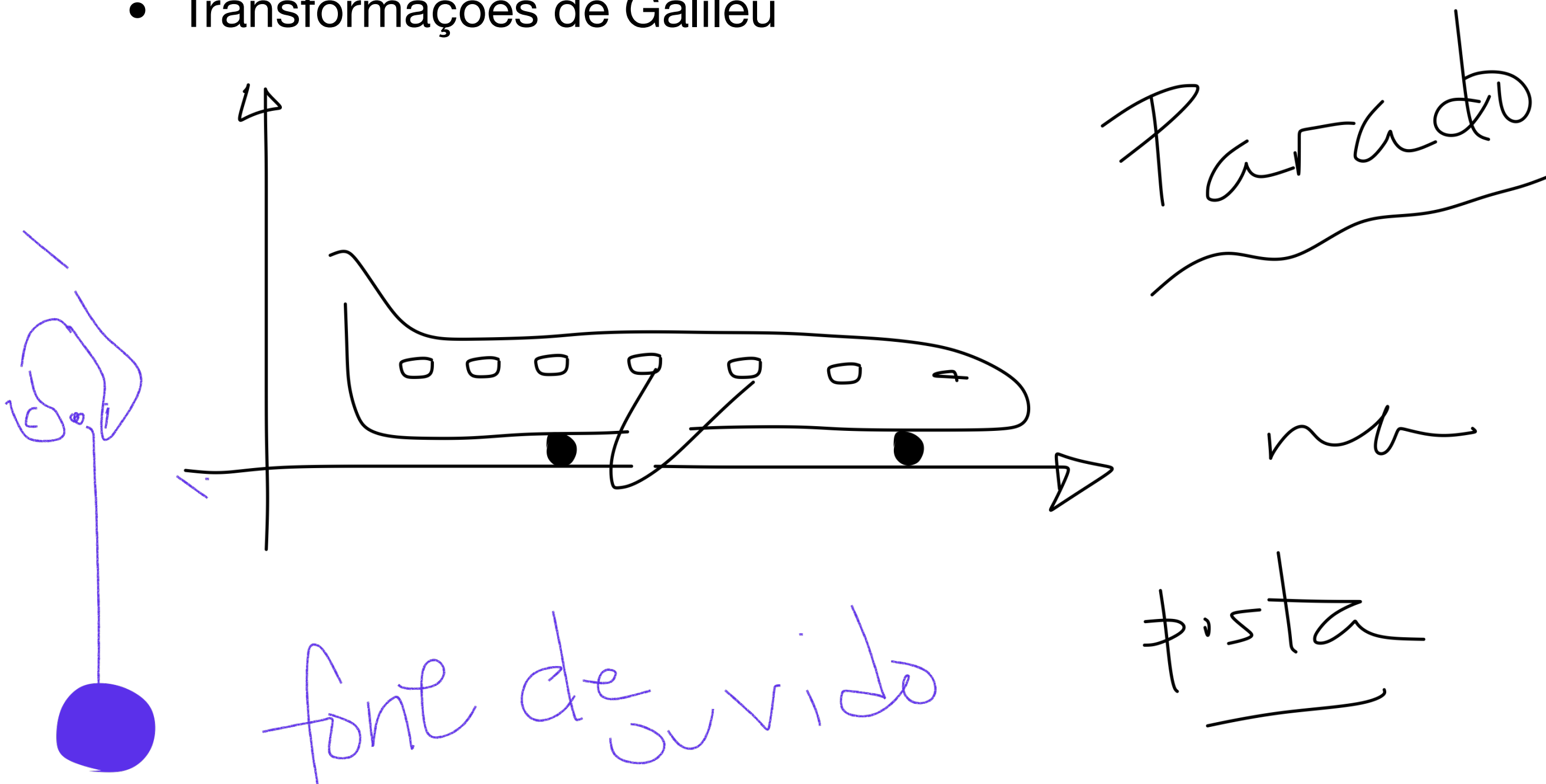
Parado

no

pista

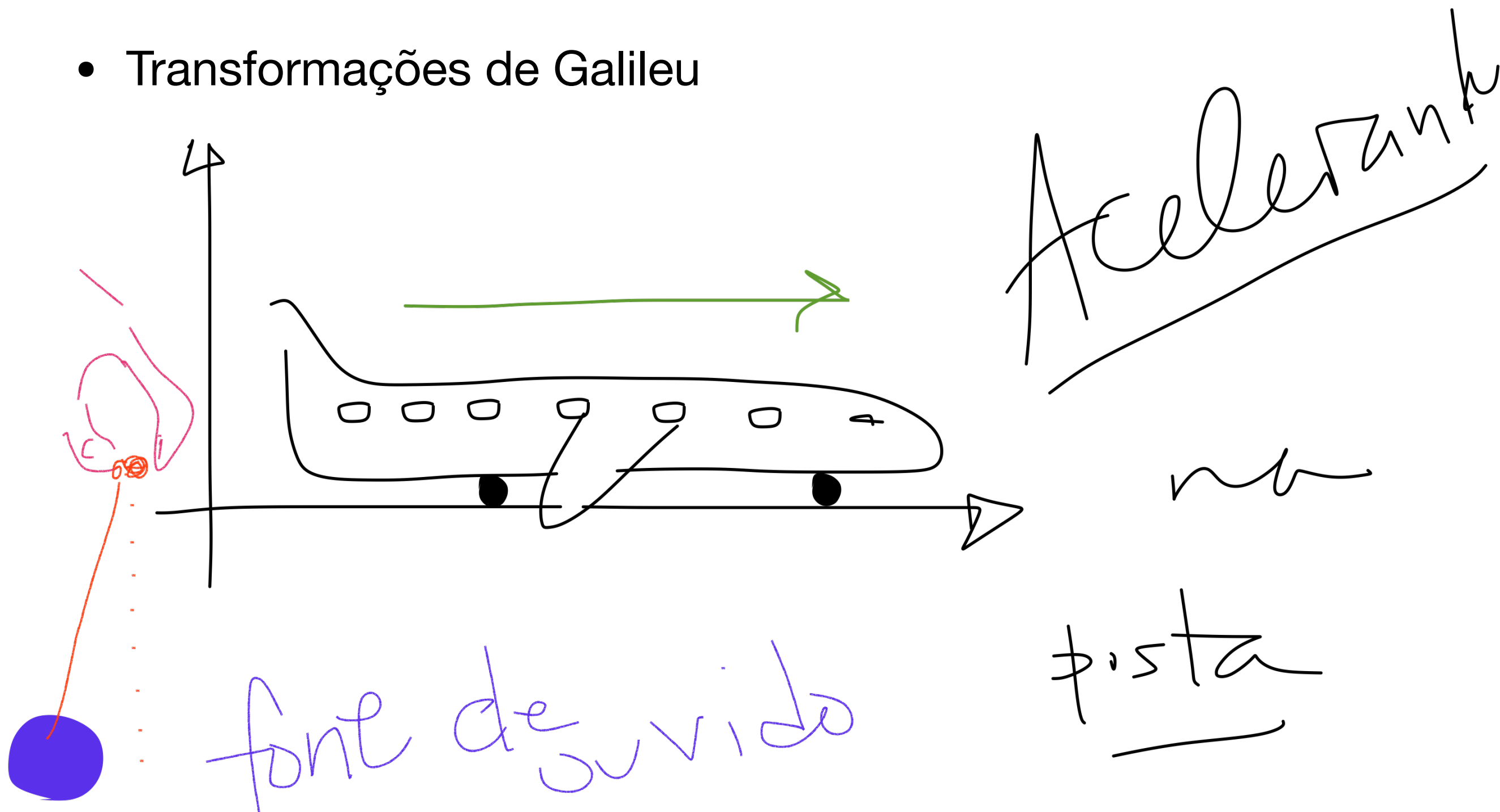
Aplicações

- Transformações de Galileu



Aplicações

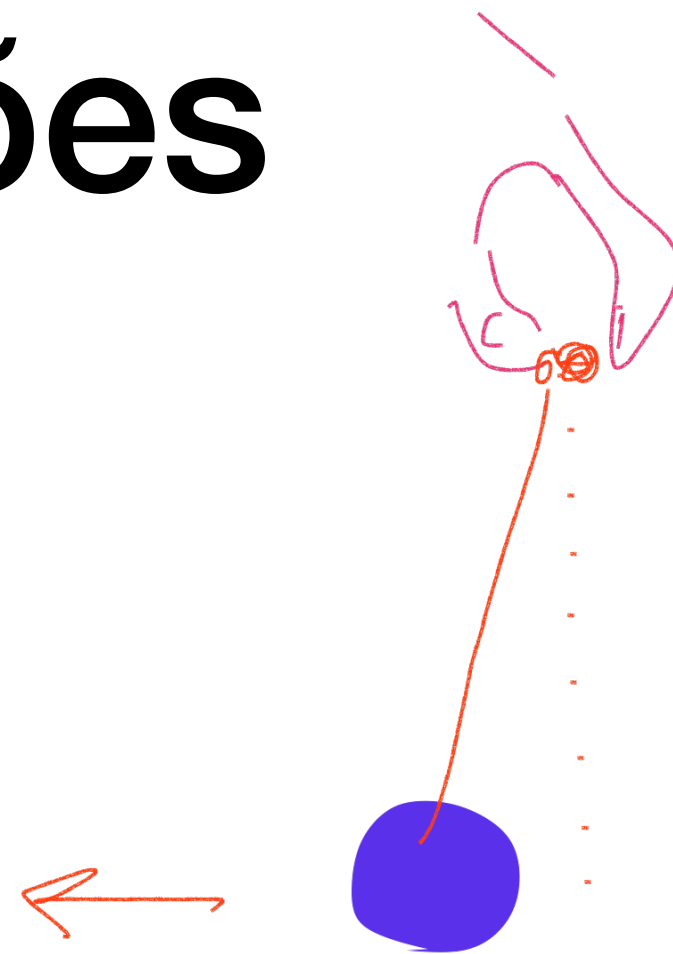
- Transformações de Galileu



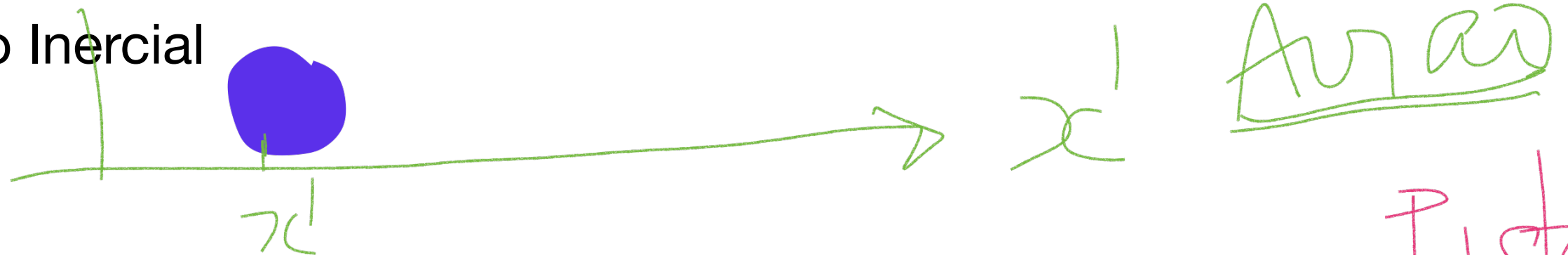
Aplicações

- Transformações de Galileu

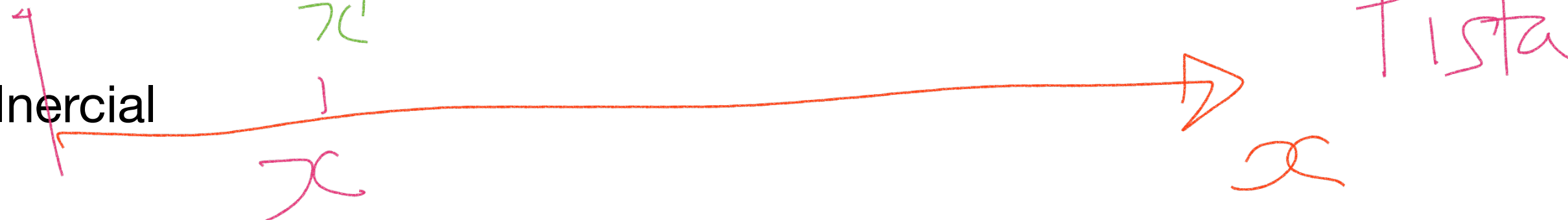
Existe uma
força?



- Não Inercial



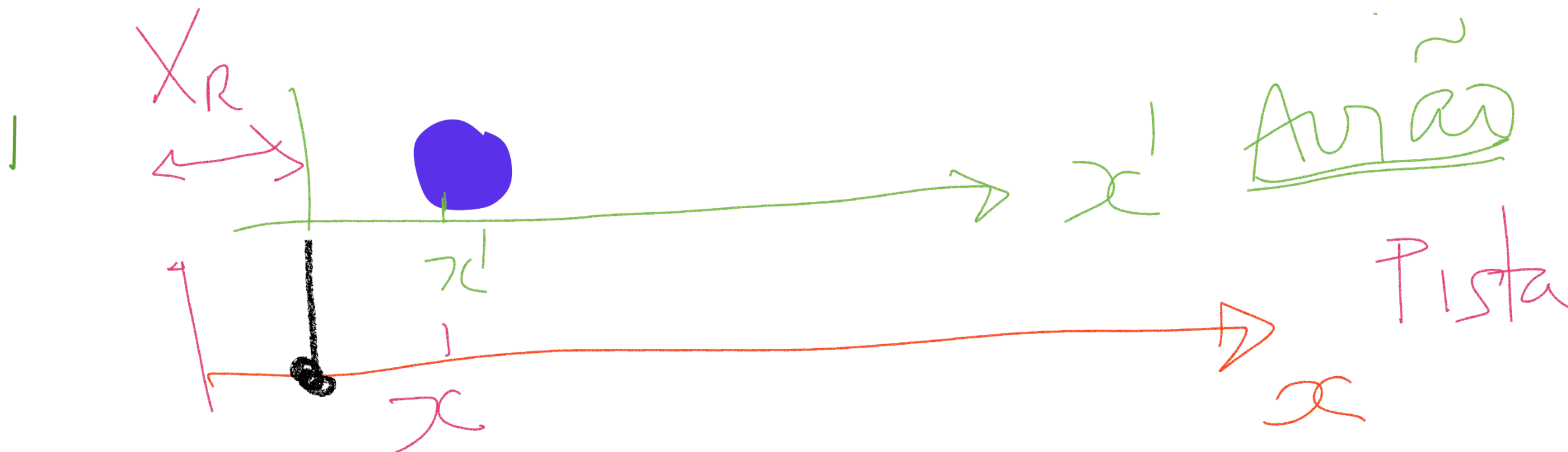
- Inercial



Aplicações

- Transformações de Galileu

$$x = X_R + x'$$



Aplicações

- Transformações de Galileu

$$x = X_R + x'$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dX_R}{dt} + \frac{dx'}{dt}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2X_R}{dt^2} + \frac{d^2x'}{dt^2}$$



Aplicações

- Transformações de Galileu

$$x = X_R + x'$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dX_R}{dt} + \frac{dx'}{dt} \rightarrow v = V_{av} + v'$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2X_R}{dt^2} + \frac{d^2x'}{dt^2} \rightarrow a = A_{av} + a'$$

Aplicações

- Transformações de Galileu

$$x = X_R + x'$$

$$v = V_{av} + v'$$

$$a = A_{av} + a'$$

- Aceleração com respeito a RI = aceleração do RNI + aceleração no REF não Inercial

Aplicações

- Transformações de Galileu

$$ma = m(A_{av} + a')$$

↓

$$F = m A_{av} + m a'$$

- Aceleração com respeito a RI = aceleração do RNI + aceleração no REF não Inercial

Aplicações

$$m \vec{a} = m(\vec{A}_{av} + \vec{a}')$$

$$\vec{F} = m \vec{A}_{av} + m \vec{a}'$$

$$\vec{F} - m \vec{A}_{av} = m \vec{a}'$$

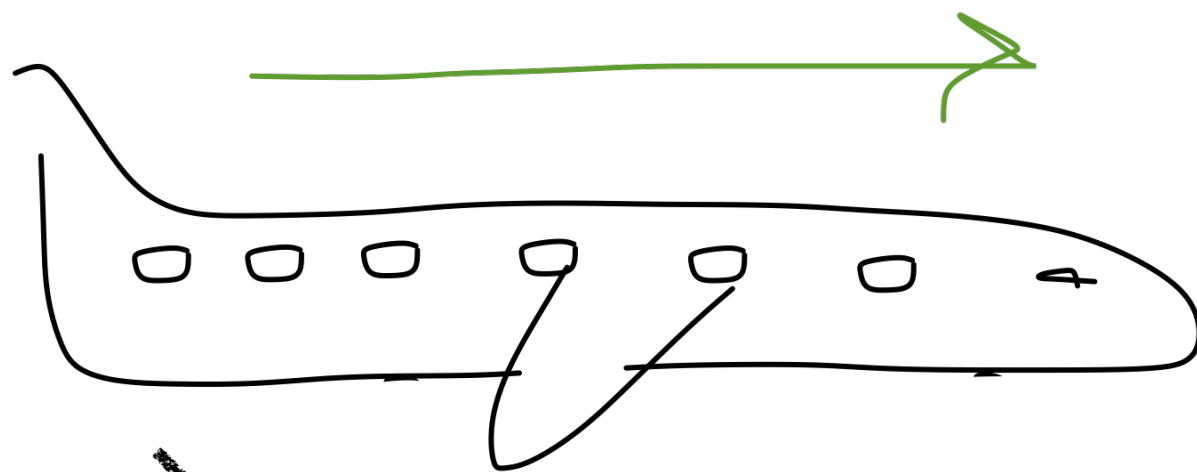
- Para o observador no avião (RNI) a aplicação da 2a lei levaria a acreditar que há uma *força* extra -dita não inercial agindo no corpo

Referencial não inercial

- A descrição do movimento pode ser feita em qualquer sistema de referencia
- No referencial inercial: 2a Lei. $\vec{F} = m\vec{a}$
- No referencial Não inercial: “Força” extra.
- Pense: essa força tem uma reação agindo em algum lugar?

Aplicações

- Transformações de Galileu



$$\vec{A}_{av} = 0$$

velocidade
de cruise
constante
(terra)

Invariância de Galileu

$$m \vec{a} = m \vec{a}'$$

$$\vec{F} = m \vec{a}'$$

- Para o observador no avião (RNI) a aplicação da 2a lei levaria a acreditar que há uma *força* extra - espúria ou fictícia - agindo no corpo
- Para observador no avião (ref inercial) as leis de Newton tem a mesma forma que na descrição no ref. da pista

- Transformações de Galileu

$$x = X_R + x', \quad t = t'$$

$$v = V_{av} + v'$$

$$a = A_{av} + a'$$



Relatividade Galileana

- Transformações de Galileu

$$x = X_R + x', \quad t = t'$$

$$v = V_{av} + v'$$

$$a = A_{av} + a'$$

Relatividade Galileana

- Transformações de Galileu: entre referenciais inerciais

$$\vec{r} = \vec{R}_R + \vec{r}', \quad t = t'$$

$$\vec{v} = \vec{V}_{av} + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}' \rightarrow \vec{F} = \vec{F}'$$

Forças não inerciais

- Forças fictícias, espúrias....
- Não há ação-reação
- Tem efeitos? Pense em exemplos no dia a dia
-

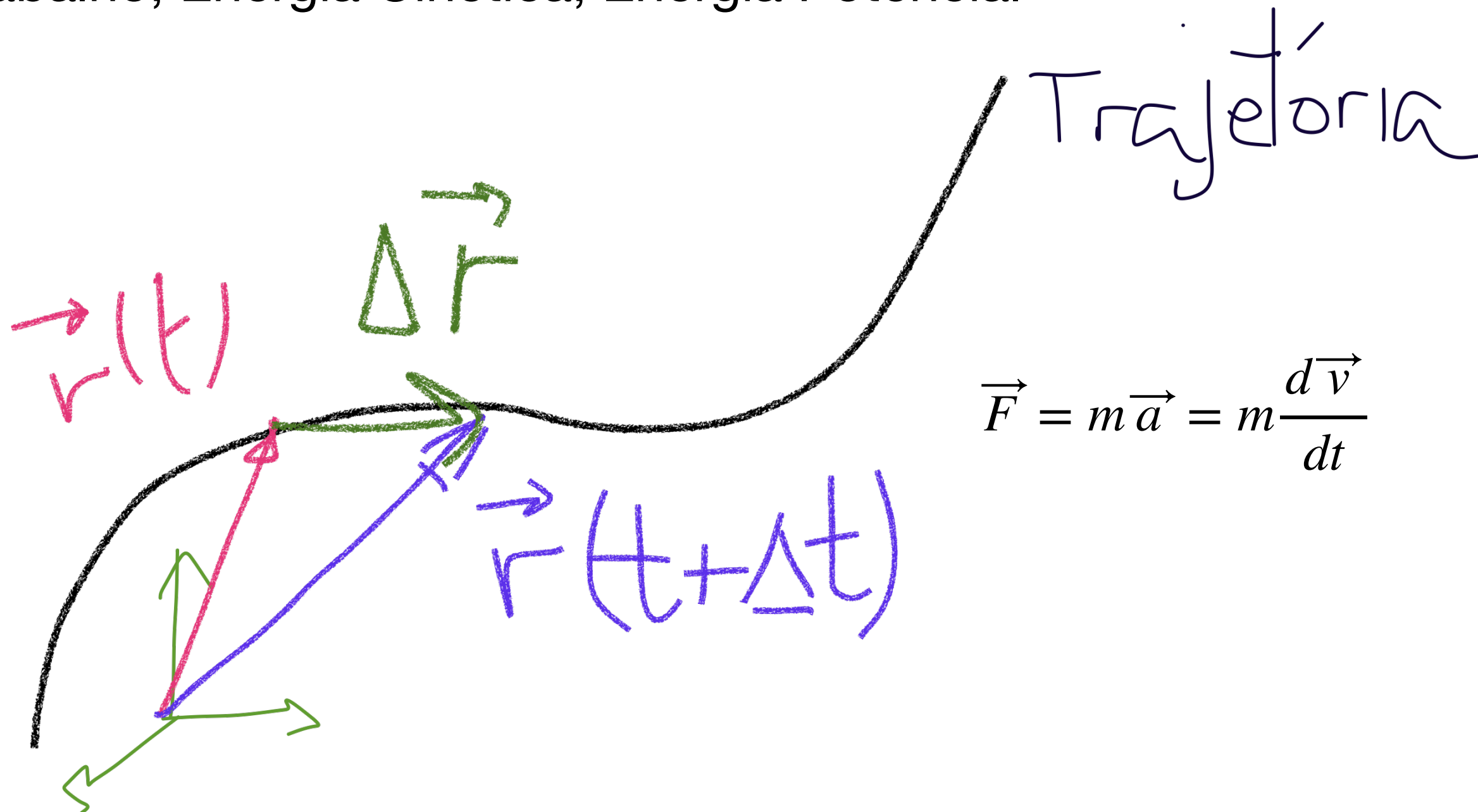
Energia, trabalho

Leis de conservação

- Simetrias: invariância ante alguma transformação
- Energia, momento, momento angular....(outras cargas...)
- Permitem fazer previsões sem se preocupar com detalhes (sem saber as interações)
-

Energia, trabalho

- Trabalho, Energia Cinética, Energia Potencial



Energia, trabalho

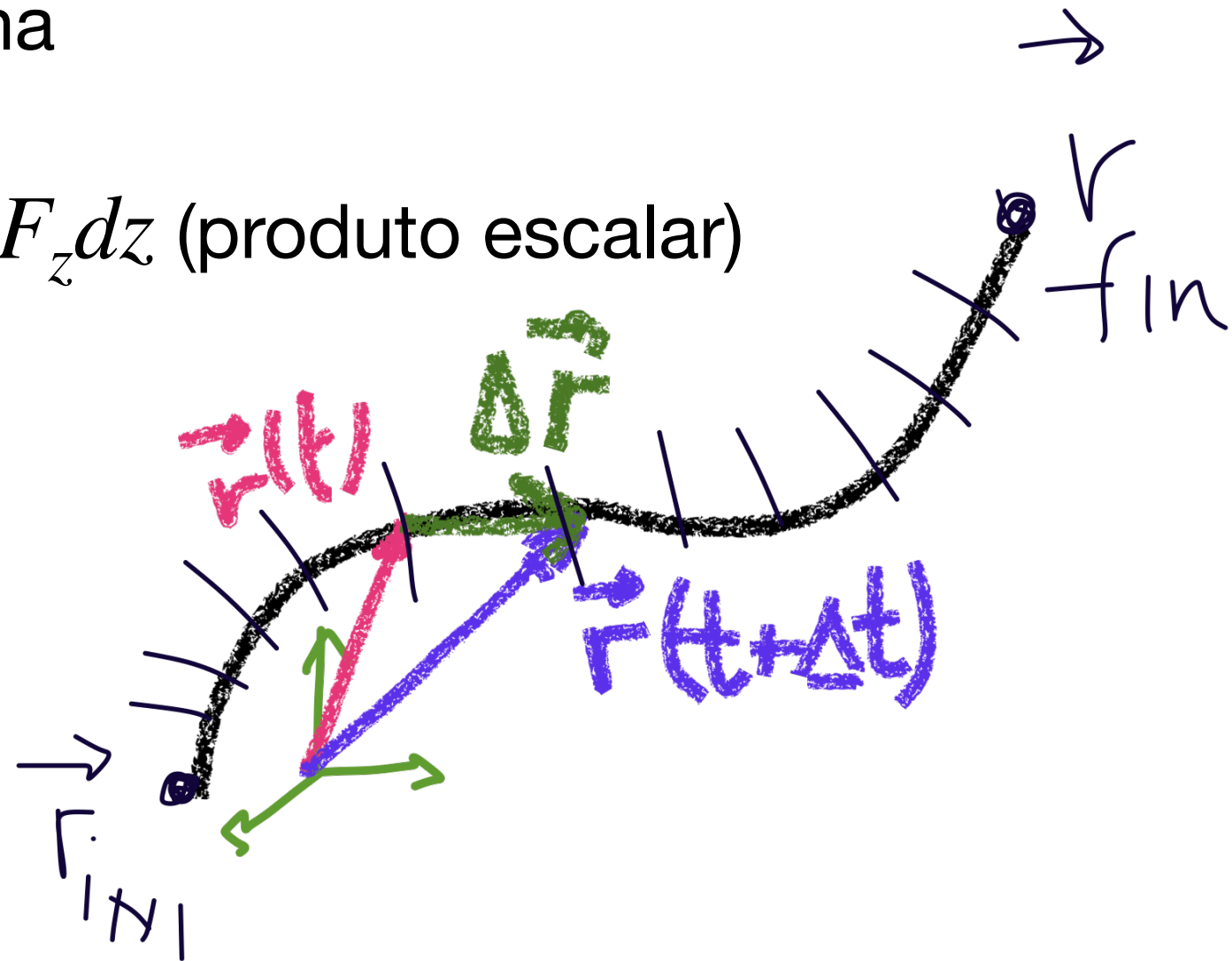
- Trabalho, Energia Cinética, Energia Potencial

- Introdução: Integral de linha

- $\vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$ (produto escalar)

- $\vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cos \theta dr$

- $\tau = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N \vec{F}(\vec{r}_i) \cdot \Delta \vec{r}$

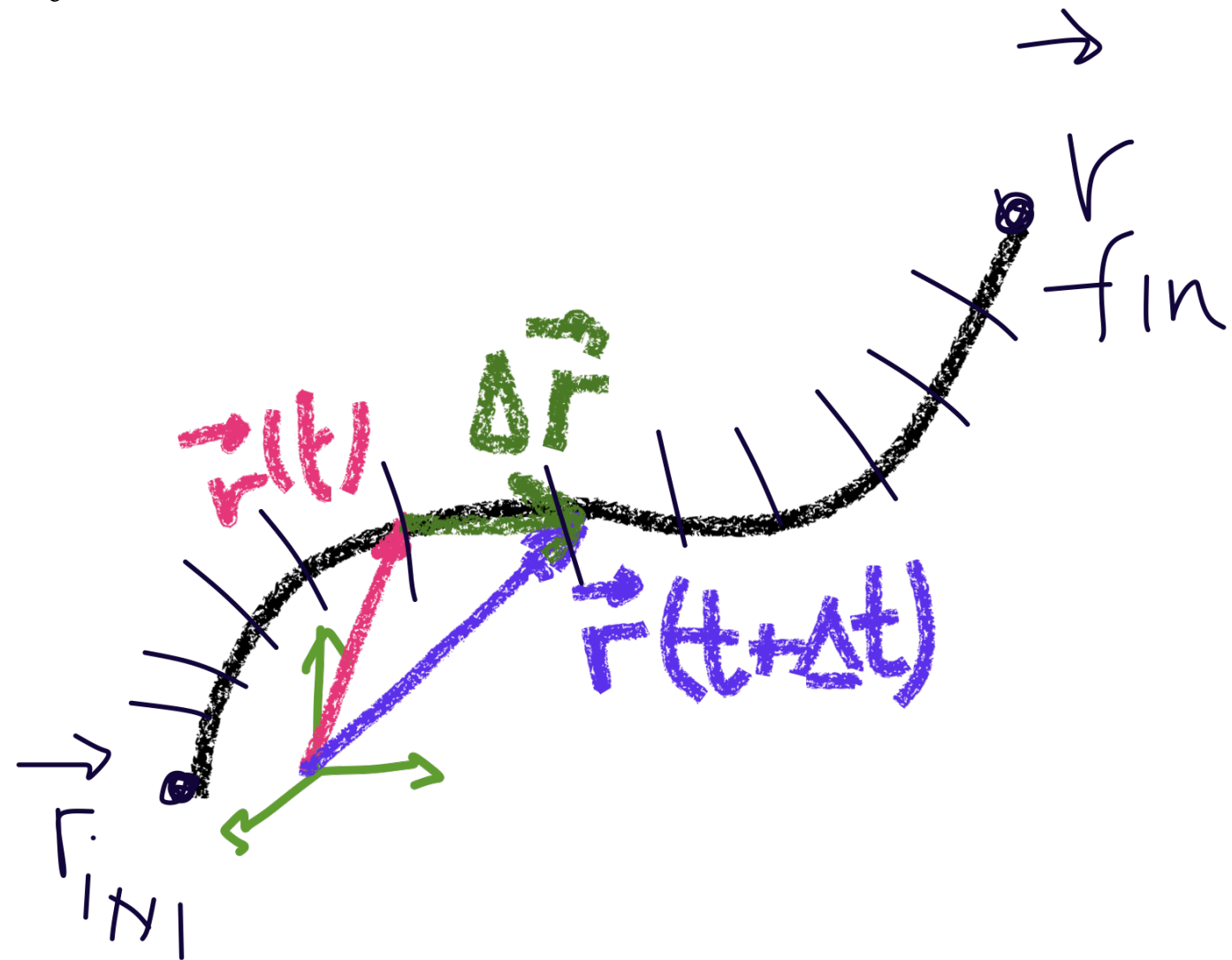


Energia, trabalho

- Trabalho realizado pela força sobre o sistema ao longo da trajetória de $\vec{r}_{inicial}$ a $\vec{r}_{final}$

- $$\tau = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N \vec{F}(\vec{r}_i) \cdot \Delta \vec{r}$$

$$\tau = \int_{\vec{r}_{ini}}^{\vec{r}_{fin}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

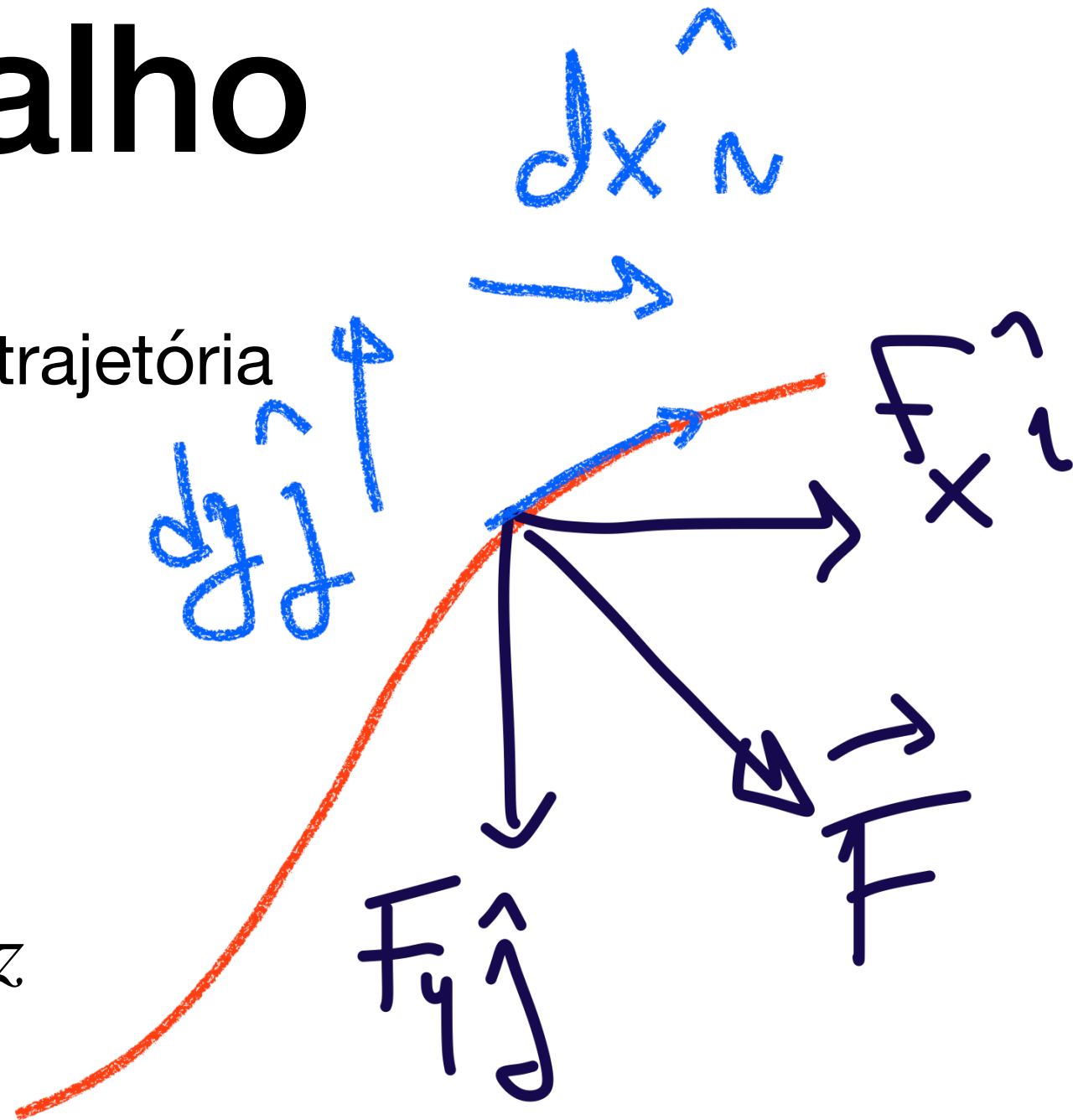


Trabalho

- Integral de linha ao longo da trajetória

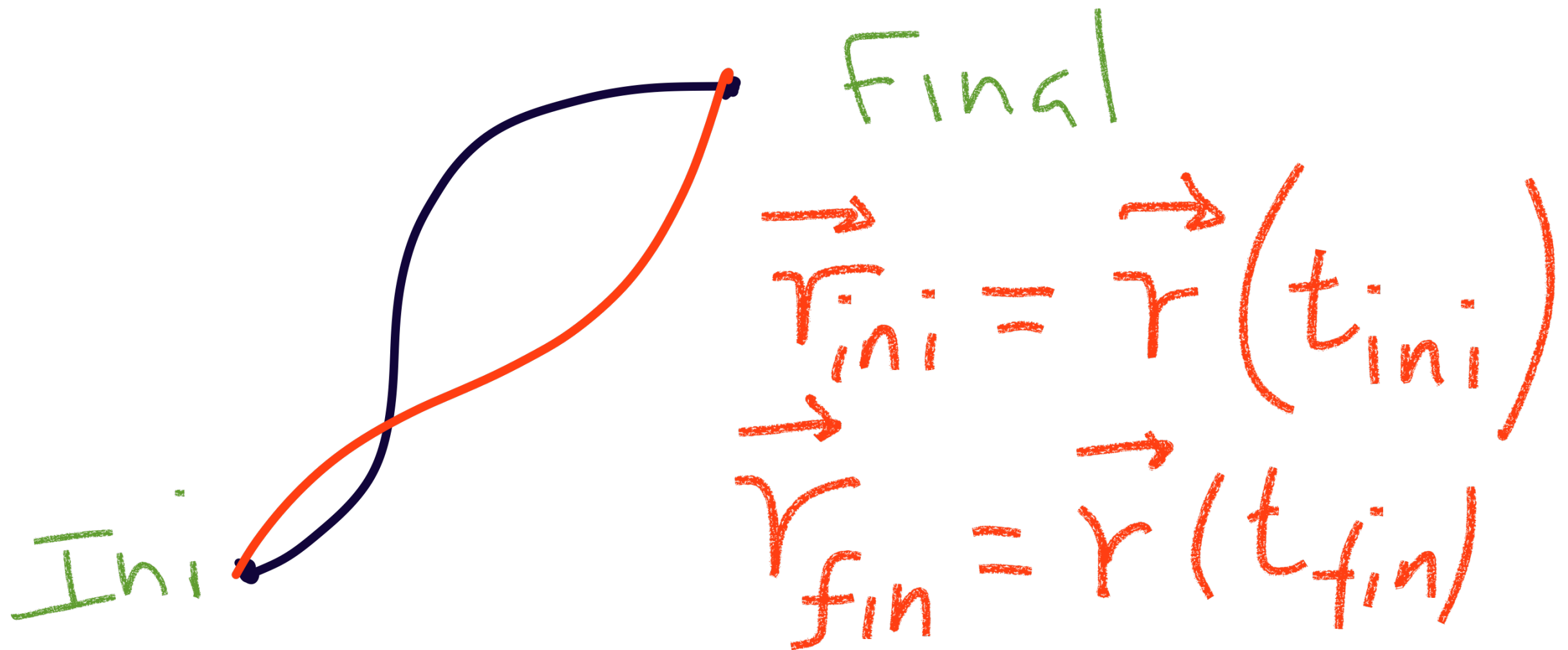
- $\tau = \int_{\vec{r}_{ini}}^{\vec{r}_{fin}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$$= \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz$$

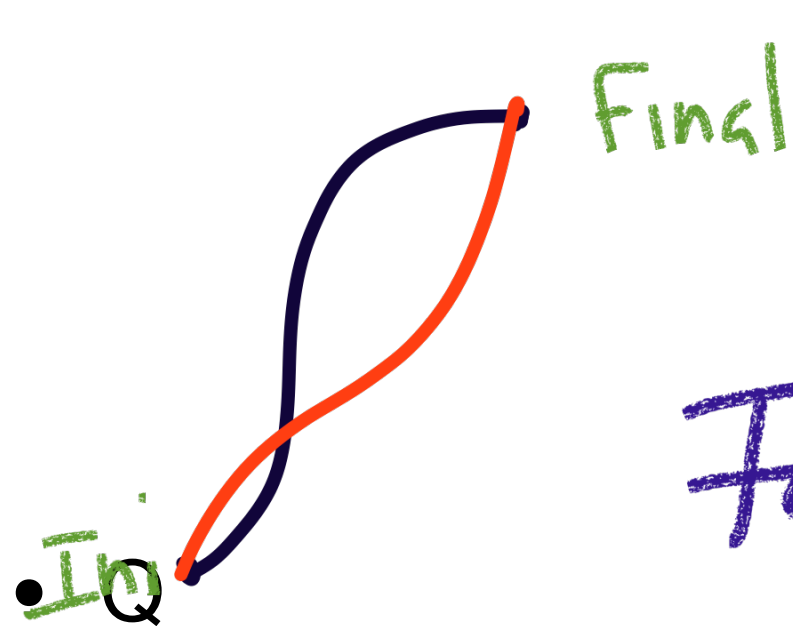


Trabalho

- Integral de linha ao longo da trajetória.
- Como depende o trabalho da trajetória ?



Trabalho



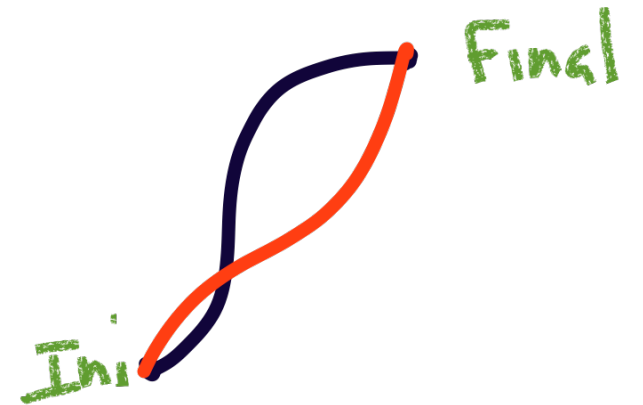
Atrito

Força Não Depende
da posição

Trabalho depende Trajetória

Trabalho

- Integral de linha ao longo da trajetória.
- Como depende o trabalho da trajetória ?
- Interações: ‘fundamentais’ ... ‘derivadas’
- As forças não fundamentais: muitos graus de liberdade são tratados de forma coletiva, efeito médio
- Para trajetórias diferentes os graus de liberdade (átomos na superfície da mesa) vão estar em estados diferentes.



Desvio matemático

- Derivadas de produtos escalares:

$$\begin{aligned}\frac{d(\vec{a} \cdot \vec{b})}{dt} &= \frac{d}{dt}(a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z) \\ &= \frac{da_x}{dt} b_x + \frac{da_y}{dt} b_y + \frac{da_z}{dt} b_z + a_x \frac{db_x}{dt} + a_y \frac{db_y}{dt} + a_z \frac{db_z}{dt} \\ &= \frac{d\vec{a}}{dt} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \frac{d\vec{b}}{dt}\end{aligned}$$

$$\frac{d\vec{v}^2}{dt} = \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} = 2\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Trabalho

$$\bullet \quad \tau = \int_{\vec{r}_{ini}}^{\vec{r}_{fin}} \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt},$$

$$d\vec{r} = \vec{v} dt \rightarrow \quad \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt,$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{m}{2} \frac{d}{dt} (\vec{v}^2) dt$$

Trabalho

$$\bullet \quad \tau = \int_{\vec{r}_{ini}}^{\vec{r}_{fin}} \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{m}{2} \frac{d}{dt} (\vec{v}^2) dt$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \vec{v}^2 \right) dt$$

$$\int_{\vec{r}(t_{ini})}^{\vec{r}(t_{fin})} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \vec{v}^2 \right) dt$$

Trabalho e Energia cinética

$$\tau = \int_{\vec{r}(t_{ini})}^{\vec{r}(t_{fin})} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \vec{v}^2 \right) dt$$

$$\tau = E_{c,fin} - E_{c,ini},$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$$

Trabalho e Energia cinética

$$\tau = \int_{\vec{r}(t_{ini})}^{\vec{r}(t_{fin})} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{2} \vec{v}^2 \right) dt$$

$$\tau = E_{c,fin} - E_{c,ini},$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$$

Trabalho
Variação
Energia Cinética

Trabalho e Energia cinética

$$\tau = \int_{\vec{r}(t_{ini})}^{\vec{r}(t_{fin})} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \tau = E_{c,fin} - E_{c,ini},$$
$$E_c = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$$

- Unidades
- $[\tau] = [f][r] = MLT^{-2} \times L = M\left(\frac{L}{T}\right)^2$
- $[E_c] = M\left(\frac{L}{T}\right)^2$

Ex em 1d: queda livre

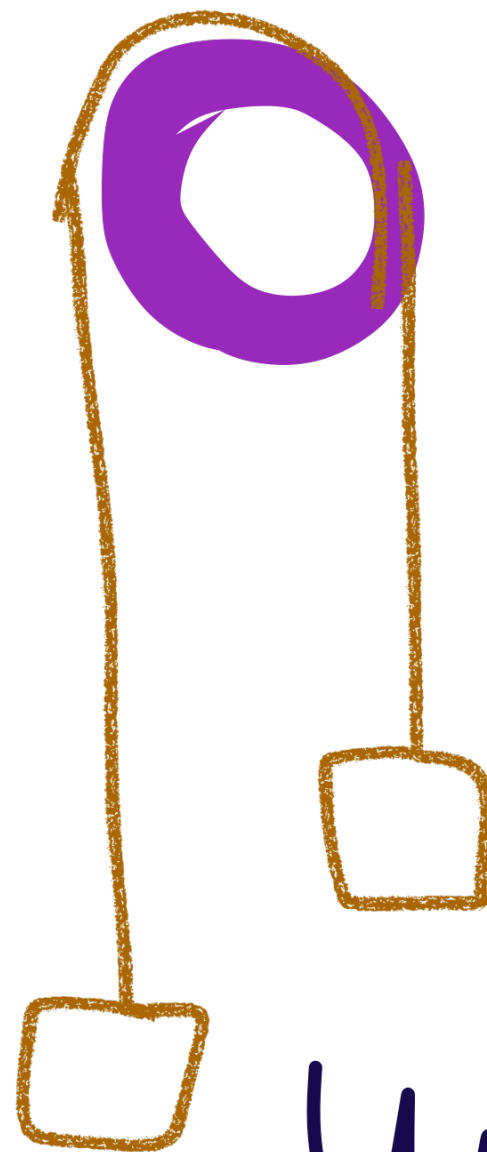
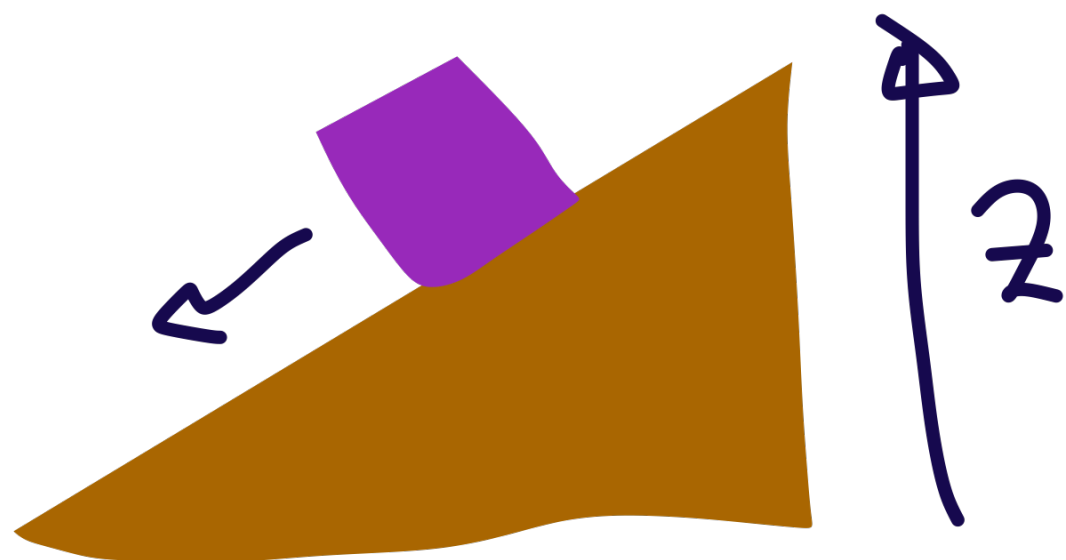
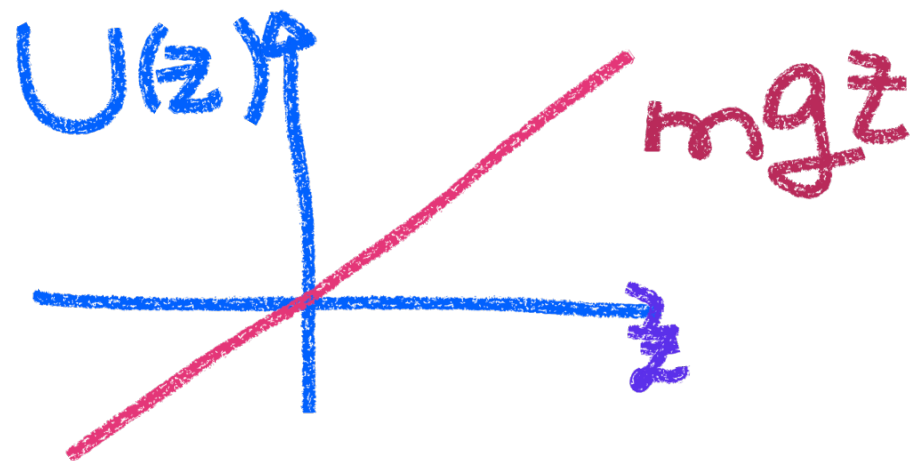
- Campo gravitacional constante aceleração $\vec{a} = -g\hat{k}$
- $v_z = v_{z0} - gt, \quad z = z_0 + v_{z0}t - \frac{gt^2}{2}$
- Em dt , $dz = v_z dt$
- Força $F_z = -mg$
- Trabalho $\tau = \int_{z_i}^{z_f} (-mg) dz = -mgz_f + mgz_i$

Ex em 1d: queda livre

- Trabalho $\tau = \int_{z_i}^{z_f} (-mg)dz = -mgz_f + mgz_i$
- $\tau = E_{cf} - E_{ci}$, $E_{cf} - E_{ci} = -mgz_f + mgz_i$
- $E_{ci} + mgz_i = E_{cf} + mgz_f$
- () inicial = ()final

Ex em 1d: queda livre

- $E_{ci} + mgz_i = E_{cf} + mgz_f$
- (Energia) inicial = (Energia)final
- Energia cinética $E_c = \frac{1}{2}mv_z^2$. Energia potencial $U = mgz$
- Energia $E_c + U$.
- Note $F_z = -\frac{dU}{dz}$.



Ex: Faça diagr.
de forças
e calcule mpv .

OU: Use
Cons.
&
Energia

Ex em 1d: Oscilador harmônico

- Força elástica ou lei de Hooke $F = -kx$
- Trabalho realizado pela força entre valor inicial e final

- $\tau = - \int_{x_i}^{x_f} kx dx$

- $\tau = -k \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_i}^{x_f} = -k \frac{x_f^2}{2} + k \frac{x_i^2}{2}$

Ex em 1d: Oscilador harmônico

- Força elástica ou lei de Hooke $F = -kx$

$$\tau = E_{c,f} - E_{c,i} = -k \frac{x_f^2}{2} + k \frac{x_i^2}{2}$$

$$E_{c,f} + k \frac{x_f^2}{2} = E_{c,i} + k \frac{x_i^2}{2}$$

Ex em 1d: Oscilador harmônico

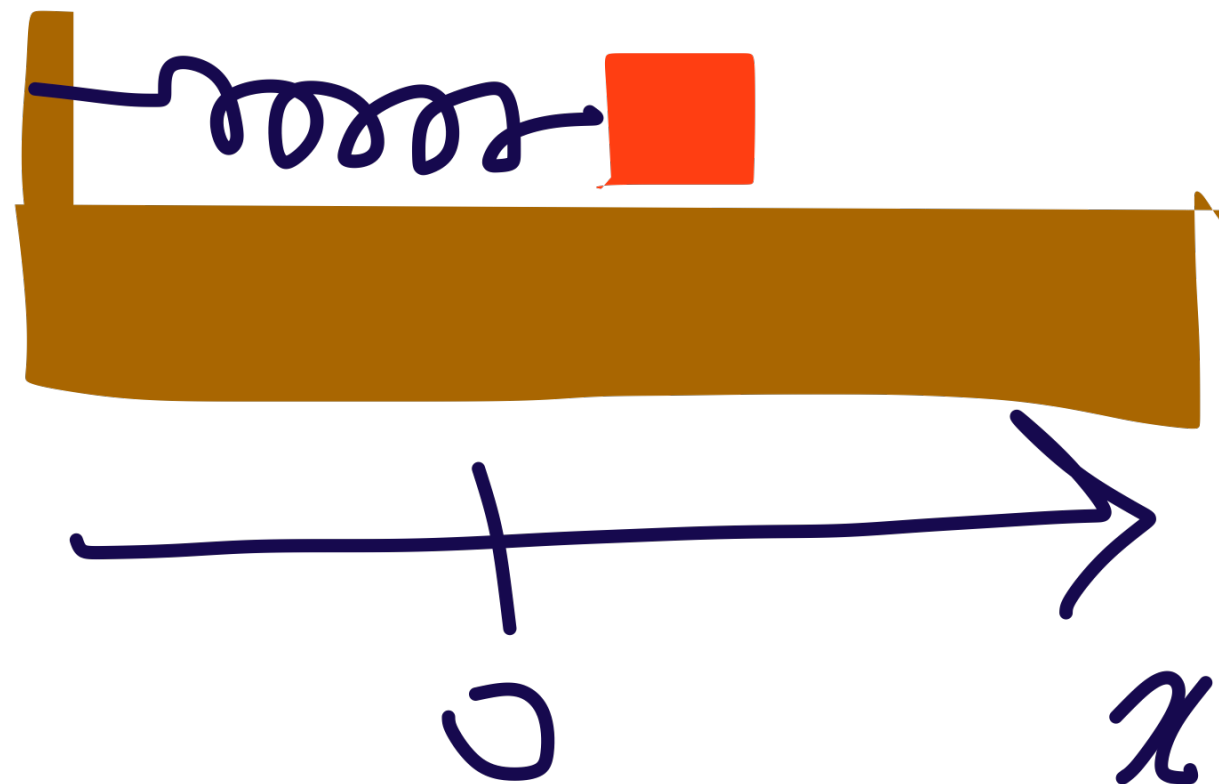
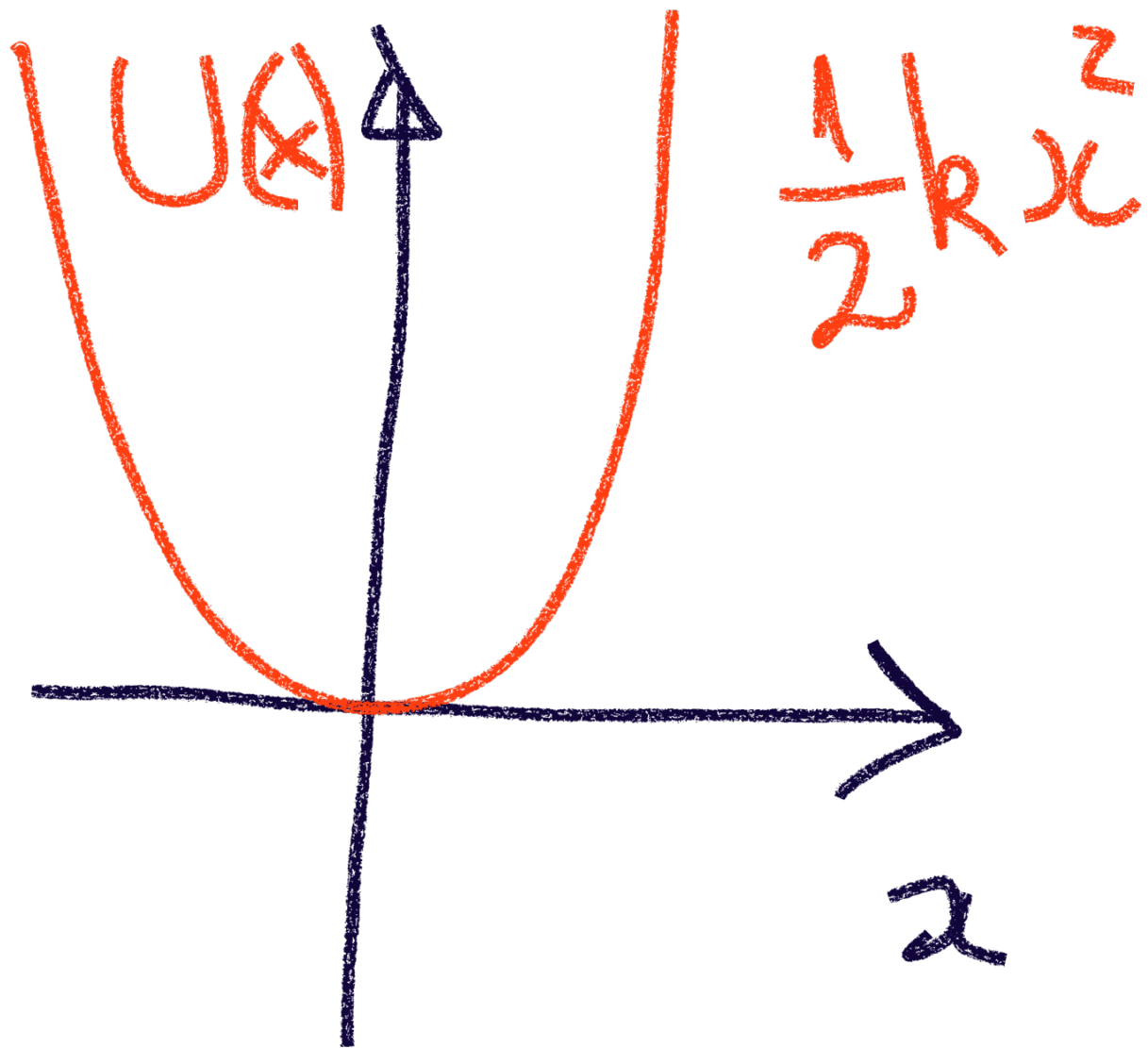
$$E_{c,f} + k\frac{x_f^2}{2} = E_{c,i} + k\frac{x_i^2}{2}$$

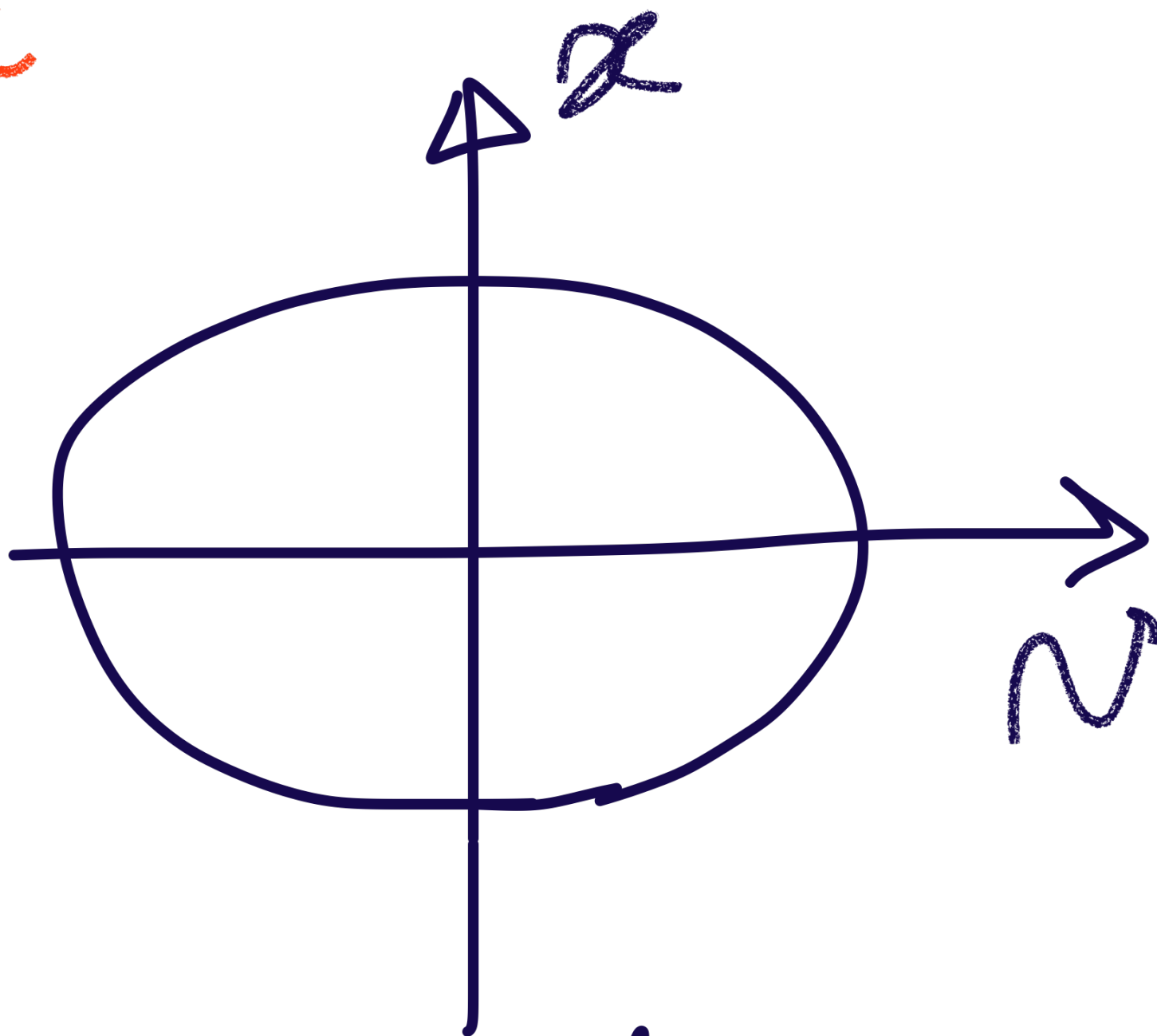
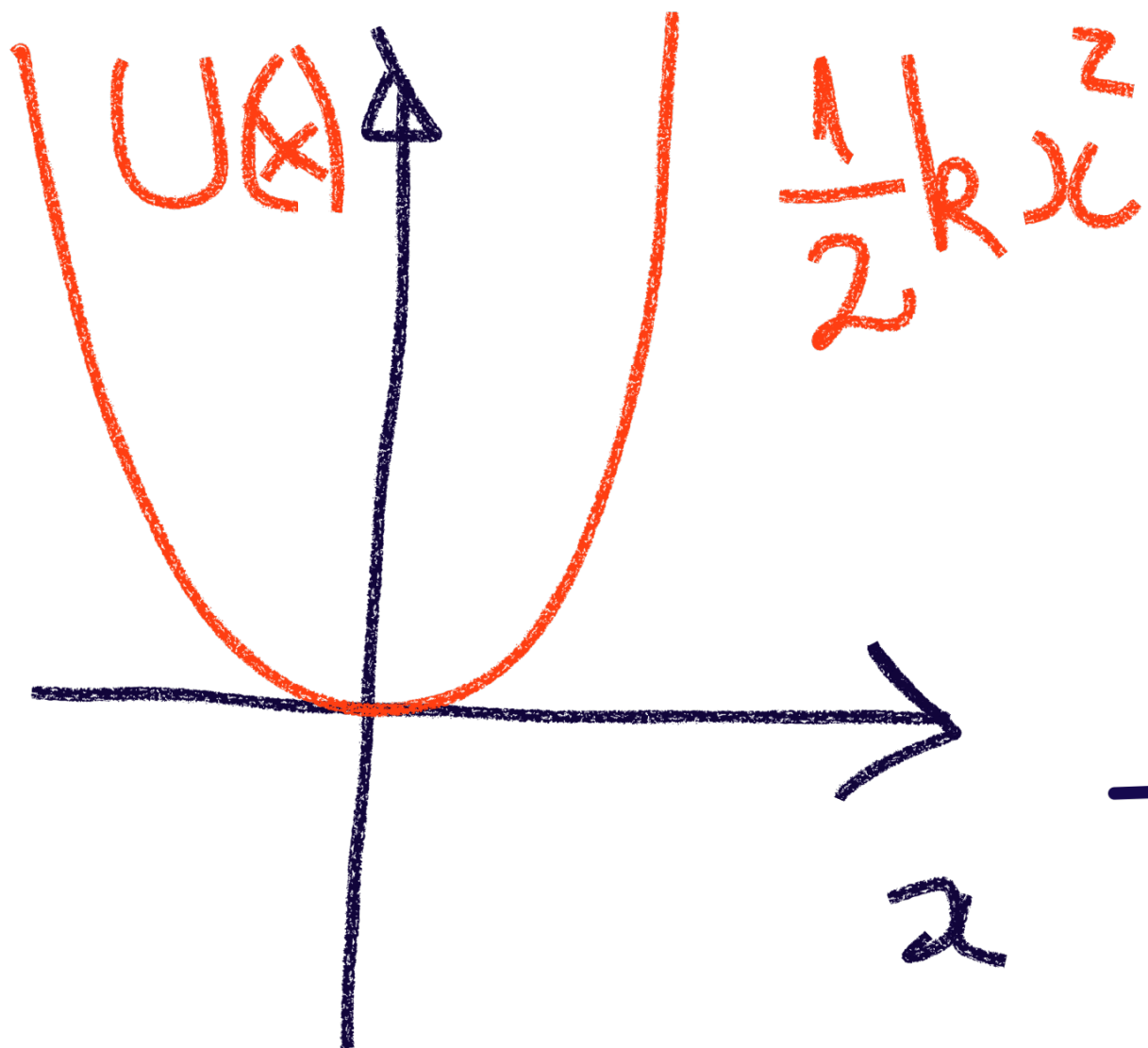
- (Energia) inicial = (Energia)final

- En. cinética $E_C = \frac{mv_x^2}{2}$ Energia potencial $U = \frac{1}{2}kx^2$

- Energia total $E_c + U$

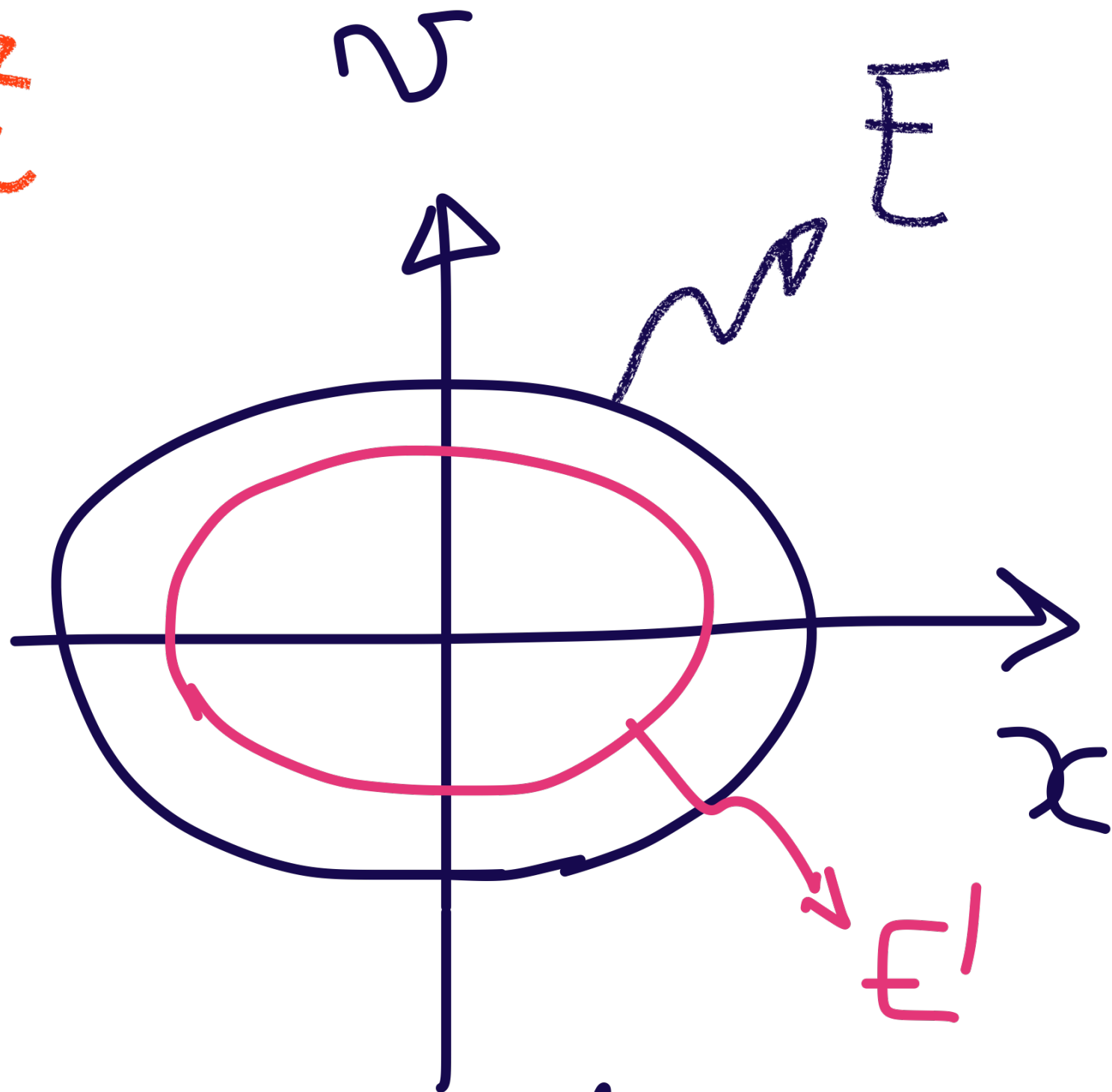
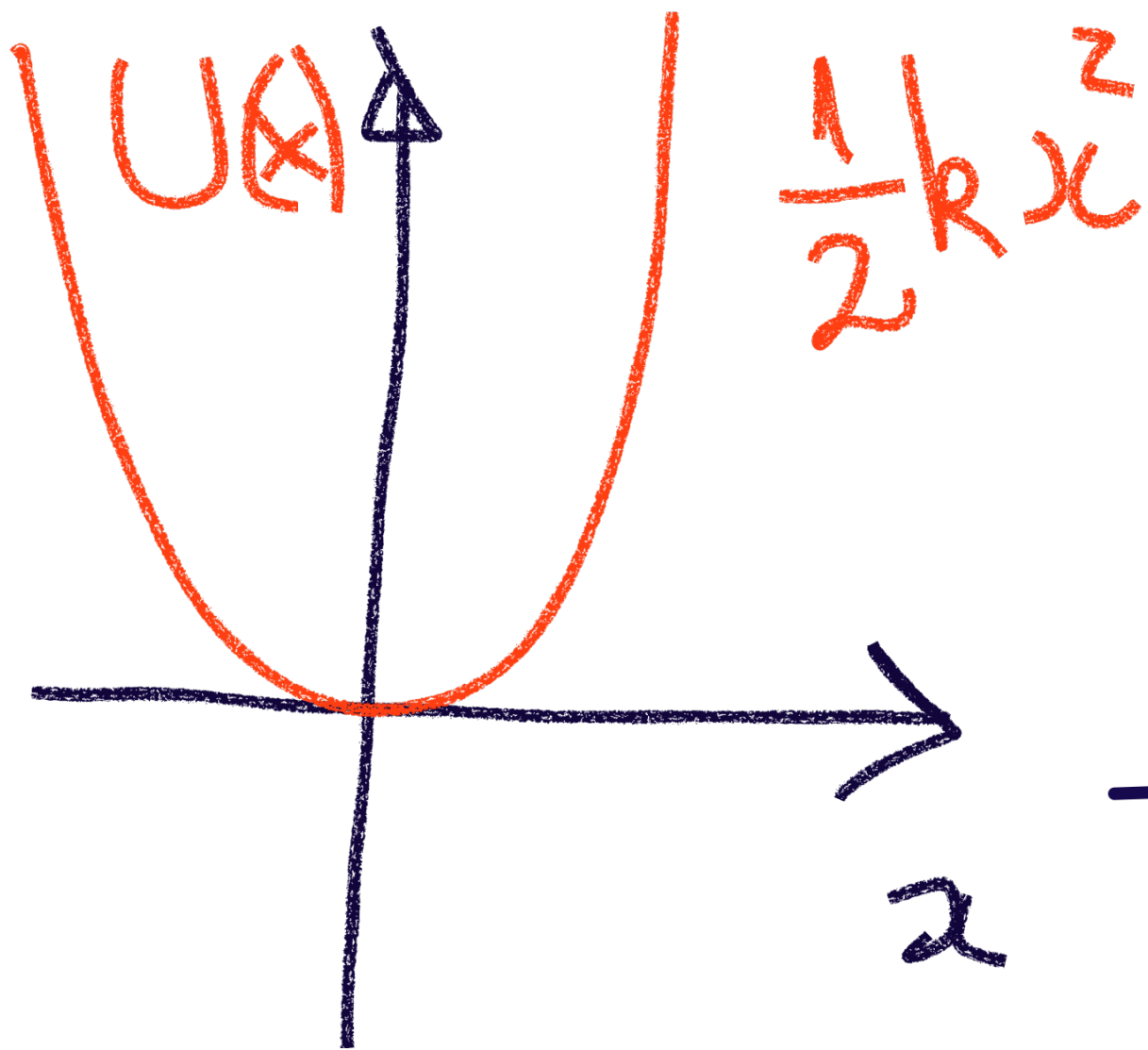
- Note $F = -\frac{dU}{dx}$





Ellipse

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = E = \text{cte}$$



Ellipse

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = E = \text{cte}$$

Oscilador harmônico

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = E$$

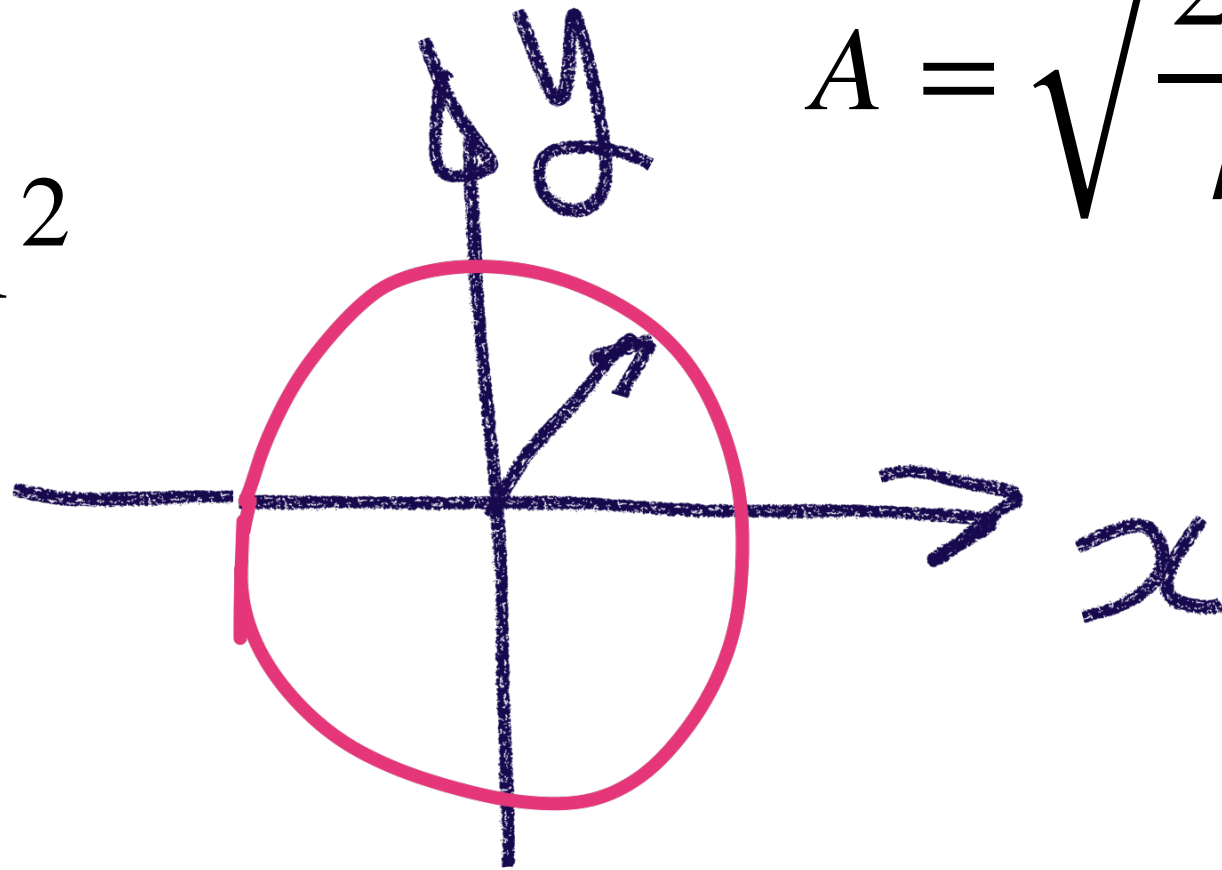
$$\frac{m}{k}v^2 + x^2 = \frac{2E}{k}$$

$$\text{Defina : } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ e } \frac{v}{\omega} = y$$

$$A = \sqrt{\frac{2E}{k}}$$

$$x^2 + y^2 = A^2$$

Círculo

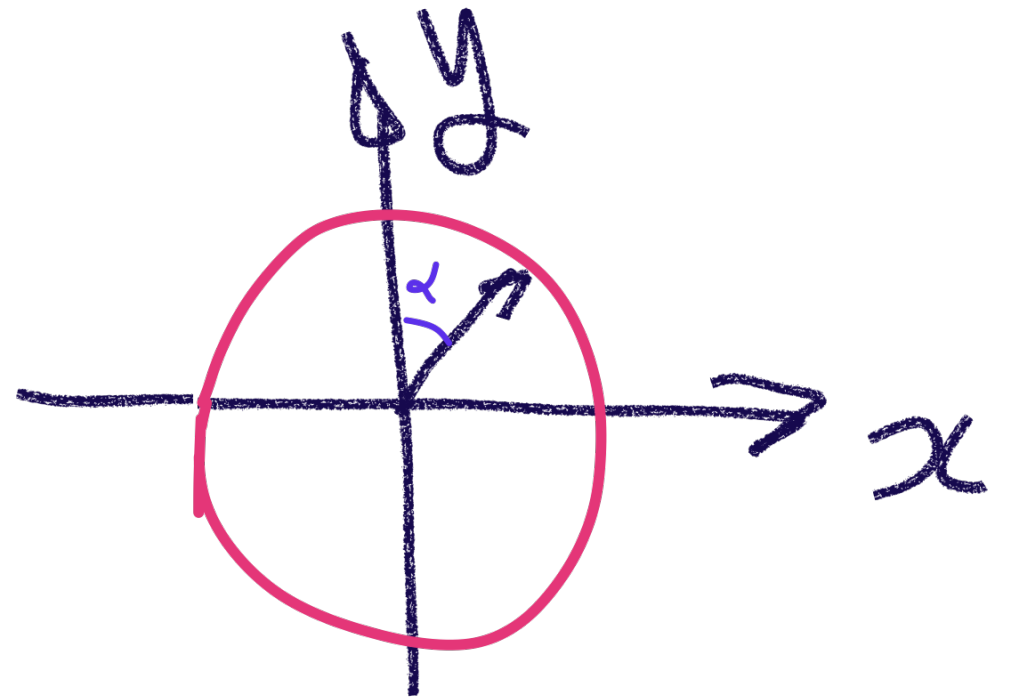


$$x(t) = A \sin \alpha(t), \quad y(t) = A \cos \alpha(t), \quad \alpha(t) = ?$$

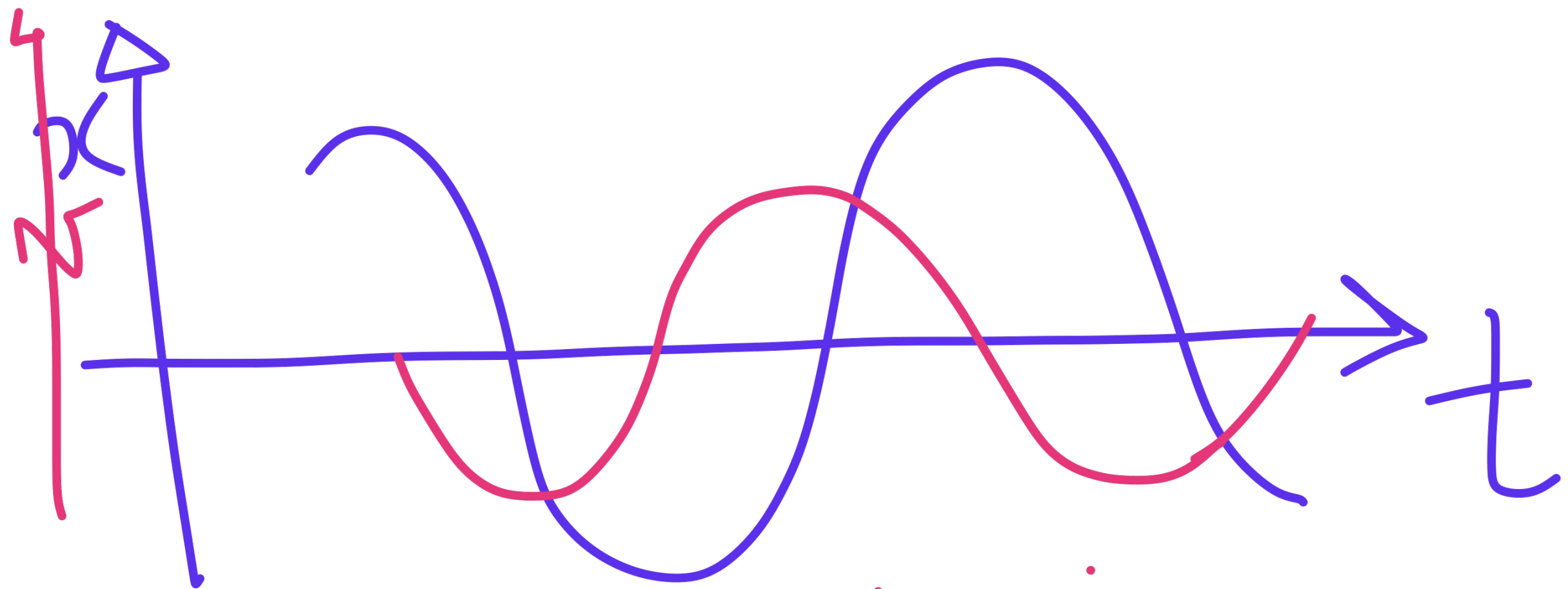
$$v = \omega y = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = A \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \frac{v}{\omega} \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}, \quad \alpha = \omega t + \phi$$



$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi), \quad v(t) = A\omega \cos(\omega t + \phi),$$



Condições Iniciais
determinam A e ϕ

Exemplo: $x(0) = A \sin \phi$, $v(0) = \omega A \cos \phi$

Duas eqs; duas incógnitas

Próximas aulas

- Forças conservativas em mais de uma dimensão
- Energia potencial , conservação de energia
- Aplicações