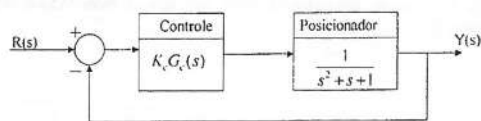


3) (Valor 3,5) Um posicionador mecânico deve ser controlado. O modelo da malha de controle, juntamente com o sistema, é dado abaixo, onde K_c é o ganho real do controlador e G_c sua função de transferência (com ganho unitário em baixa frequência).

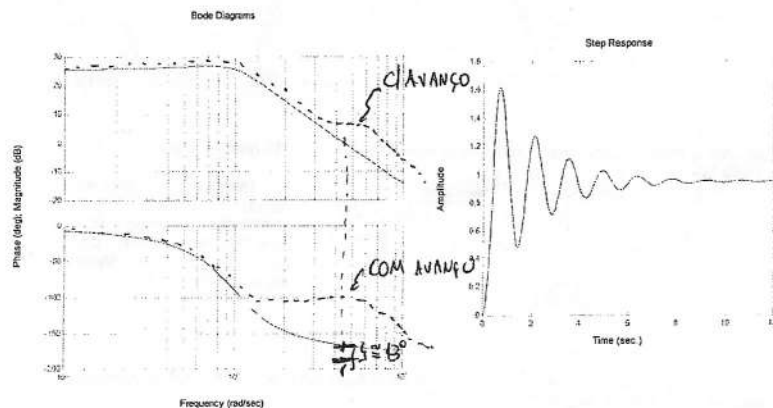


a) Calcule K_c para que o erro de posição, para referência degrau unitária, seja menor que 5%.

b) Considerando $G_c(s)=1$ e o K_c calculado em (a), o diagrama de Bode da função de malha aberta é dado abaixo. Qual a margem de ganho e de fase do sistema em malha fechada? Estes valores são coerentes com a resposta ao degrau do sistema em malha fechada, também ilustrado abaixo?

Diagrama de Bode de malha aberta

Resposta degrau em malha fechada

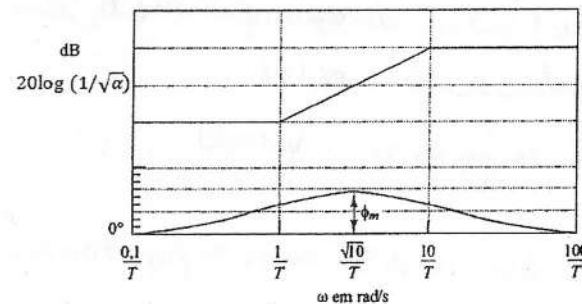


d) Esboce o diagrama de Nyquist deste sistema e analise a sua estabilidade.

e) Sabendo-se que o objetivo do controlador é aumentar a margem de ~~ganho~~ ^{fase} e que a velocidade de resposta é um fator importante no posicionamento, explique a razão de um compensador de avanço ser mais adequado do que um compensador de atraso. Esboce como o diagrama de bode ficaria alterado com a inclusão de um compensador de avanço corretamente projetado.

f) Calcule os parâmetros T e α de $G_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$ para obter uma margem de fase de 50° .

Formulário: Bode de G_c :



$$\sin \phi_m = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

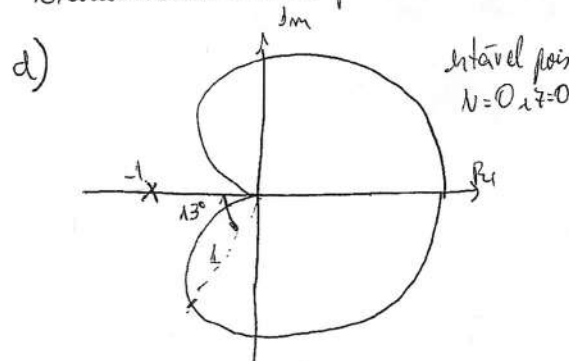
b)

$$\left| \frac{19}{(j\omega)^2(j\omega+1)} \right| = 1 \Rightarrow \omega_c = 4,9 \text{ rad/s}$$

$$MF = \left| \frac{19}{(j\omega_c)^2(j\omega_c+1)} \right| + 180^\circ = 13^\circ \text{ MF}$$

$MG = \infty$ pois a função em malha aberta não alcança -180° de fase

coerente, pois MF é pequena, "pouca" estabilidade, baixo amortecimento, oscilações em malha fechada.



e) O compensador de atraso é mais adequado para melhorar as características de regime permanente, e não o amortecedor (velocidade de resposta).
O erro está na figura do numerador.

f) - MF: $50^\circ \rightarrow$ aumento de 37° na freq. de cruzamento
- pelo fato do compensador de avanço aumentar ω_c , vamos considerar um aumento de 47° na fase

$$\Rightarrow \tan 47^\circ = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \boxed{\alpha = 0,25}$$

- aumento do ganho na freq. de máximo movimento de fase:

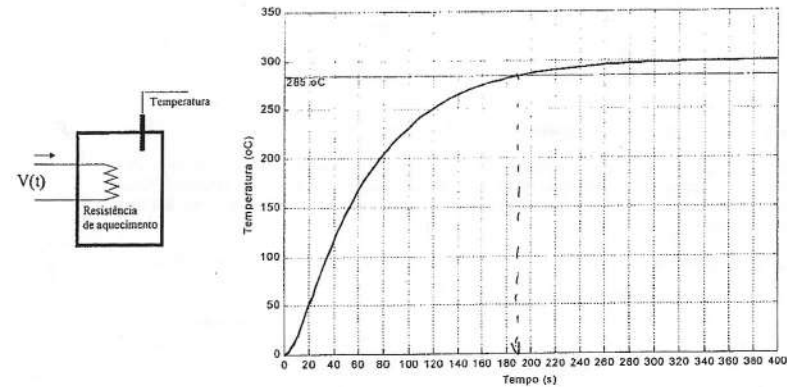
$$20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 6$$

- nova freq de cruzamento:

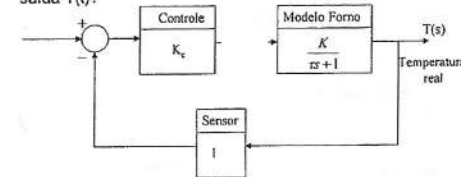
$$20 \log \left| \frac{1}{(j\omega)^2(j\omega+1)} \right| = -6 \Rightarrow \omega_c = 6,2 \text{ rad/s (nova freq de cruzamento)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{10}}{T} = 6,2 \Rightarrow \boxed{T = 0,51 \text{ s}}$$

4) (Valor 2,5) Você é responsável pelo projeto de um controlador a ser empregado em um forno industrial elétrico. Devido ao seu conhecimento muito superficial sobre processos térmicos, você resolveu fazer um ensaio para determinar as características dinâmicas do forno. Para isso, aplicou uma tensão constante de 100V (AC) sobre a resistência e obteve a seguinte curva de temperatura.



a) Qual o melhor modelo de 1ª ordem que representaria a relação entre a entrada $V(t)$ e a saída $T(t)$?

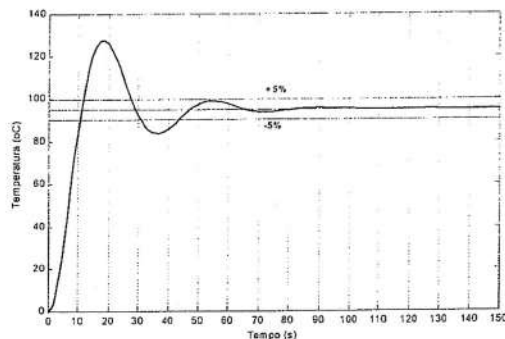


b) Utilizando o modelo acima, projete um controlador proporcional $G_c(s) = K_c$ que resulte um erro para uma referência degrau menor que 5%.

c) Qual a função de transferência em malha fechada esperada? Esboce a curva de resposta para uma entrada $R(s)$ degrau de amplitude 100 $^\circ\text{C}$.

Um engenheiro mais experiente disse que o seu projeto possui um erro, pois você desconsiderou a constante de tempo devido à resistência elétrica, por ser menor que a constante de tempo devido ao forno propriamente dito. Segundo ele, o modelo correto possui dois pólos reais, e não apenas um como foi feito no item a. Você, entretanto, argumentou que a constante de tempo devido à resistência deve ser muito menor que a devido ao forno (pois a "inércia" térmica do forno é bem maior que a da resistência).

d) Ao realizar o teste do sistema de controle, a curva de resposta obtida é apresentada abaixo, com comportamento oscilatório não previsto no item c. Apresente uma justificativa razoável para este resultado oscilatório. Para tanto, esboce o Lugar das Raízes para o sistema real (considerando também a constante de tempo mais rápida devida à resistência) e para o sistema aproximado.



e) Estime a constante de tempo da resistência elétrica.

Formulário Adicional

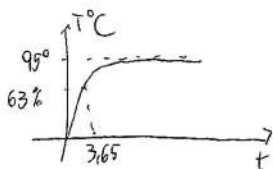
Sistema de 1ª ordem $G(s) = \frac{K}{1 + \tau s}$; tempo de acomodação 5% = 3τ

Sistema de 2ª ordem $G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$; tempo de acomodação 5% = $\frac{3}{\zeta\omega_n}$

a) $K=3$
 $\tau = \frac{190s}{3} = 63s$ (valor pelo tempo de estabilização)
 $73s$ (valor por 63,2% da resposta) quanto as duas!

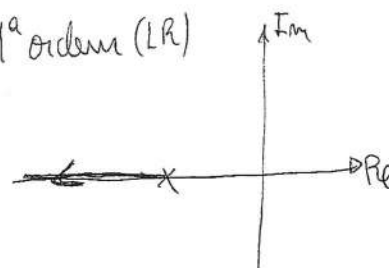
b) $P/R(s) = \frac{A}{s} \Rightarrow e_{ss} = A \cdot \frac{1}{1+K_c K} \Rightarrow K_c = 6,33$

c) $\frac{T(s)}{R(s)} = \frac{K \cdot K_c}{Ts + 1 + K_c K} \Rightarrow$ novo ganho = $\frac{K K_c}{1 + K_c K} \rightarrow 0,95$
 novo tempo = $\frac{T}{1 + K_c K} \rightarrow 3,65s$

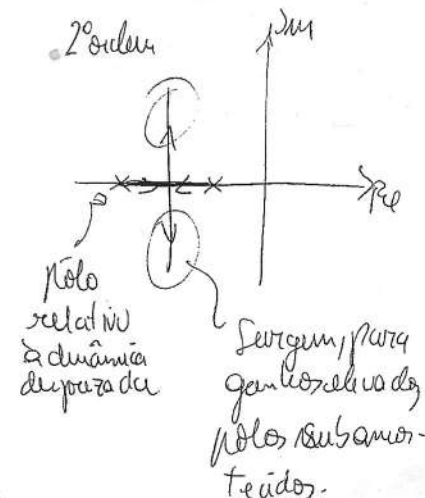


d)

1ª ordem (LR)

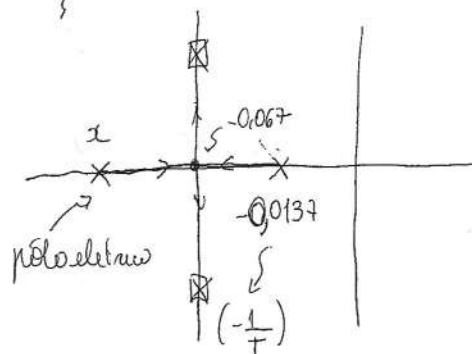


2ª ordem



e)

$\frac{3}{\zeta\omega_n} = 45s \Rightarrow \zeta\omega_n = 0,067$



o LR parte de mediatriz entre os polos, pela cond. de fase.

logo

$\frac{x - 0,0137}{2} = -0,067$
 $x = -0,1203$

$\Rightarrow$ polo elétrico = $-0,1203$
 de tempo $\approx 8,35$

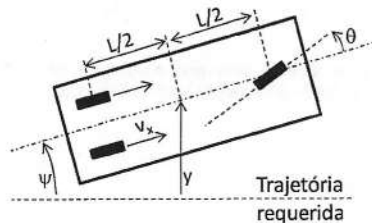
um mais rápida que a outra



Nome _____ NUSP _____

1) (Valor 3,5) Durante a competição no último sábado de Elementos de Máquinas, percebeu-se que a ausência de malha fechada nos protótipos impossibilitou que quase a totalidade dos mesmos conseguisse manter a trajetória requerida. Qualquer pequeno obstáculo no caminho ou desalinhamento inicial provocavam erros de trajetória que, ao longo do percurso, geravam colisões nas árvores no entorno.

Para resolver este problema, vamos projetar um controlador de trajetória. Suponha que o veículo seja dotado de um sistema de sensoriamento que meça a distância $y(t)$ à trajetória requerida (que poderia ser delimitada com uma faixa branca, por exemplo). Possui também um sistema de direção na única roda frontal, e o ângulo controlado desta roda é dado por $\theta(t)$. A tração traseira impõe uma velocidade longitudinal v_x constante.



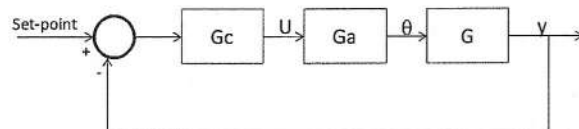
A aplicação de cinemática simples, desconsiderando possíveis escorregamentos, resulta:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{\theta(s)} = \frac{(v_x L)s + 2v_x^2}{(2L)s^2}$$

Além disso, o sistema de direção é acionado por um sinal de comando proveniente do controlador ($U(t)$), e há um pequeno atraso de atuação. Por simplificação, será adotado:

$$G_a(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

O objetivo aqui será o projeto do controlador G_c da malha abaixo:



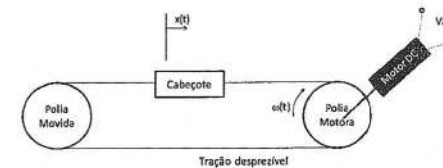
Dados os valores típicos para os protótipos $v_x = 0.33\text{m/s}$ e $L = 0.3\text{m}$, e considerando $\tau = 0.2\text{s}$, responda:

a) Faça um esboço do lugar das raízes do sistema considerando um controlador proporcional (sem compensação dinâmica). Deve ser indicada a posição dos polos e zeros bem como as assíntotas. (1,0)

b) O objetivo do sistema de controle é garantir que haja erro nulo para entrada degrau e que o sistema em malha fechada apresente amortecimento maior que 0,7 e tempo de estabilização 2% menor que 0,6s. É possível obter esta especificação apenas com um controle proporcional? Justifique usando o lugar das raízes acima ou com cálculo algébrico das funções de transferência. (1,0)

c) Usando técnica baseada em lugar das raízes, projete um controlador PD $G_c(s) = K_p(1 + T_d s)$ para atender os requisitos acima. (1,5)

2) (Valor 5,0) O sistema de movimentação do cabeçote de impressão de uma impressora jato de tinta é representado abaixo. Uma polia movida (apenas rolamentada) e uma polia motora (acionada por um motor DC) compõem o sistema. Ambas possuem momento de inércia $J_p = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$ e raio $R = 0,01\text{m}$. O cabeçote possui massa $M = 0,05\text{kg}$, e sua posição é dada por $x(t)$. A parte de baixo da correia possui tração nula para o sentido de movimento indicado na figura. O motor é controlado pela tensão de armadura (V_a).



a) Baseado no seu conhecimento de modelagem de motores DC, você fez a hipótese de desprezar a constante de tempo elétrica do sistema acima e adotou um modelo do tipo $\frac{X(s)}{V_a(s)} = \frac{K_{\text{modelo}}}{s(\tau s + 1)}$. Além disso, você dispunha de um aparato experimental e excitou o sistema com tensões de armadura senoidais com amplitude 10V no intervalo de 1rad/s a 10 rad/s e registrou a leitura $x(t)$ em cada caso (x é dado em mm, e você pode trabalhar em mm no problema todo). Sabendo-se que para:

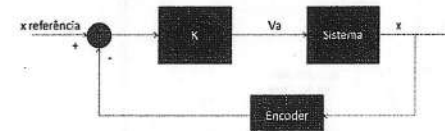
$$V(t) = 10 \cdot \sin(1t) \Rightarrow x(t) \approx 20 \cdot \sin(1t - 92^\circ)$$

$$V(t) = 10 \cdot \sin(10t) \Rightarrow x(t) \approx 2 \cdot \sin(10t - 113^\circ)$$

Obtenha os parâmetros K_{modelo} e τ do modelo do sistema (1,0).

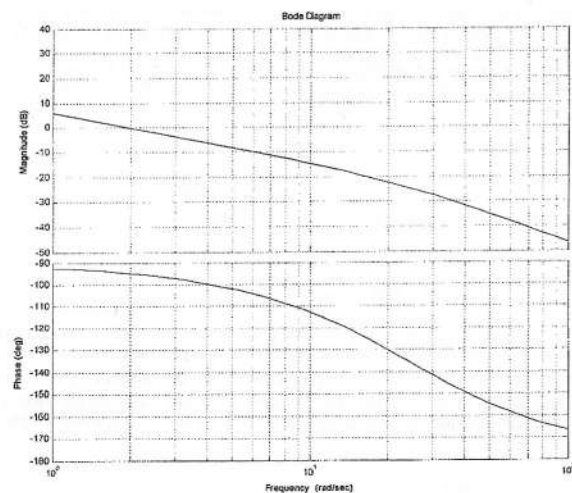
Observação: Se você não conseguiu resolver o item a, suponha $\frac{X(s)}{V_a(s)} = \frac{2}{s(0,042s + 1)}$ para os itens seguintes

b) O objetivo deste sistema é fazer o cabeçote acompanhar a referência, que é bastante variável, com erro muito pequeno. Isso garante a precisão e resolução da impressora.

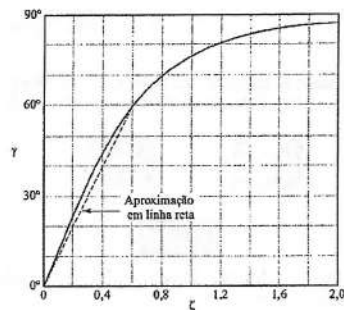


Assume-se que para uma entrada de referência do tipo $x_{ref}(t) = t \Rightarrow x(t) \approx 0,99t$. Qual o valor do ganho de controle K necessário? (0,5)

c) Abaixo se apresenta o diagrama de Bode do sistema sem o ganho calculado em (b), ou seja, da função $\frac{X(s)}{V_a(s)}$. Utilizando o gráfico, indique a alteração neste diagrama em função do ganho calculado em (b) e obtenha (de forma gráfica) as margens de ganho e fase do sistema com o ganho do controle. Justifique suas hipóteses. Respostas sem justificativas não serão consideradas. (0,5)

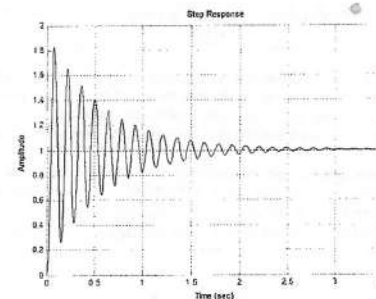


d) O sobressinal M_p é dado por $M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi}$ e a margem de fase γ é relacionada ao amortecimento em malha fechada para um sistema deste tipo pela curva abaixo.



Qual o sobressinal esperado para um degrau unitário na referência e o sistema com o controle proporcional projetado em (b)? (0,5)

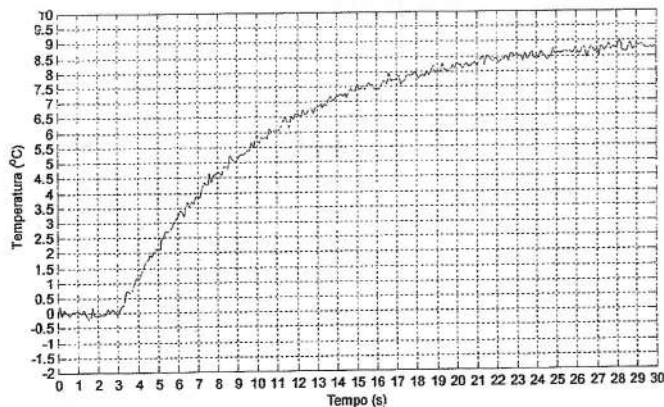
e) A resposta a um degrau unitário na referência para o sistema com o controle proporcional projetado em (b) foi verificada como abaixo. Para este sistema, a margem de fase está coerente com a esperada? Sabe-se que a constante de tempo elétrica (devido a indutância da armadura) é de 0,01s. Mostre que esta dinâmica que foi desprezada $1/(0.01s + 1)$ não seria de fato notada na identificação experimental do sistema realizada no item a, mas que é a causa principal desta redução de qualidade de resposta observada em malha fechada. Explique com este exemplo o conceito de robustez que está embutido na margem de fase. (1,0)



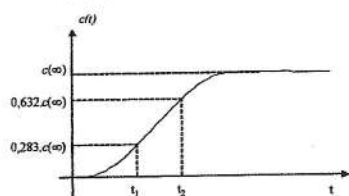
f) Projete um compensador de avanço para que a margem de fase do sistema (considerando a dinâmica simplificada do item (a)) seja de 60° . (1,5)

$$G_c(s) = \frac{1 + sT}{1 + \alpha sT}$$

3) A curva abaixo representa a resposta a um degrau de amplitude 30%, aplicado diretamente na entrada de um processo térmico. O range do transmissor de temperatura é de 0~100°C. Lembre-se que para o controlador, as entradas e saídas são dadas em %. (1,5)



a) Calcule os parâmetros θ, τ de um modelo de primeira ordem com atraso equivalente. (0,25)



$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$$

$$\theta = t_2 - \tau$$

b) Projete o controlador PID para o processo, usando o método de Ziegler e Nichols (0,25)

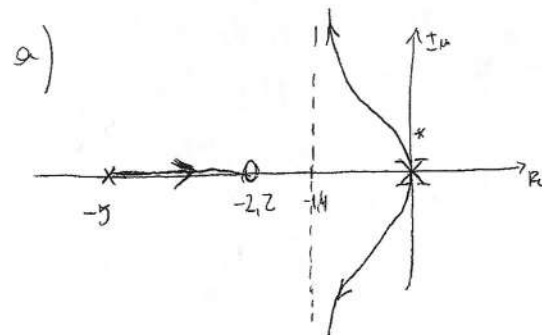
Tabela : Método de Ziegler e Nichols para Curva de Resposta

Controlador	K_p	T_I	T_D
PID	$12 \frac{1}{K \theta}$	20	0,50

c) O que poderá acontecer com o sistema se houver a substituição do transmissor (sensor) de temperatura para um que possua range de 0~1000°C, sem haver qualquer correção dos ganhos de controle projetados no item b)? (0,5)

d) O que poderá acontecer com o sistema se houver a substituição do transmissor (sensor) de temperatura para um que possua range de 0~300°C, sem haver qualquer correção dos ganhos de controle projetados no item b)? (0,5)

1) $G.G_a = \frac{0,1s + 0,22}{0,12s^2 + 0,6s^2} \Rightarrow$ zero: -2,2 (1)
polos: 0; 0; -5



$$n-m = 2 \Rightarrow 2 \text{ assintotas}$$

$$\alpha = 90^\circ; 270^\circ$$

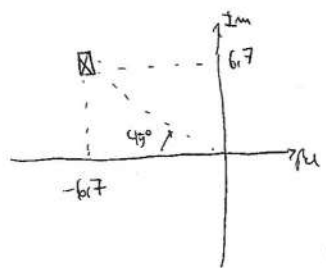
partida em zero

$$s_0 = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{2} = -1,4$$

* a trajetória de partida é 90° pela condição de ângulo aplicado a um ponto próximo aos polos 0.

b) $MF(s) = \frac{K.G.G_a}{1+K.G.G_a} = \frac{(0,1s + 0,22)K}{(0,12s^2 + 0,6s^2) + (0,1s + 0,22)K}$

⇒ Valor final = $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \cdot MF(s) = 1 \Rightarrow$ sempre, para qualquer ganho K, o sistema em malha fechada terá erro nulo para entrada degrau.



polos desejados

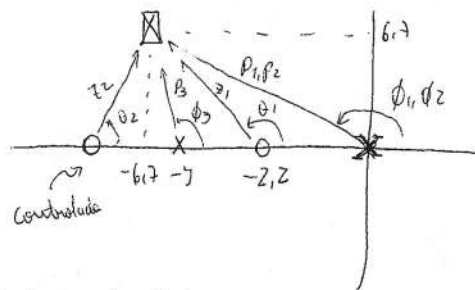
$$\zeta = 0,7 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \text{polos} = -6,7 \pm 6,7j$$

$$\frac{4}{\zeta \omega_n} = 0,6 \Rightarrow \omega_n = 9,52$$

Logo, pelo Ziegler e Nichols no item (a), pode-se ver que estes polos desejados não fazem parte do mesmo. Isto indica a necessidade de compensação dinâmica.

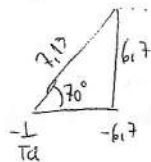
c)



O controlador introduz um zero em $-1/T_d$ que compensa o atraso de fase

$$-135^\circ - 135^\circ - 104^\circ + 124^\circ + \theta_2 = -180^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta_2 = 70^\circ} \Rightarrow$$



por geometria:

$$\frac{-1}{T_d} = -9.14 \Rightarrow T_d = 0.11$$

②

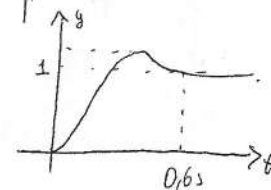
O ganho K_p é ditado pelo cond. de módulo:

③

$$\left| K_p \cdot 0.11 \cdot \left(\frac{1}{0.11} + s \right) \cdot \frac{0.1 \cdot (s+2.2)}{0.12 \cdot (s+5) \cdot s^2} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \frac{0.11 \cdot 0.1 \cdot K_p}{0.12} \cdot \frac{8 \cdot 1.7 \cdot 13}{9.52 \cdot 9.52 \cdot 6.9} = 1 \Rightarrow \boxed{K_p = 118}$$

$$\text{logo } \boxed{G_c = 118 \cdot (1 + 0.11s)} \text{ resp. em MF OK!}$$

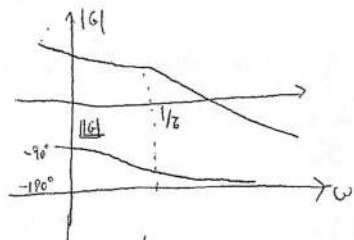


④

⑤

2)

$$a) \frac{X}{V_a} = \frac{K_{Mod}}{S(\delta s + 1)}$$



④

• em baixa frequência (fase $\approx -90^\circ$) identificamos o ganho

$$\Rightarrow K_{Mod} = \frac{20}{10} = 2$$

• Na maior frequência, na qual foi se nota uma maior variação de fase (-113°), identificamos a constante de tempo:

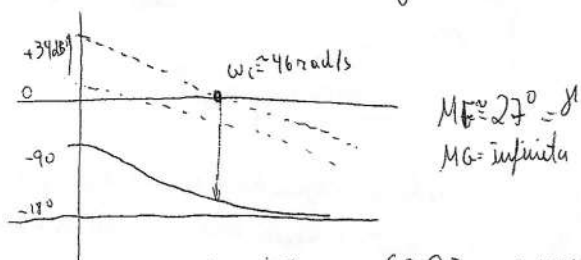
$$\frac{K_{Mod}}{\log(10j\delta + 1)} = -113^\circ \Rightarrow \frac{100\delta + 10j}{-100\delta} = 113^\circ \Rightarrow \frac{10}{-100\delta} = \tan(113^\circ) \Rightarrow \delta = 0,042s$$

b) erro para entrada rampa = 0,01 $\Rightarrow K_v = 100$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot K \cdot \frac{2}{s(0,042s + 1)} = \frac{1}{0,01} \Rightarrow K = 50$$

c) $K_G = \frac{100}{s(0,042s + 1)}$ $\Rightarrow$ o diagrama de Bode de fase K_G é igual ao de G , e o diagrama de magnitude é deslocado de $\frac{20 \log 100}{20 \log 2} = 34 \text{ dB}$

Portanto
claramente
uma redução



d) Para $\gamma = 27^\circ = \text{MF}$, pelo gráfico obtém-se $\xi \approx 0,3$, que equivale a um sobressinal $M_p = \exp\left(\frac{-0,3\pi}{1-0,3^2}\right) = 37\%$

e) Não está coerente, pois o sobressinal observado está da ordem de 80%, bem maior do que o 37% esperado. ⑤

A dinâmica não modelada $\frac{1}{0,01s + 1}$ não seria de fato percebida nos testes em malha aberta que foram realizados apenas no intervalo de 1 a 10 rad/s.

Para estas frequências, esta dinâmica introduziu um atraso máximo de $\left|\frac{1}{0,01j + 1}\right| = 0,995$ e atraso de fase adicional de $-5,7^\circ$. Estes valores podem ser "confundidos" com erros experimentais. Os testes deveriam considerar maiores frequências para evidenciar o efeito desta dinâmica elétrica.

Entretanto, em malha fechada, o sistema com ganho elevado (50) passou a ter frequência de cruzamento de aprox. 46 rad/s, e a dinâmica elétrica passa a ser notada. Em outras palavras, em malha fechada, o controlador deixa o sistema mais rápido, e a dinâmica elétrica (que foi desprezada) passa a ser importante.

De fato, na freq. de cruzamento 46 rad/s, a dinâmica elétrica introduz um atraso de fase de $\left|\frac{1}{0,01j + 1}\right| = -24^\circ$, reduzindo

a margem de fase para da ordem de 3° (na realidade, há também uma pequena redução da freq. de cruzamento).

Logo, a margem de fase deve ser maior, e ela é uma medida do quão robusto é o controlador. Robustez é a capacidade de manter desempenho e estabilidade mesmo com imprecisões no modelo ou dinâmicas não modeladas.

⑥

f) avanço necessário

$$60^\circ - 27^\circ = 33^\circ$$

• banco induzi 6° o mais $\Rightarrow 39^\circ$

$$\tan 39^\circ = \frac{1-k}{1+k} \Rightarrow \alpha = 0,23$$

• nova marg de amortamento $-20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right) = -6,43 \text{ dB}$

$$\Rightarrow \frac{100}{|j\omega(0,042j\omega+1)|} : \sqrt{0,23} \Rightarrow \omega = 68,5 \text{ rad/s} \leftarrow \text{novo cruzamento}$$

$$\Rightarrow T \approx 68,5 = \frac{1}{\omega \cdot T} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{0,23} \cdot 68,5} = 0,03$$

logo $G_c(s) = \frac{1+0,03s}{1+0,0069s} \rightarrow \text{compensação MF} = 58^\circ \text{ a } 68 \text{ rad/s}$

⑦

3) a) $K = \frac{8,5\%}{30\%} = 0,28$

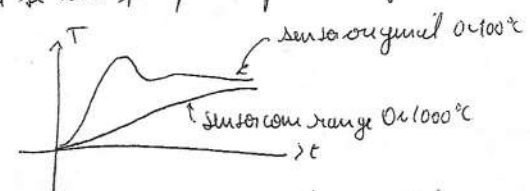
$$\left. \begin{array}{l} t_1 = 5,2s \\ t_2 = 9,6s \end{array} \right\} \text{gratificante} \Rightarrow \begin{array}{l} \zeta = 6,6s \\ \theta = 3,0s \end{array}$$

b) $K_p = 9,4$
 $T_i = 20 = 6s$
 $T_d = 0,1\theta = 0,3s$

ganho do PID $K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$

c) O ganho em malha aberta $\hat{K}$ é igual ao ganho da planta, multiplicado pelo ganho do sensor.

Logo, ao usar um sensor com range maior, logo menor ganho, o ganho em malha aberta se reduz (neste caso, de um fator 10). Assim a resposta ficará mais lenta se não for feito ajuste do ganho K_p .



d) Analogamente, reduzir o ganho em MA aumenta a de 3,3, o que fará o sistema ser muito oscilatório, muito instável, em malha fechada, caso não se corrija o K_p

