

PERSPECTIVAS AXONOMÉTRICAS

2 PERSPECTIVAS AXONOMÉTRICAS

2.1 OBJETIVOS

Auxiliar o leitor a adquirir habilidade de compreender e desenhar perspectivas axonométricas (em especial as isométricas) com o auxílio de instrumentos de desenho tradicionais;

Capacitar o leitor a distinguir entre os diversos tipos de perspectivas, conhecendo seu processo de formação.

2.2 INTRODUÇÃO

O processo mais natural de interpretação de objetos no espaço é a visão direta dos mesmos ou de seus modelos reduzidos (maquetes). Hoje em dia é mais freqüente a possibilidade de geração de modelos geométricos tridimensionais com o auxílio do computador que podem ser vistos através de projeções em uma tela bidimensional (monitor/projetor) e também através de dispositivos que permitem a “imersão” em espaços virtuais tridimensionais. Em todos estes meios de interpretação dos objetos a visão é o sentido primordial. Embora o tato e a audição sejam grandes auxiliares, a visão é o sentido mais diretamente relacionado a essa interpretação.

Fazendo-se algumas abstrações, o processo da visão pode ser simplificado para se assemelhar ao processo fotográfico antigo, que por sua vez pode ser simplificado para se encaixar no processo geométrico utilizado em sistemas projetivos. Em termos fotográficos: os raios de luz incidem no objeto, refletindo nas superfícies e chegando à lente, que por sua vez manipula os raios de forma a que cheguem à película plana do filme. O resultado da foto revelada é uma representação do objeto em **perspectiva**, por exemplo, o banco da Figura 2.1. Dependendo da posição do fotógrafo, o objeto ficará mais ou menos fácil de ser interpretado, ou seja, a perspectiva representará melhor ou pior as características geométricas do objeto.



Figura 2.1 - Foto de um banco – Perspectiva com Ponto de Fuga.

O uso da perspectiva na engenharia é muito freqüente. Ainda que diversas novas tecnologias permitam outros modos de interpretação de objetos no espaço, o desenho de perspectivas ainda é de extrema utilidade para o processo de projeto e fabricação de elementos. Uma das principais utilidades do uso das perspectivas é o desenvolvimento da habilidade pessoal de interpretar objetos no espaço e de produzir uma representação que facilita muito a comunicação. Isso torna o profissional um sujeito ativo no processo, mais capacitado e versátil, não se limitando ao uso de ferramentas nem sempre acessíveis. Além disso, é uma forma de privilegiar e desenvolver a capacidade intelectual referente a esta área de conhecimento.

A perspectiva das fotografias (que no processo de projeção da geometria recebe o nome de Perspectiva Cônica ou Natural, também conhecida como Perspectiva com Ponto de Fuga), no entanto, não é a mais usual na engenharia. Ainda que existam técnicas para auxiliar, a sua produção

é muito trabalhosa e tem utilidade limitada. Simplificações no método de obtenção da perspectiva, com base em mudanças no princípio projetivo, levam a obtenção de outros tipos de perspectiva mais interessantes para a engenharia: a perspectiva axonométrica (projeção cilíndrica ortogonal) e a perspectiva cavaleira (projeção cilíndrica oblíqua), ilustradas na Figura 2.2.

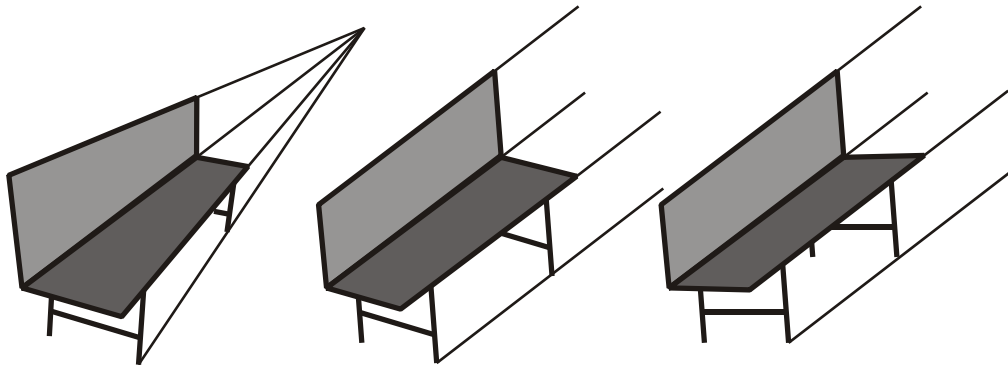


Figura 2.2 – Ilustração das perspectivas: cônica, axonométrica e cavaleira

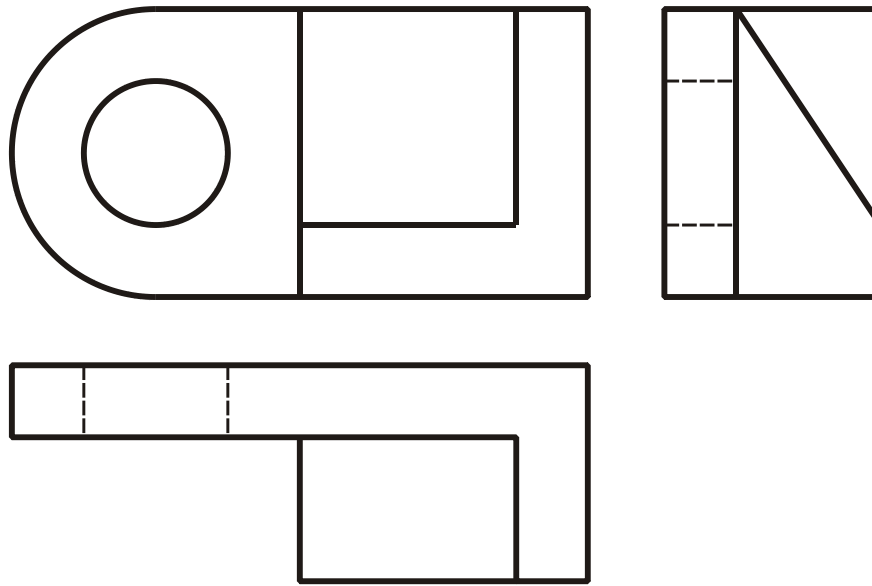
As perspectivas são obtidas através da projeção do objeto no plano. No caso das perspectivas axonométricas, o objeto é colocado de tal forma que as faces da caixa envolvente **não** ficam paralelas **nem** perpendiculares ao plano de projeção e três dessas faces podem ser visualizadas simultaneamente. Nas vistas ortográficas (outro tipo de representação) coloca-se o objeto de tal forma que duas faces da caixa envolvente ficam paralelas e as outras ficam perpendiculares ao plano de projeção. Assim é possível ver somente uma das faces por vez. Veja a Figura 2.3a (vistas ortográficas) e a Figura 2.3b (perspectiva) que representam a mesma peça. Note como a identificação das formas na perspectiva é mais imediata. Os usos mais comuns para perspectivas são na ilustração de manuais do usuário e apresentações onde nem sempre o público alvo domina a técnica de representação por vistas ortográficas. Também é usada junto a uma audiência técnica quando se deseja ilustrar mais claramente algum detalhe cuja visualização é complexa e também em desenhos de montagem (perspectiva explodida).

A Tabela 2.1 ilustra as vantagens e desvantagens das vistas ortográficas e das perspectivas.

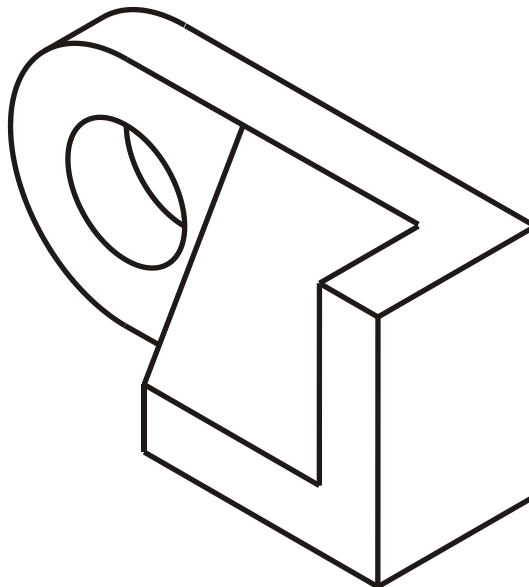
Tabela 2.1- Algumas vantagens e desvantagens das Vistas Ortográficas e das Perspectivas

VISTAS ORTOGRÁFICAS		PERSPECTIVAS	
VANTAGENS	DESvantagens	VANTAGENS	DESvantagens
<ul style="list-style-type: none"> representação plana, adequada para o papel adequada para indicar dimensões do objeto auxilia a etapa de projeto 	<ul style="list-style-type: none"> difícil visualizar o objeto representado difícil verificar a correção do desenho 	<ul style="list-style-type: none"> fácil de interpretar elimina muitas ambigüidades na visualização verificação da correção é mais simples 	<ul style="list-style-type: none"> mais difícil de cotar apresenta somente visão parcial do objeto auxilia pouco na etapa de projeto mais trabalhosa para ser desenhada manualmente

PERSPECTIVAS AXONOMÉTRICAS



a) Vistas ortográficas



b) Perspectiva

Figura 2.3 - Vistas Ortográficas x Perspectiva

Existem vários tipos de projeções que, conforme a posição do objeto em relação ao plano de projeção, geram vistas ortográficas ou perspectivas. A Figura 2.6 mostra um diagrama classificando os diversos tipos de projeção e as vistas ou perspectivas correspondentes.

Projetar significa, genericamente, lançar em uma direção alguma coisa. Do ponto de vista da representação gráfica projetar é lançar no plano os dados de elementos tridimensionais a fim de obter uma representação bidimensional do objeto composto pelos elementos projetados. Sendo assim, o sistema projetivo contém: o plano de projeção (onde acontece a projeção), a direção de projeção (definida pela posição do observador), e o objeto (a ser projetado). A projeção cônica é aquela gerada quando o observador está próximo ao objeto projetado. Os raios visuais partem do (ou convergem para) o observador ou centro de projeção, como se este estivesse no vértice de um cone, daí o nome deste tipo de projeção (Figura 2.4).

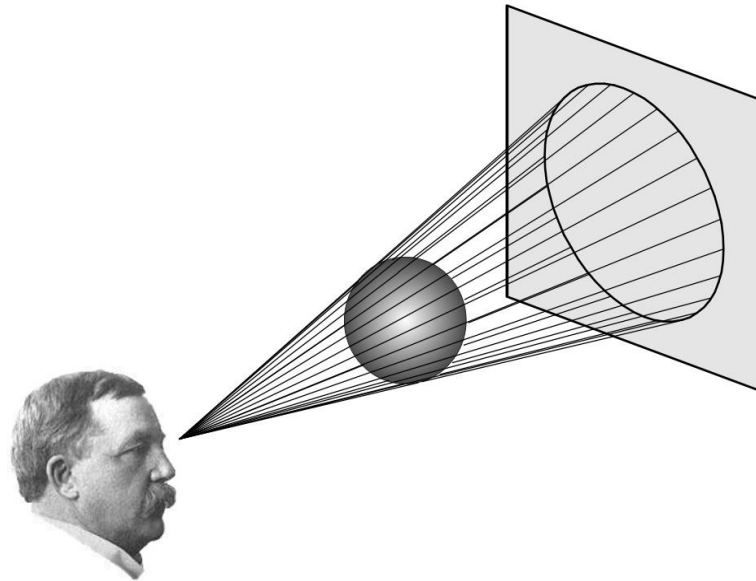


Figura 2.4 - A Projeção Cônica

Na projeção cilíndrica, o observador está (de forma abstrata) muito longe do objeto (a rigor, infinitamente distante). Os raios projetantes são todos paralelos (Figura 2.5).

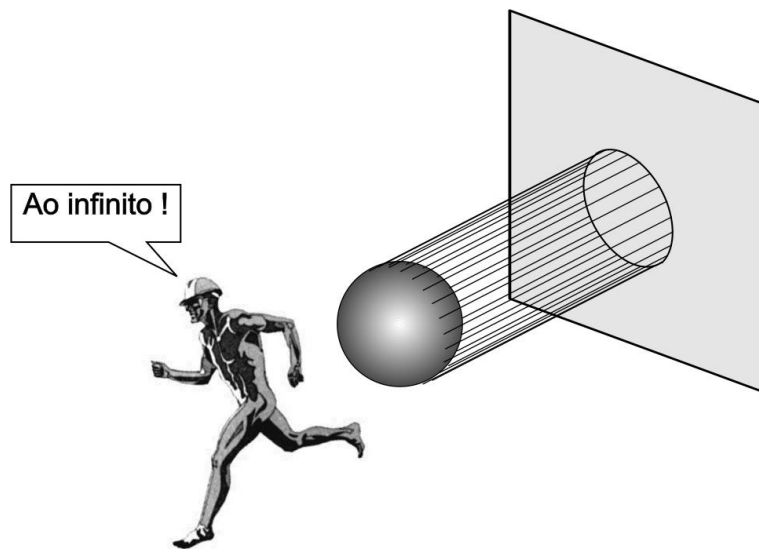


Figura 2.5 - A Projeção Cilíndrica

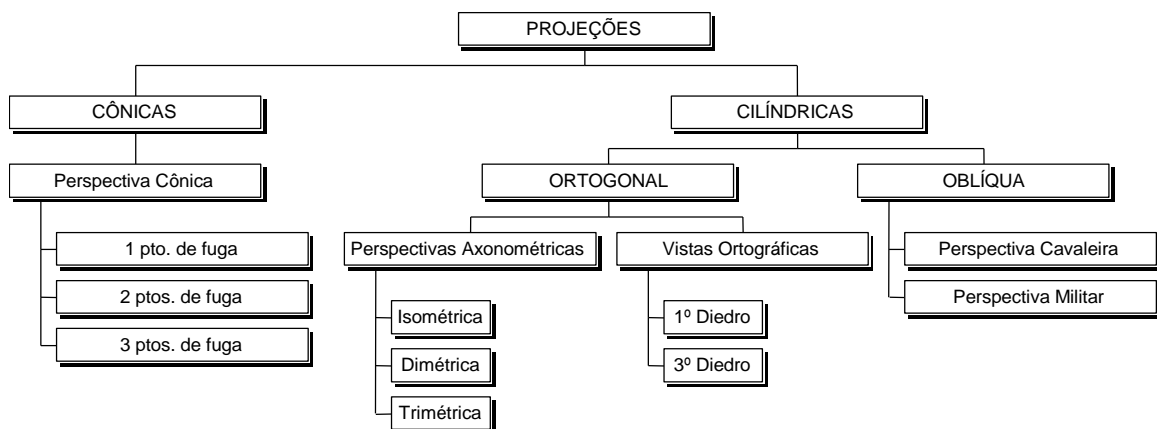


Figura 2.6 - Classificação das Projeções e Perspectivas

PERSPECTIVAS AXONOMÉTRICAS

As perspectivas procuram ilustrar os objetos da maneira mais parecida com a qual os enxergamos. Dentre os diversos tipos de perspectivas, a que mais se aproxima da visão humana, como já foi dito, é a chamada *Perspectiva Cônica ou Natural*.

A perspectiva natural é obtida através de projeção cônica enquanto as demais usam a projeção cilíndrica. Apesar de ter o aspecto mais realístico de todas as perspectivas, a construção da perspectiva cônica pode ser bastante trabalhosa, nem sempre compensando sua execução. Sabe-se que as distorções, em relação à perspectiva natural, causadas pela projeção cilíndrica, são tanto menores quanto maiores forem as distâncias entre o observador e o objeto, em relação às dimensões do próprio objeto (Figura 2.7). Assim, por exemplo, um objeto pequeno a uma distância média ou um objeto grande, a uma distância muito grande do observador, não sofrerão distorções incômodas na perspectiva paralela.



- a) perspectiva cônica de cubo a pequena distância. b) perspectiva cônica de cubo a grande distância (imagem ampliada). c) perspectiva paralela do cubo.

Figura 2.7 - Distorção da perspectiva paralela

Sendo o processo de construção de perspectivas cônicas razoavelmente complexo e trabalhoso e, levando-se em conta o mencionado no parágrafo anterior, é comum adotar-se na prática da engenharia¹ a substituição das perspectivas cônicas pelas perspectivas paralelas. Podemos citar os seguintes pontos como vantagens da adoção da perspectiva paralela sobre a cônica:

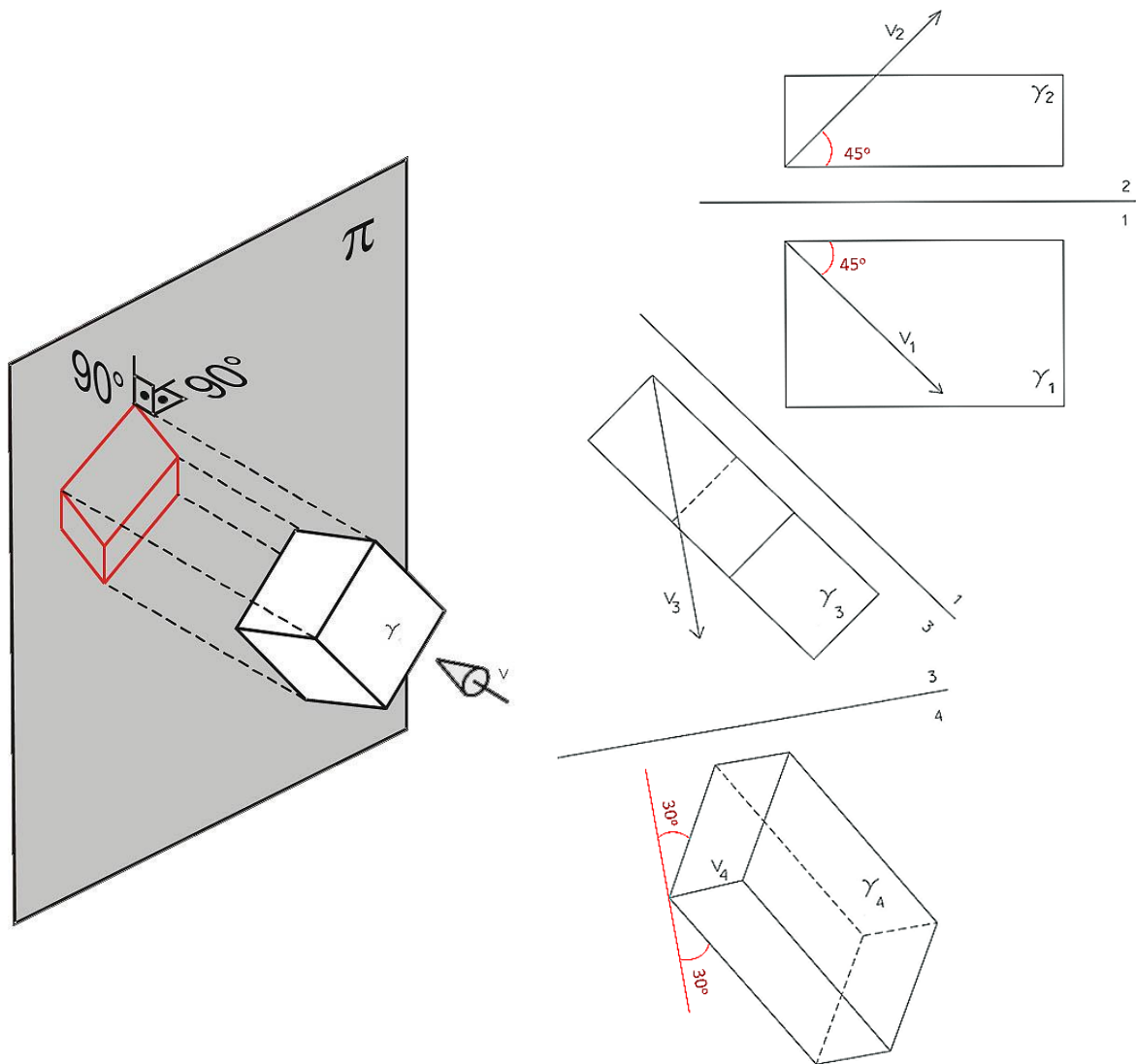
- maior facilidade de construção;
- pequena distorção na maioria dos casos;
- maior facilidade de indicação de cotas e tomada de medidas.

2.3 PROJEÇÃO CILÍNDRICA ORTOGONAL

Nesta seção estudaremos um resultado das projeções cilíndricas ortogonais, também chamadas perspectivas axonométricas.

Este tipo de perspectiva é obtido através da projeção cilíndrica (ou de centro impróprio), com a direção de projeção v ortogonal ao quadro π da perspectiva (Figura 2.8a).

¹ Na Arquitetura, por tratar com objetos de grandes dimensões (edifícios), o uso da perspectiva cônica é mais comum, pois as distorções das perspectivas paralelas, neste caso, são consideráveis e a representação é mais adequada para auxiliar no projeto.



(a) Projeção cilíndrica ortogonal

(b) Duas mudanças de planos de projeção

Figura 2.8 – Projeções cilíndricas ortogonais e as perspectivas axonométricas

Para que se obtenha uma perspectiva, isto é, a sensação de tridimensionalidade, é necessário que a posição do objeto em relação ao quadro permita que três faces principais do objeto sejam visualizadas. Existem infinitas posições que respeitam esta condição, cada uma originando uma perspectiva diferente. Seja, por exemplo, a perspectiva do paralelepípedo γ da Figura 2.8b obtida no plano $\pi (= \pi_4)$ perpendicular à direção de projeção v (através de duas mudanças de planos de projeção). Variando-se os ângulos das projeções v_1 e v_2 com relação à π_2 e π_1 (no caso, ambas iguais a 45 graus) obtemos diferentes perspectivas axonométricas.

2.4 TIPOS DE PERSPECTIVA AXONOMÉTRICA

Todas as perspectivas obtidas por projeção cilíndrica ortogonal são denominadas axonométricas. No entanto, *dependendo da posição do objeto em relação ao quadro de projeção*, podemos classificá-las em 3 tipos principais:

- perspectiva isométrica;
- perspectiva dimétrica;
- perspectiva trimétrica;

PERSPECTIVAS AXONOMÉTRICAS

O comprimento das arestas projetadas do objeto sofrerá redução em relação à medida real das arestas caso estas não sejam paralelas ao quadro de projeção no qual se gerou a perspectiva. O encurtamento relativo a cada uma das direções principais do objeto constitui-se numa das diferenças mais importantes entre os vários tipos de perspectivas axonométricas.

2.4.1 PERSPECTIVA ISOMÉTRICA

Quando os eixos do triedro triretângulo (que determinam as direções principais do objeto) formam três ângulos iguais (α) com o plano de projeção, tem-se a perspectiva isométrica (Figura 2.9). Isto determina um *posicionamento único* e característico para geração deste tipo de perspectiva. Pode-se calcular (ver teorema de Guarnerie no item 2.5) o ângulo que estes eixos formam com o plano de projeção ($\alpha = 35^\circ 16'$).

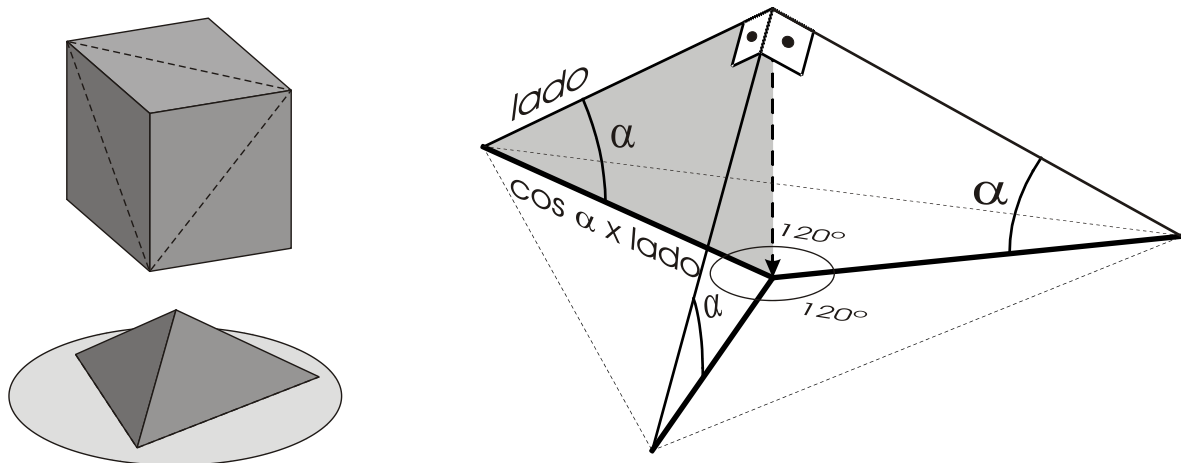


Figura 2.9 - Projeção do triedro triretângulo.

Nestas condições, pode-se deduzir que a perspectiva isométrica apresenta as seguintes características:

- as projeções dos três eixos formam ângulos iguais entre si (120°);
- as arestas paralelas aos eixos principais apresentam o mesmo coeficiente de redução: $k_x = k_y = k_z = \cos(\alpha = 35^\circ 16') = 0.8165$.

Por razões de simplicidade e porque o fator de redução dos três eixos é o mesmo para a isométrica, é comum executar-se a chamada *perspectiva isométrica simplificada* onde despreza-se o fator de redução, gerando-se uma perspectiva idêntica à exata, porém aproximadamente 22,5% maior.

2.4.2 PERSPECTIVAS DIMÉTRICA E TRIMÉTRICA

A perspectiva *dimétrica* tem este nome porque apenas dois dos eixos principais do objeto formam o mesmo ângulo com o plano de projeção. Note-se que, ao contrário da isométrica, existem *infinitas* posições do objeto em relação ao plano de projeção que satisfazem este critério.

A perspectiva *dimétrica* apresenta as seguintes características:

- dois eixos com o mesmo fator de redução e um eixo com fator diferente;
- dois ângulos iguais entre os eixos projetados e o 3º diferente.

Quando o objeto está numa posição qualquer em relação ao plano de projeção tem-se a perspectiva *trimétrica*, que apresenta as seguintes características:

- cada um dos três eixos apresenta um fator de redução distinto;
- formam-se três ângulos diferentes entre os eixos projetados.

Da mesma forma que a dimétrica, existem infinitas posições para obter-se a perspectiva trimétrica.

Uma vez que os fatores de redução são diferentes, aliado aos ângulos também diferentes entre os eixos, a construção das perspectivas dimétrica e trimétrica é muito mais difícil que a da isométrica, reduzindo sua aplicação. No entanto, freqüentemente o aspecto destas perspectivas é mais agradável que o da isométrica, justificando seu uso em certos casos.

2.5 COEFICIENTES DE REDUÇÃO E ÂNGULOS DOS EIXOS

Conforme mencionado no item anterior, existem infinitas posições do objeto em relação ao plano de projeção que geram perspectivas dimétricas ou trimétricas. No entanto, usualmente escolhem-se aquelas que geram uma aparência mais agradável. Estas posições estão listadas na Tabela 2.2.

Para calcular os coeficiente de redução das perspectivas isométrica, dimétrica e trimétrica temos que considerar o caso mais genérico das direções principais do objeto formando três ângulos distintos (α , β e δ) com o plano π . A relação geométrica entre estes ângulos é dada pelo teorema de Guarnier:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \delta = 2 \Leftrightarrow k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2$$

Tabela 2.2 - Posições mais usadas para gerar perspectivas axonométricas

SISTEMAS	$x_0:y_0:z_0$	Coef. de Redução			Ângulos dos Eixos		
		k_x	k_y	k_z	x_0Oy_0	x_0Oz_0	y_0Oz_0
ISOMÉTRICO	1:1:1	0,8165	0,8165	0,8165	120°	120°	120°
DIMÉTRICOS	$1:\frac{1}{2}:1$	0,9428	0,4714	0,9428	131°25'	97°10'	131°25'
	$1:\frac{1}{3}:1$	0,9733	0,3244	0,9733	133°25'	93°10'	133°25'
	$1:\frac{1}{4}:1$	0,9847	0,2462	0,9847	134°7'	91°46'	134°7'
TRIMÉTRICOS	$\frac{5}{6}:\frac{2}{3}:1$	0,8058	0,6446	0,9670	150°40'	101°8'	108°12'
	$\frac{9}{10}:\frac{1}{2}:1$	0,8867	0,4926	0,9853	157°2'	95°10'	107°48'

A Figura 2.10 mostra a aplicação dos ângulos e coeficientes de redução.

PERSPECTIVAS AXONOMÉTRICAS

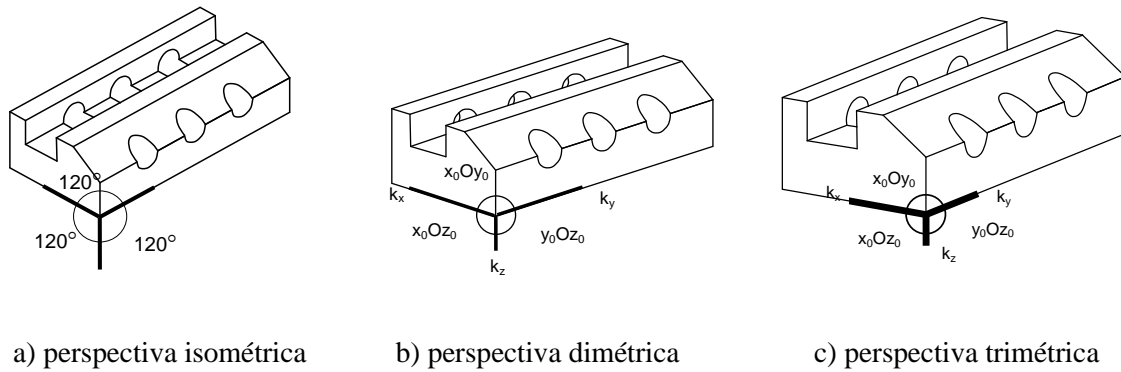


Figura 2.10 - Perspectivas Axonométricas.

2.6 ESBOÇO DE PERSPECTIVA ISOMÉTRICA

Devido ao fato de que os ângulos entre os eixos projetados são todos iguais na perspectiva isométrica, sua construção é grandemente facilitada pelo uso de uma folha de papel isométrico que apresenta linhas auxiliares traçadas em ângulo de 30° com a horizontal (Figura 2.11). Este tipo de papel é utilizado principalmente quando se está esboçando à mão-livre e pode ser adquirido em papelarias, em diversos tamanhos.

No papel isométrico, os comprimentos só podem ser medidos em direções *paralelas* aos eixos isométricos (i.e., nas direções das linhas do papel e na vertical), sendo as medidas facilmente estimadas com o auxílio da grade. A grade forma um conjunto de losangos. O comprimento da diagonal menor (vertical) dos losangos tem a mesma medida que o lado destes. Desta forma, as unidades da grade na horizontal (30° com a borda inferior do papel) são iguais às unidades na vertical (90° com a borda inferior do papel).

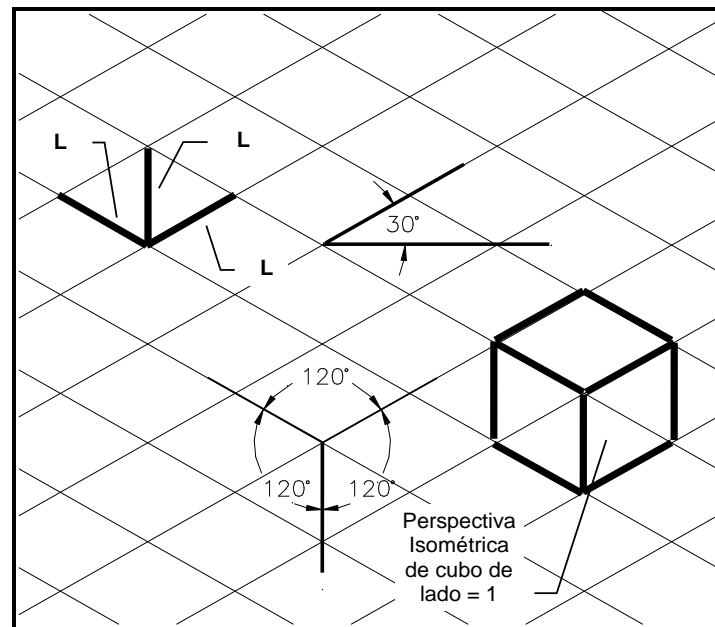


Figura 2.11 - O papel isométrico

Para o traçado da perspectiva isométrica, podem-se utilizar dois métodos principais: o *método da caixa auxiliar* e o de *construção por blocos*. Pode-se também combinar as duas técnicas no mesmo desenho.

2.6.1 MÉTODO DA CAIXA AUXILIAR

Neste método, útil quando o objeto a desenhar apresenta cortes ou superfícies inclinadas, desenha-se inicialmente uma caixa retangular auxiliar (em linhas fracas) que envolve, de forma compacta, totalmente o objeto (Figura 2.12a). A seguir marcam-se, nas arestas da caixa, as medidas dos cortes ou superfícies do objeto, localizando-os (Figura 2.12b).

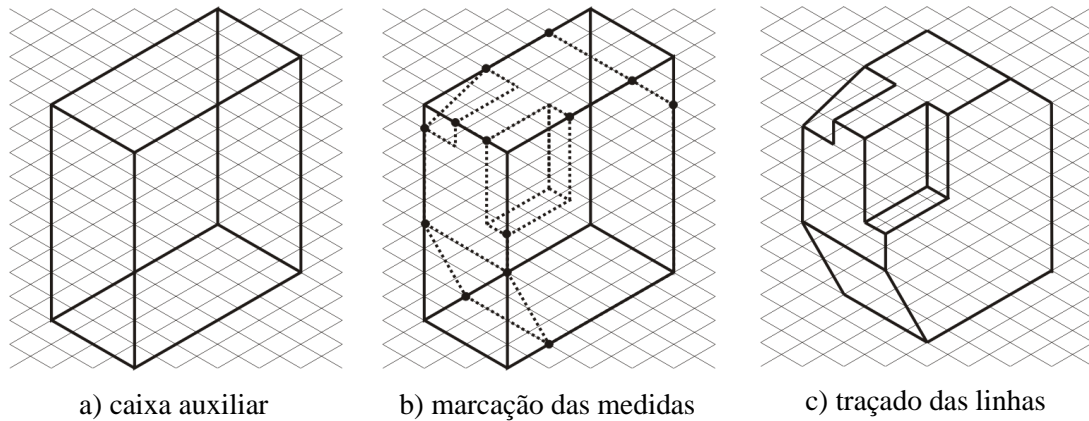


Figura 2.12 - Método da caixa auxiliar para construção de perspectiva isométrica.

Completa-se o desenho ligando-se os pontos marcados. As arestas paralelas aos eixos principais são desenhadas sobre ou paralelamente às linhas da grade do papel (Figura 2.12c).

2.6.2 MÉTODO DE CONSTRUÇÃO POR BLOCOS

Neste método, o objeto é construído parte por parte. As partes já construídas servem de suporte às seguintes.

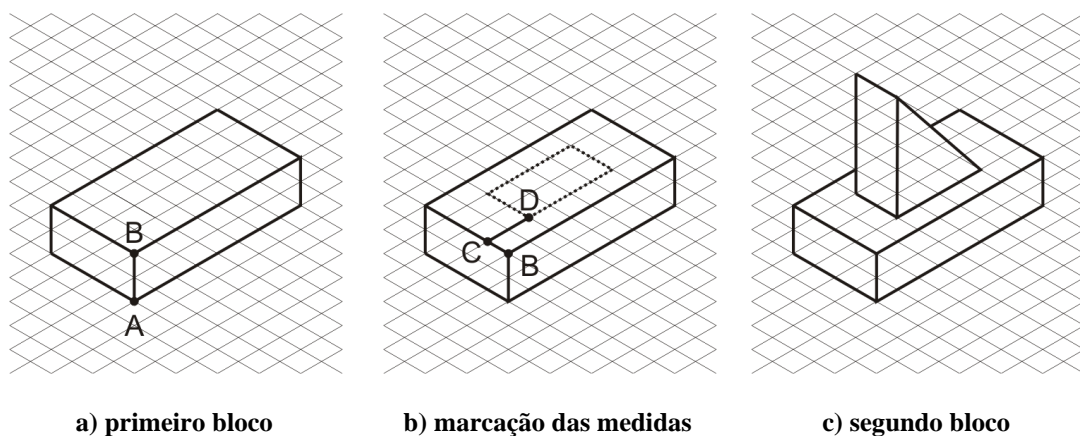


Figura 2.13 - Método de construção por blocos.

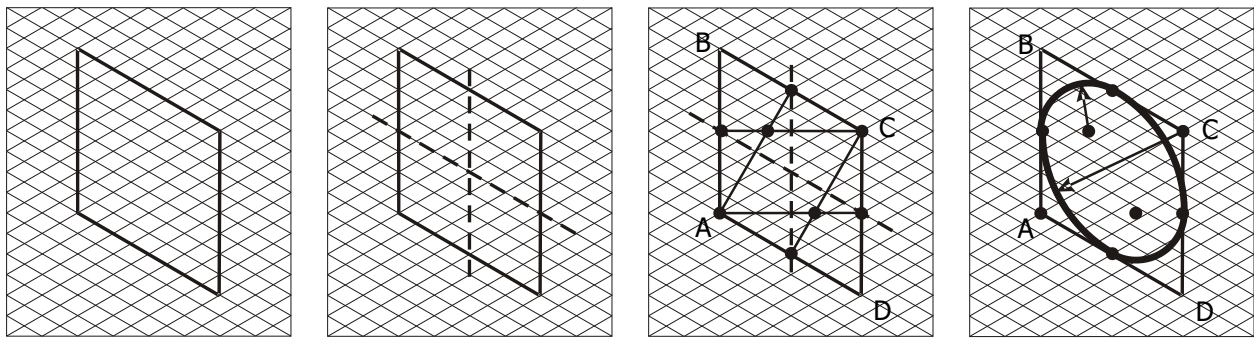
As medidas na vertical são feitas apenas sobre o eixo vertical ou paralelamente a este. As medidas horizontais só podem ser tomadas na direção dos eixos horizontais. Na peça da Figura 2.13, constrói-se inicialmente a caixa inferior (Figura 2.13a). Sobre sua base superior, marcam-se os comprimentos BC e CD , medidos na direção dos dois eixos horizontais, localizando-se o ponto D (Figura 2.13b). A partir deste, constrói-se a parte seguinte e assim por diante (Figura 2.13c).

PERSPECTIVAS AXONOMÉTRICAS

2.6.3 DESENHO DE CIRCUNFERÊNCIAS E ARCOS EM PERSPECTIVA ISOMÉTRICA

Circunferências projetadas cilíndricamente originam elipses nas perspectivas isométricas. A construção destas elipses pode ser simplificada pelo uso da chamada “falsa elipse” que é uma aproximação da elipse real por quatro arcos de circunferência, mais fáceis de desenhar.

A construção de uma circunferência em perspectiva inicia-se pelo traçado do *quadrado envolvente* da mesma que, em perspectiva, é um losango. Estando a circunferência em um plano paralelo aos planos principais da peça, a construção do quadrado envolvente implica em simplesmente marcarem-se suas dimensões sobre (ou paralelamente) as linhas da grade (Figura 2.14a). Depois, marcam-se as linhas de centro da circunferência (Figura 2.14b). O passo seguinte consiste em marcarem-se os centros dos 4 arcos que, juntos, formarão a falsa elipse. Os centros dos 2 arcos maiores são justamente os vértices da diagonal menor do losango (pontos A e C da Figura 2.14c). Os outros dois centros são determinados pela interseção de dois pares de linhas auxiliares que partem dos vértices A e C em direção ao ponto médio dos lados opostos (Figura 2.14c). Traçam-se então os quatro arcos com centro nos pontos marcados e raio definido pela distância dos centros ao ponto médio dos lados do quadrado (Figura 2.14d). A Figura 2.15 mostra a construção das circunferências em vários planos.



a) quadrado envolvente b) linhas de centro c) marcação dos centros d) construção dos arcos

Figura 2.14 - Construção de circunferências em isométrica.

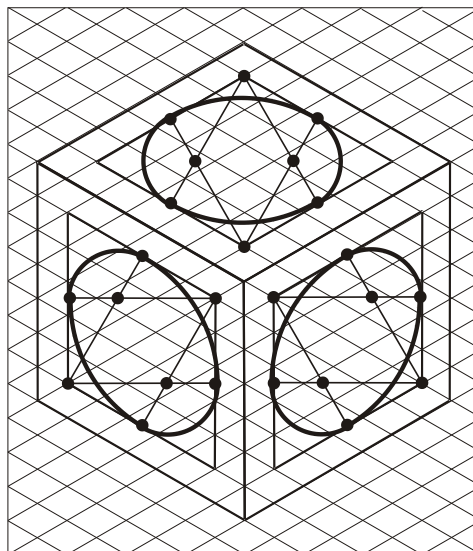


Figura 2.15 - Circunferências isométricas em vários planos

Se for preciso executar a falsa elipse no desenho de uma perspectiva dimétrica ou trimétrica, é necessário observar o caso mais genérico, com os centros dos arcos no encontro das mediatrizes dos quatro lados (Figura 2.16).

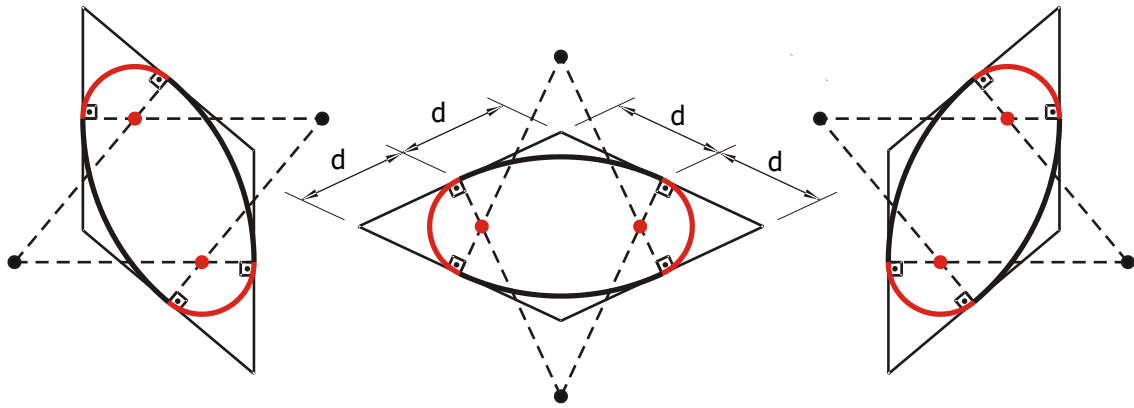


Figura 2.16 - Falsa elipse para ângulo diferente de 30°

2.6.4 POSIÇÕES DA PERSPECTIVA ISOMÉTRICA

De acordo com a posição do observador em relação ao objeto, a perspectiva isométrica pode estar em 8 posições diferentes, cada uma mostrando um conjunto distinto de três faces do objeto (Figura 2.17). Suas construções, porém, seguem sempre as mesmas técnicas mostradas anteriormente.

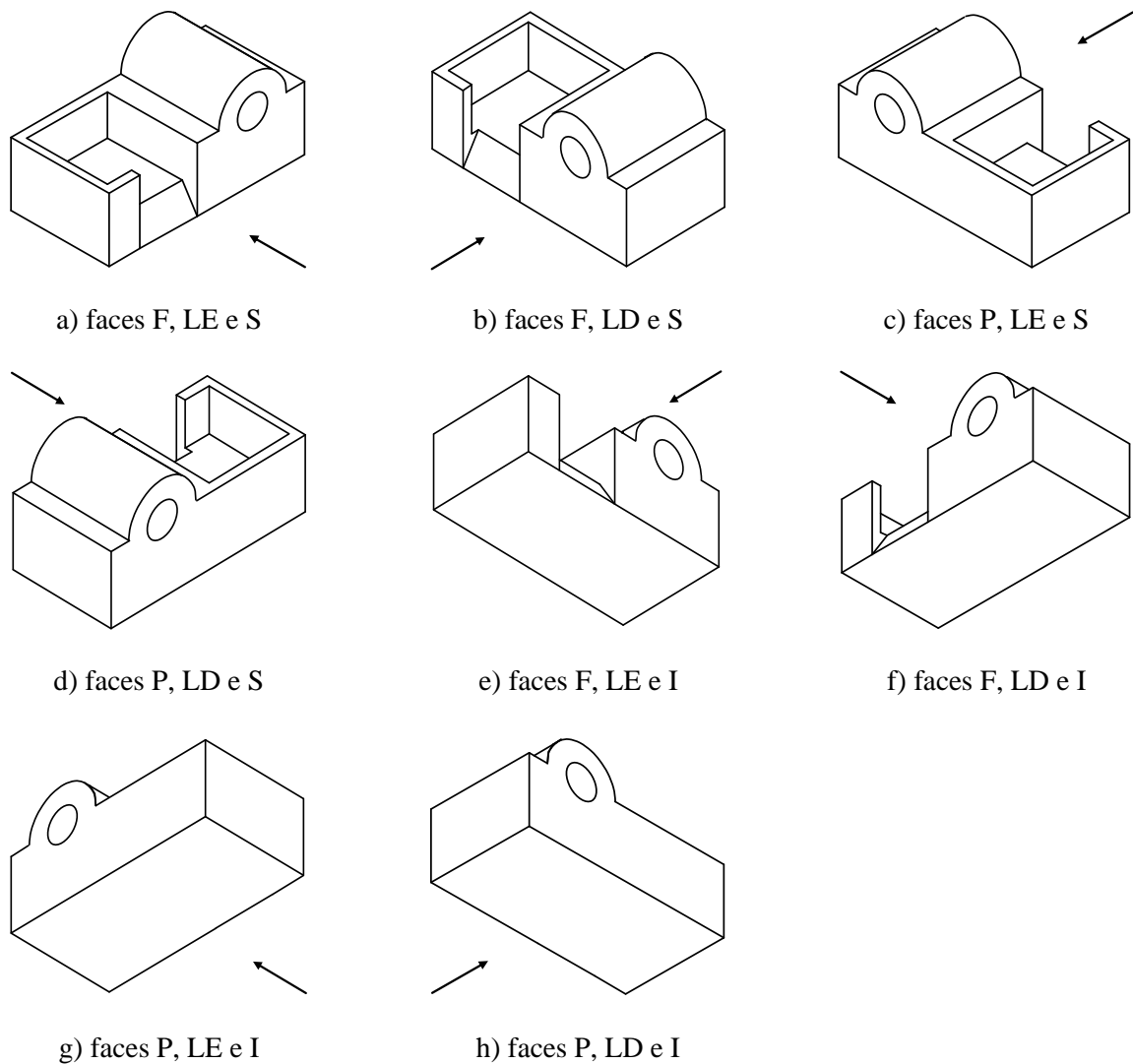


Figura 2.17 - As 8 posições da perspectiva isométrica de uma mesma peça.

PERSPECTIVAS AXONOMÉTRICAS

2.7 TRAÇADO DE CILINDROS (ARESTAS DE SILUETA)

Na Figura 2.18 a seguir desenhamos a perspectiva isométrica de um cilindro. Antes de traçar as “arestas de silueta” devemos obter seus pontos de tangência nas elipses, a partir do traçado da diagonal maior dos losangos. As arestas de silueta são paralelas ao eixo do cilindro.

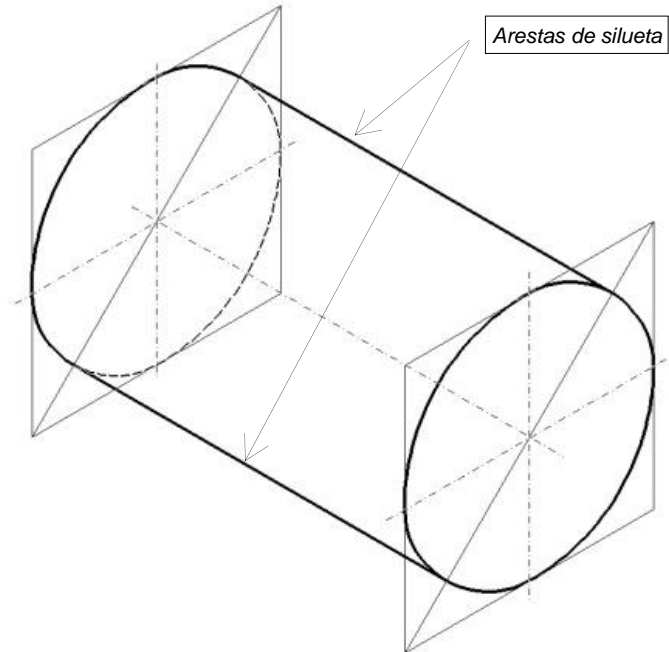
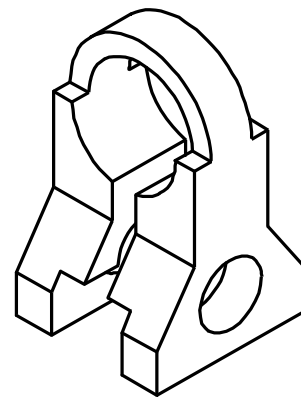
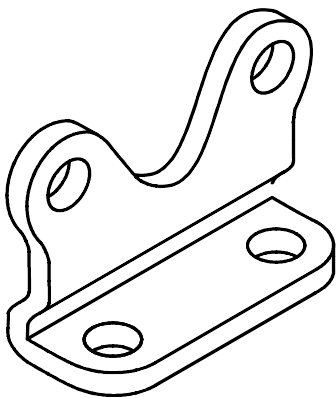
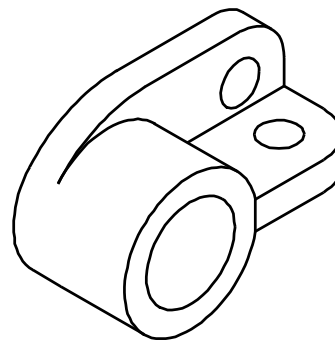
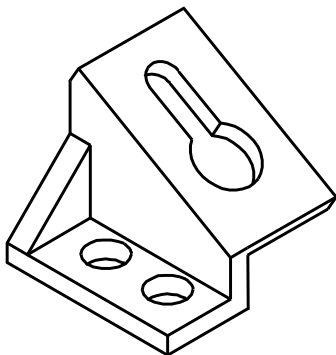
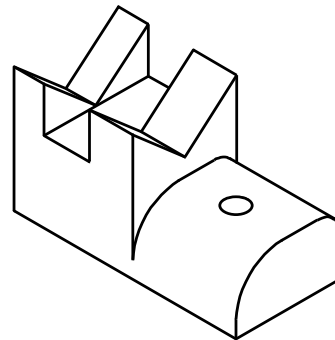
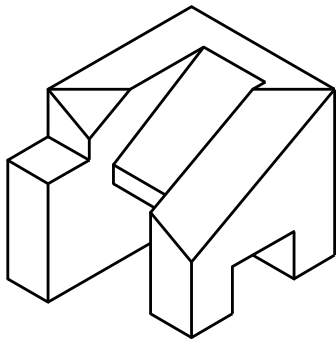


Figura 2.18 – Traçado das arestas de silueta do cilindro

2.8 EXEMPLOS DE PEÇAS EM PERSPECTIVA ISOMÉTRICA

Identifique os ângulos dos três eixos principais e todas as arestas de silueta das superfícies cilíndricas que aparecem nestas perspectivas. Você confirma que são isométricas?



PERSPECTIVAS OBLÍQUAS

3 PERSPECTIVAS OBLÍQUAS

3.1 OBJETIVOS

Explicar os princípios geradores das Perspectivas Oblíquas;

Capacitar o leitor a construir Perspectivas Oblíquas a partir das técnicas abordadas.

3.2 INTRODUÇÃO

Os desenhos de perspectivas apresentam aspectos tridimensionais dos objetos representados com maior clareza. No entanto, em geral, implicam em uma grande quantidade de trabalho por parte do desenhista. A fim de diminuir este trabalho, aumentando a produtividade sem perder substancialmente a qualidade da representação, pode-se lançar mão de simplificações no processo que conduz ao desenho da perspectiva. Estas simplificações partem da definição de parâmetros mais favoráveis ao desenho com instrumentos.

No desenho de perspectivas axonométricas, já se verificou a facilidade de traçado, tanto pela conservação do paralelismo das arestas nas linhas representadas (projeção cilíndrica), quanto pelo fato de a maioria das arestas estarem alinhadas a um dos eixos ortogonais. Como vimos, a perspectiva isométrica é a mais simples, pois os eixos se projetam em posições convenientes (90° / 30° com a horizontal) e o fator de redução pode ser dispensado, por ser igual para todos os eixos. Ainda assim, o desenho de partes curvas em perspectiva pode ser trabalhoso.

Especialmente para os casos em que o objeto representado tem partes curvas numa face, a utilização de uma perspectiva que preserve a verdadeira grandeza dos elementos desta face é muito conveniente. Isso pode ser obtido através da **Perspectiva Cavaleira**, que será detalhada neste capítulo.

3.3 PROJEÇÃO CILÍNDRICA OBLÍQUA

Considerando a Perspectiva Cavaleira sob o ponto de vista do seu princípio gerador, isto é, das projeções, apresentam-se duas regras que manipulam os elementos da projeção para resultar nessa representação:

A primeira regula a posição relativa dos raios de projeção entre si. Admite-se que os raios de projeção sejam paralelos (centro de projeção impróprio), isto é a projeção é **Cilíndrica**. Desta forma se garante que a representação de arestas paralelas resulta em segmentos também paralelos.

A segunda regula a posição relativa dos raios de projeção com relação ao plano de projeção. Adotam-se raios visuais **oblíquos** ao plano de projeção (π), isto é, formam um ângulo diferente de 90° com este plano. A razão disso ficará clara a seguir. Tem-se então a **Projeção Cilíndrica Oblíqua** (Figura 3.1).

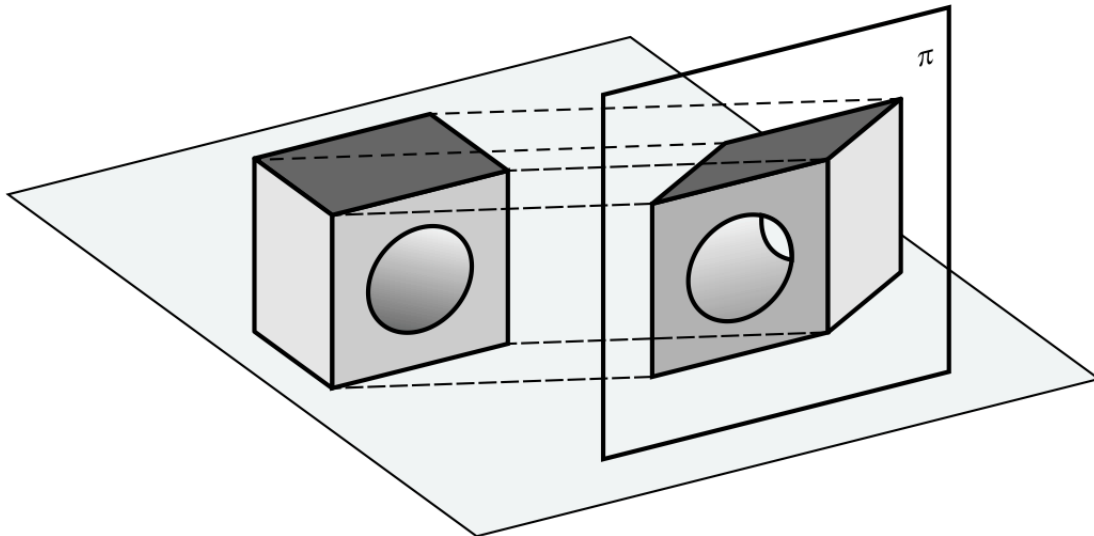


Figura 3.1 – Projeção cilíndrica oblíqua.

3.4 PERSPECTIVA CAVALEIRA

Assim como já se viu que as perspectivas isométricas, dimétricas e trimétricas são casos especiais das projeções ortogonais, dentre as infinitas possibilidades de projeção cilíndrica oblíqua destacam-se aquelas em que uma das faces do objeto é paralela ao plano de projeção. Ao resultado da representação nesses casos dá-se o nome específico de **Perspectiva Cavaleira**. Recorde-se então que está sendo adotada a projeção cilíndrica e temos uma das faces do objeto paralela ao plano de projeção. Nessa situação, se fosse adotada a projeção cilíndrica *ortogonal*, a projeção resultante não seria uma perspectiva e sim uma vista ortográfica, já que haveria casos em que só uma face do objeto poderia ser visualizada na projeção. Daí a necessidade de utilizar-se a projeção *oblíqua* para obtenção da perspectiva.

Pode-se encontrar uma distinção terminológica quando o objeto a ser representado tem uma presença marcante no mundo real. Neste caso, identifica-se o posicionamento do plano π segundo as noções que se possui de horizontal e vertical. Sendo assim, dá-se o nome de **Perspectiva Militar** ou de **Vôo de Pássaro** àquela produzida a partir do posicionamento do plano π de forma horizontal, sugerindo a visão a partir de um avião ou o que seria a visão de um pássaro, e de **Perspectiva Cavaleira** àquela produzida a partir do posicionamento do plano π na vertical (Figura 3.2)

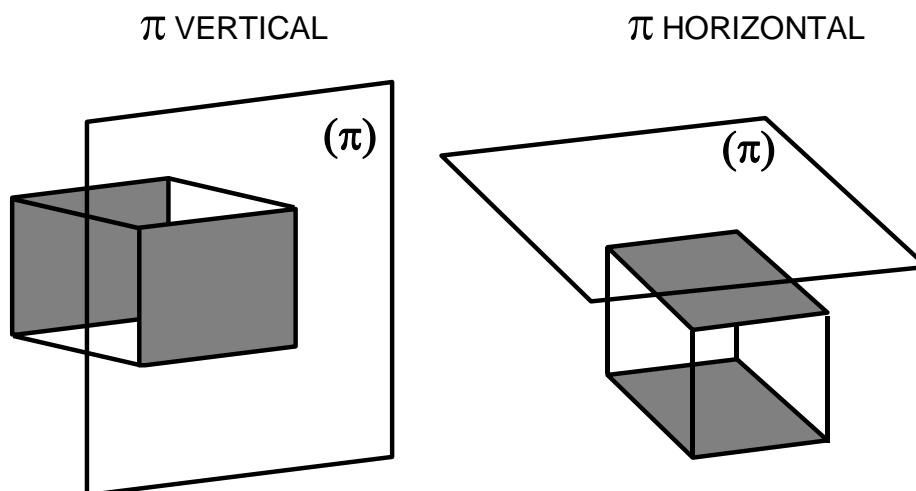


Figura 3.2 - Posição do objeto e plano de projeção da Perspectiva Cavaleira (à esquerda) e da Perspectiva Militar (à direita). Foram ressaltadas as faces paralelas ao plano de projeção

PERSPECTIVAS OBLÍQUAS

O fato de serem paralelas ao plano π faz com que a projeção dessas faces apareça em **Verdadeira Grandeza**, e isto conduz-nos a posicionar o objeto escolhendo as faces mais complexas (mais detalhes curvos como arcos, por exemplo) como as faces paralelas a π . Em compensação, se nas outras faces existem também detalhes curvos, eles sairão com distorções; como na perspectiva isométrica, onde um círculo se deforma em uma elipse.

Mesmo sendo um caso particular, só o fato de ter uma das faces paralela ao plano de projeção não torna única a representação de uma mesma peça. Existe mais uma variável que é o ângulo dos raios visuais com o plano de projeção (a direção de projeção).

3.5 COEFICIENTE DE DEFORMAÇÃO k E ÂNGULO α DAS FUGANTES

A Figura 3.3 mostra em épura as vistas ortográficas de um objeto colocado na frente do plano de projeção π – coincidente com o plano vertical π_2 – juntamente com a perspectiva cavaleira obtida em π segundo a direção de projeção oblíqua O .

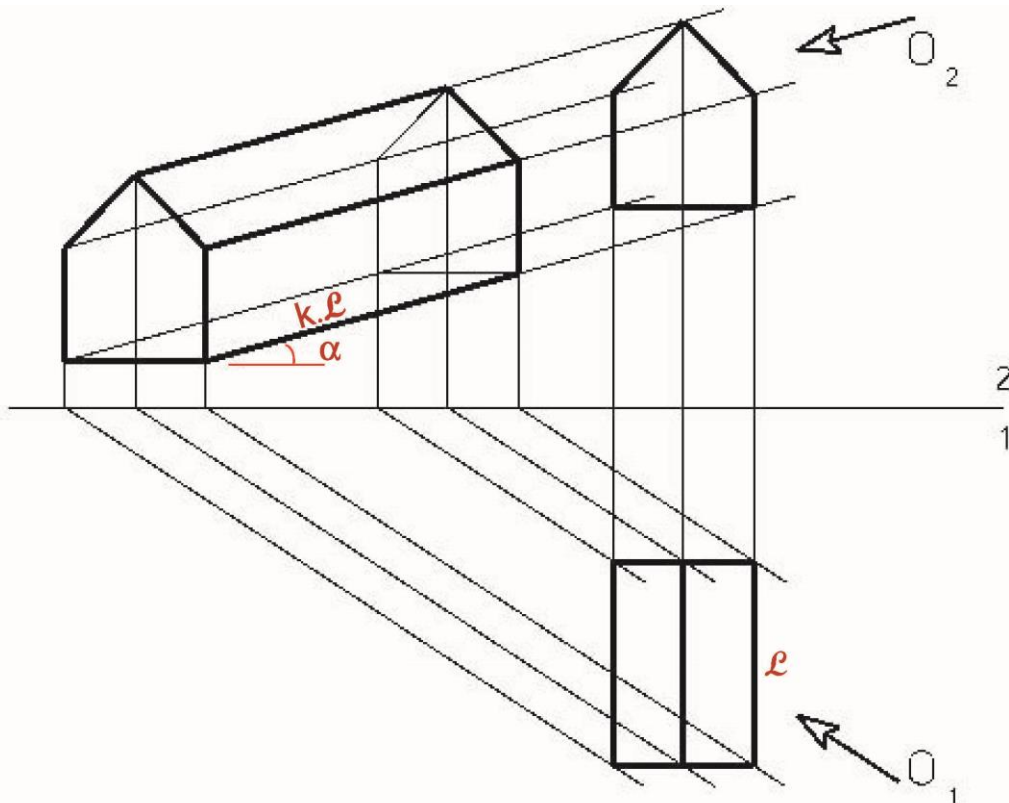


Figura 3.3 – Vistas ortográficas e perspectiva cavaleira de ângulo α e coeficiente k

Estudando o comportamento da decomposição do ângulo dos raios visuais de direção O numa componente horizontal (β) e noutra vertical (γ), como se a direção de projeção fosse representada em coordenadas esféricas, chega-se à Figura 3.4 (aqui o objeto está atrás do plano de projeção!). Observe que, conforme a variação desses ângulos, tem-se um fator de deformação (k) diferente para a projeção das arestas y e perpendiculares ao plano xz (π).

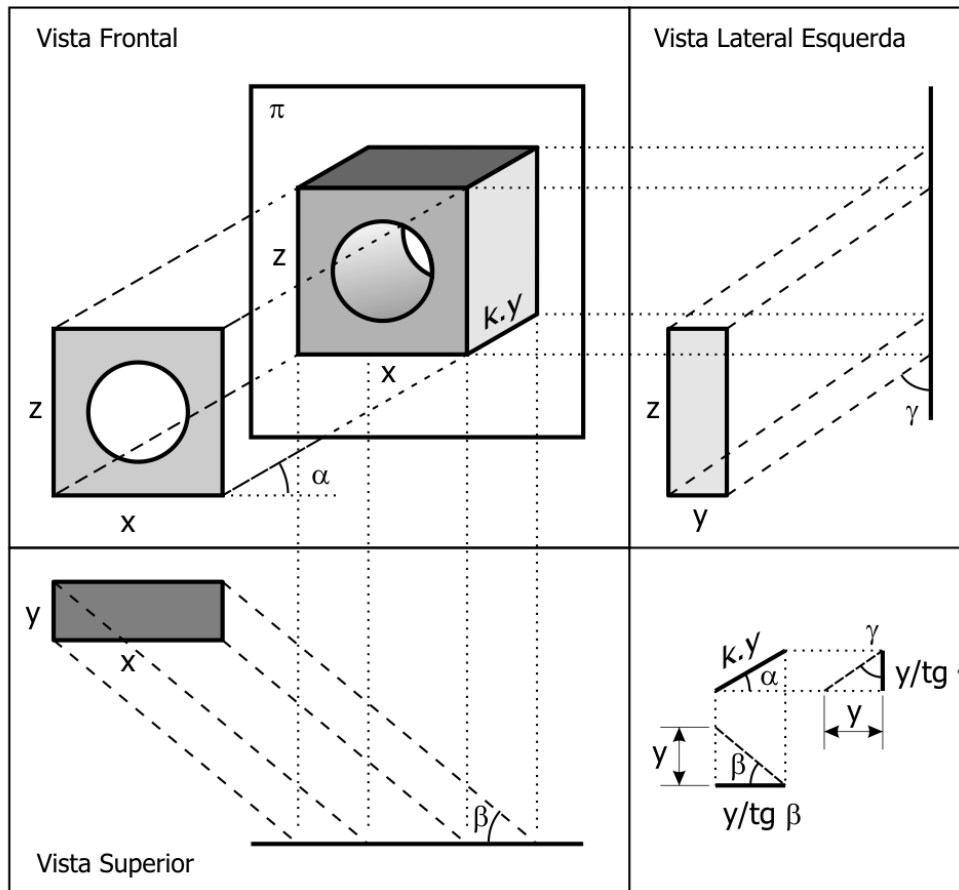


Figura 3.4 – Processo de geração da Perspectiva Cavaleira: obtenção do α e do k

α e k em função de β e γ :

$$\alpha = \arctg \left(\frac{\text{tg } \beta}{\text{tg } \gamma} \right)$$

$$k = \sqrt{\frac{\text{tg}^2 \beta + \text{tg}^2 \gamma}{\text{tg}^2 \beta \cdot \text{tg}^2 \gamma}}$$

β e γ em função de α e k :

$$\beta = \arctg \left(\frac{1}{\cos \alpha \cdot k} \right)$$

$$\gamma = \arctg \left(\frac{1}{\text{sen } \alpha \cdot k} \right)$$

Assim sendo, verifica-se que, variando-se β e γ , obtemos diferentes k e α , por exemplo:

β	γ	α	k
30°	30°	45°	2,45
30°	45°	30°	2
30°	60°	18,43°	1,83
45°	30°	60°	2
45°	45°	45°	1,41
45°	60°	30°	1,15
60°	30°	71,57°	1,83
60°	45°	60°	1,15
60°	60°	45°	0,82

E, variando-se k e α , obtemos diferentes β e γ , por exemplo:

β	γ	α	k
66,6°	75,96°	30°	1/2
60°	71,57°	30°	2/3
49,1°	63,43°	30°	1
30°	45°	30°	2
70,5°	70,53°	45°	1/2
64,8°	64,76°	45°	2/3
54,7°	54,74°	45°	1
76°	66,59°	60°	1/2
71,6°	60°	60°	2/3
63,4°	49,11°	60°	1

PERSPECTIVAS OBLÍQUAS

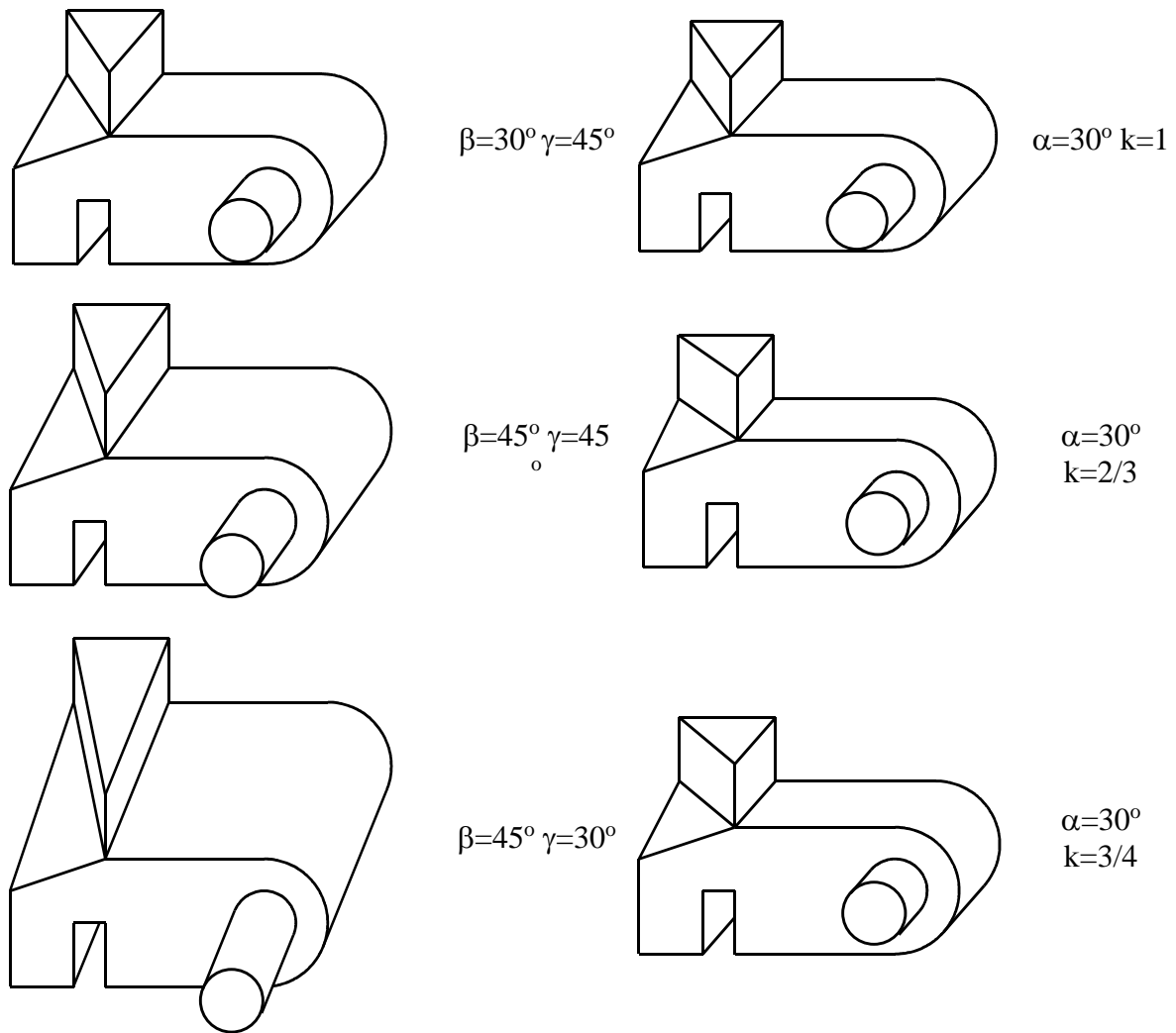


Figura 3.5 – Diferentes perspectivas cavaleiras do mesmo objeto, variando-se β e γ ou k e α .

Perceba que se pode obter qualquer combinação de k e α , bastando variar a direção de projeção (decomposta em β e γ) adequadamente. Note também que o fator k pode assumir qualquer valor ($-\infty \leq k \leq +\infty$), por isso o denominamos fator ou coeficiente de deformação e não de redução como usado nas perspectivas axonométricas.

3.6 POSIÇÕES DO ÂNGULO DAS FUGANTES

O ângulo α , chamado ângulo das fugantes, é o ângulo que as projeções das arestas perpendiculares ao plano de projeção formam com a horizontal. Dependendo em que quadrante se encontre esse ângulo, ter-se-á uma perspectiva cavaleira diferente. Assim, são possíveis 4 posições (Figura 3.6).

Cada quadrante permite a visualização de um conjunto diferente de três faces do objeto representado:

- $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ (primeiro quadrante): faces frontal, superior e lateral direita;
- $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ (segundo quadrante): faces frontal, superior e lateral esquerda;
- $180^\circ < \alpha \leq 270^\circ$ (terceiro quadrante): faces frontal, inferior e lateral esquerda;
- $270^\circ < \alpha \leq 360^\circ$ (quarto quadrante): faces frontal, inferior e lateral direita;

É usual especificar-se o quadrante e um valor de α com a horizontal na faixa de 0° a 90° .

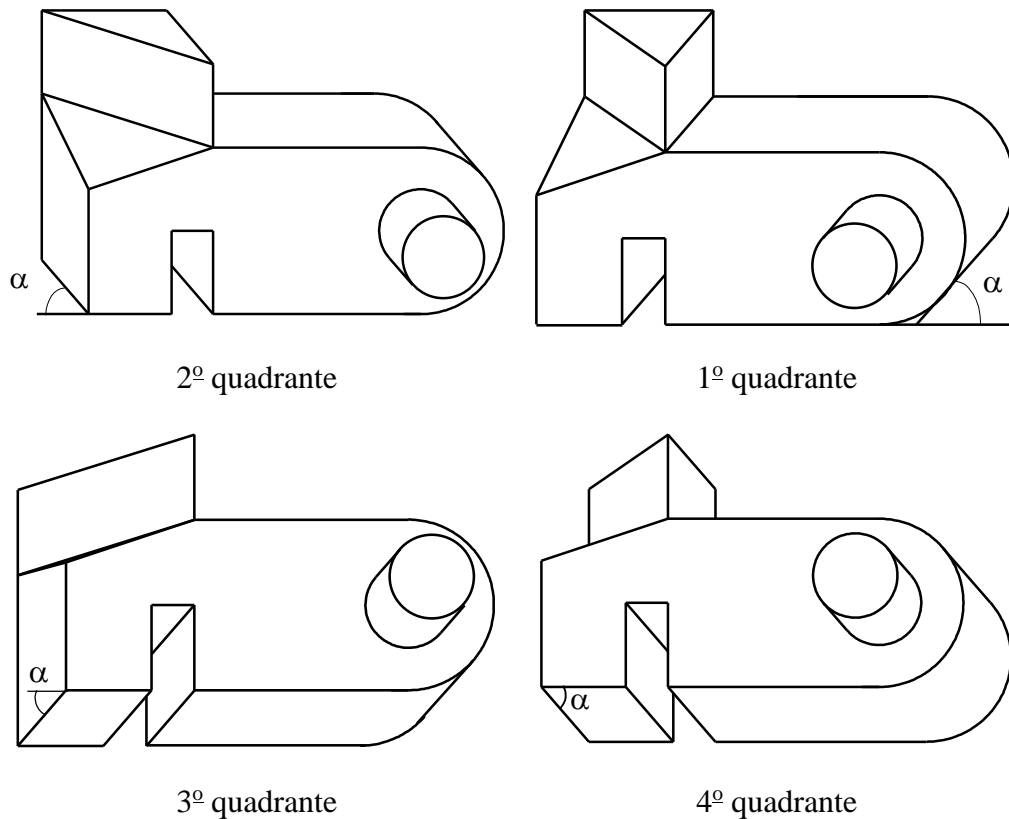


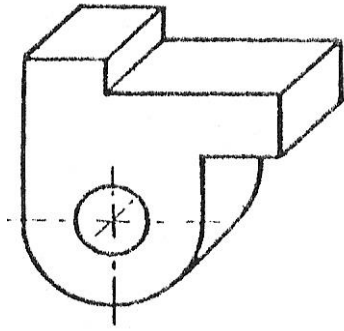
Figura 3.6 - Posições da Perspectiva Cavaleira.

3.7 ESCOLHA DA FACE FRONTAL

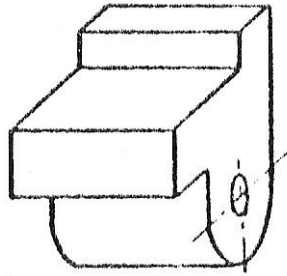
Conforme mencionado, devido ao fato da face posicionada paralelamente ao plano de projeção projetar-se em verdadeira grandeza, portanto sem deformação, dar-se-á preferência por posicionar as faces mais complexas ou com detalhes curvos frontalmente. Por outro lado, como vimos, devido ao fato do fator de deformação (k) poder assumir qualquer valor, pode-se ter grandes deformações na perspectiva cavaleira. Assim, na prática, estabelecemos três regras para escolha da face que será posicionada paralelamente ao plano de projeção:

PERSPECTIVAS OBLÍQUAS

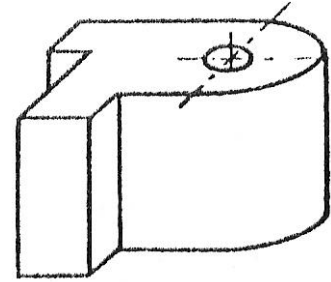
1ª. Regra: Colocar a face com o contorno irregular paralela ao plano de projeção.



CORRETO

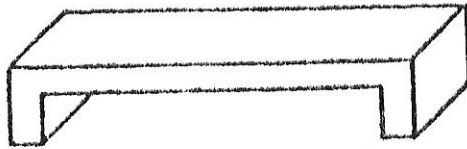


INCORRETO

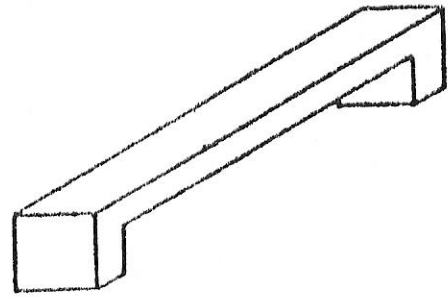


INCORRETO

2ª. Regra: Colocar, de preferência, a maior dimensão do objeto paralela ao plano de projeção.

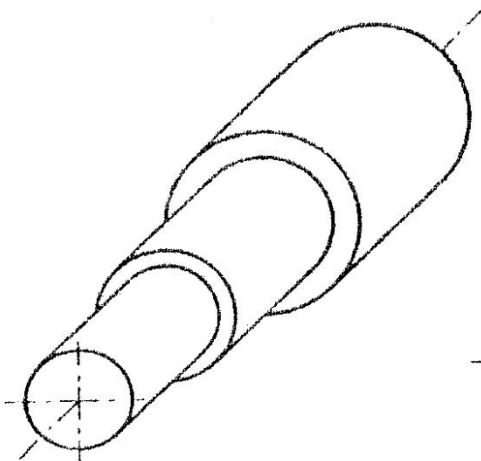


CORRETO

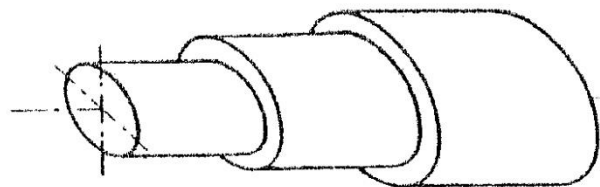


INCORRETO

3ª. Regra: Em caso de conflito entre a 1ª e a 2ª regras, prevalece a 1ª, pois é mais vantajoso ter-se a face irregular sem deformação do que evitar o mal aspecto da perspectiva decorrente da não observação da 2ª regra. Mais ainda, sempre é possível escolher um k que minimize este problema.



CORRETO



INCORRETO

3.8 CONSTRUÇÃO DA PERSPECTIVA CAVALEIRA

A construção da perspectiva cavaleira em certo sentido é muito semelhante à perspectiva isométrica, portanto valem os métodos da caixa auxiliar e da construção por blocos e acrescentam-se algumas características que tornam ainda mais fáceis alguns detalhes.

Faces e retas paralelas ao plano de projeção (π) projetam-se em verdadeira grandeza. Verdadeira grandeza significa que tanto os ângulos quanto os comprimentos aparecem tal qual são na realidade.

Às retas perpendiculares ao plano de projeção aplicam-se o α (ângulo das fugantes) e o k (coeficiente de deformação) conforme apresentado anteriormente.

As linhas em faces oblíquas têm que ser construídas com pontos auxiliares projetados nos eixos principais, pois sofrem deformação à priori desconhecida.

Para objetos que não tenham faces que possam ser convenientes colocadas paralelas ao plano de projeção, adotam-se planos auxiliares, que são usados como referência.

Estudando-se a peça, escolhe-se a face que vai ser paralela a π . Ela deve ser a mais representativa e de preferência conter todos os detalhes curvos, para evitar deformações exageradas que podem até levar a descartar o uso da perspectiva cavaleira.

Desenha-se a vista desta face frontal (Figura 3.7), que servirá de base para a perspectiva (face base).

Escolhe-se o ângulo α , o coeficiente de redução k e o quadrante do ângulo das fugantes, caso não tenham sido pré-especificados no exercício.

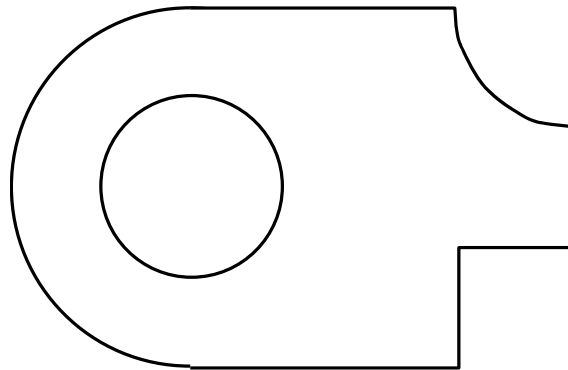


Figura 3.7 – Face base.

A partir da vista frontal, vão-se desenhando as várias faces paralelas à face base, que devem estar deslocadas na profundidade. Lembre-se que deslocamentos na direção perpendicular ao plano de projeção sofrem a deformação do fator k .

Na Figura 3.8, desenhou-se a face que vai ficar ao fundo da face base. Como ela é semelhante à face frontal, faz-se uma cópia idêntica a ela, com as mesmas dimensões, porém deslocada segundo o ângulo α e a uma distância igual à “profundidade $\times k$ ”.

PERSPECTIVAS OBLÍQUAS

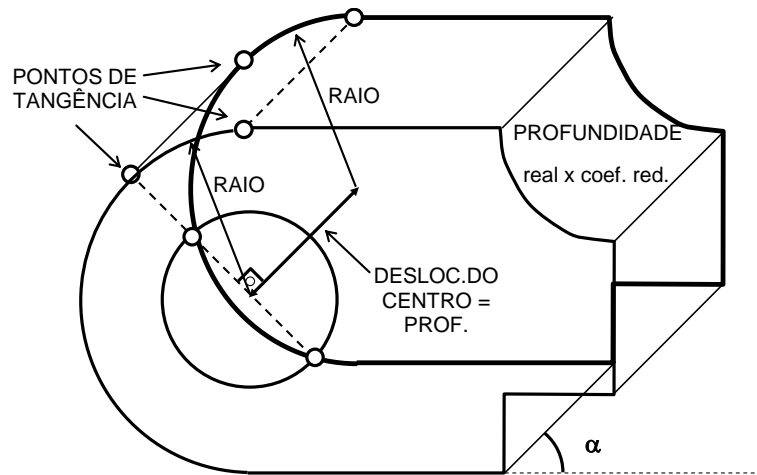


Figura 3.8 – Face posterior.

As partes em curva que possuem continuidade (ou seja, são concordantes), terminam exatamente nos pontos de tangência das arestas de silueta. Estes pontos, por sua vez, podem ser facilmente encontrados com o auxílio de uma reta perpendicular à reta da profundidade que passa pelo centro do arco que está sendo desenhado. **Confira nos desenhos.**

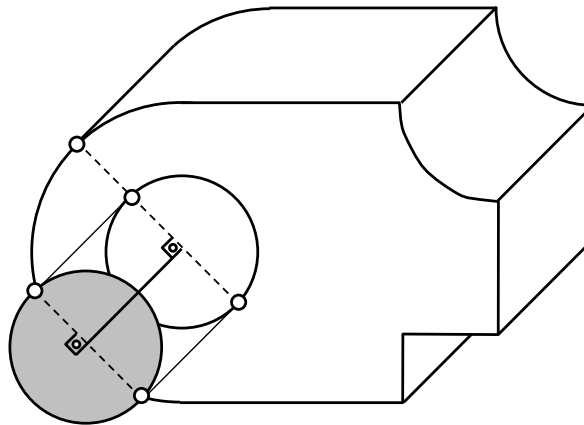


Figura 3.9 – Face anterior.

Seguindo a construção, uma vez terminada a face do fundo passa-se a desenhar a face da frente. No caso do exemplo, esta face da frente é um simples círculo, em que se desloca o centro ao longo da nova profundidade (onde também se aplica o α e o k).

Também nesta face devemos achar os pontos de tangência das arestas de silueta na perpendicular ao eixo do cilindro, que passa pelo centro da face.

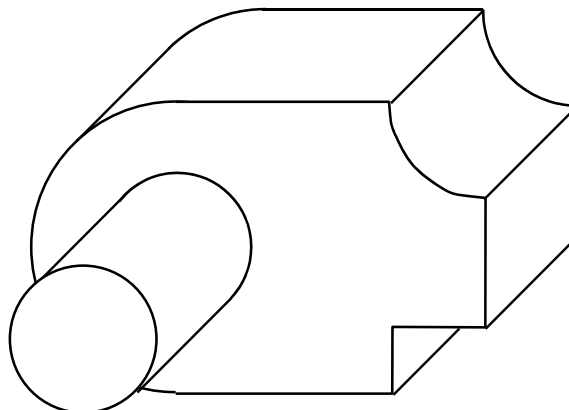


Figura 3.10 – Perspectiva cavaleira pronta.

