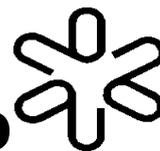




UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA



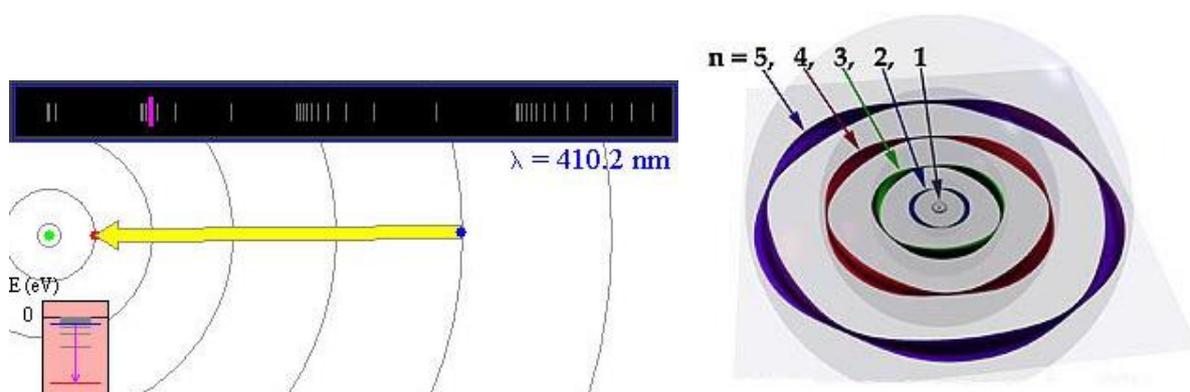
Física V - 4300311

2º SEMESTRE de 2013

Período: noturno

GUIA DE TRABALHO

TÓPICO III – Modelos atômicos, as primeiras regras de quantização e o caráter dual da matéria: partícula-onda



Profª. Maria José (Mazé) Bechara



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA



Física V – 4300311 - período noturno
2º semestre de 2013
Profa. Maria José (Mazé) Bechara

Guia de trabalho

TÓPICO III – Modelos atômicos, as primeiras regras de quantização e o caráter dual da matéria: partícula-onda

Tempo previsto: ~10 aulas

Apresentação do Tópico:

O Tópico I apresentou, de forma simplificada, modelos de matéria e de seus constituintes, assim como aspectos da mecânica estatística (clássica) de Maxwell-Boltzmann, do final do século XIX, que descreve estatisticamente o sistema de muitos constituintes, cada qual com movimentos de acordo com a mecânica newtoniana, uma teoria determinística.

O Tópico II tratou do caráter dual da radiação eletromagnética, introduzido na Física por Einstein em 1905, e de alguns fenômenos que motivaram e confirmaram a existência de um caráter corpuscular, os fótons, e sua compatibilidade resultados da física ondulatório.

O Tópico III volta a tratar dos constituintes básicos da matéria no universo físico: os átomos, mas agora para revelar sua estrutura interna e as transições entre os estados atômicos permitidas nesta estrutura.

Ora, se os átomos têm estrutura não deveriam ser assim chamados, pois a palavra átomo em grego significa indivisível. Mas o nome foi mantido por razões históricas.

O tópico se inicia com apresentando o que são os **espectros experimentais de emissão de vapor de diversos elementos químicos, que mostram “linhas” de emissão (ou absorção) de radiação eletromagnética.** Estas foram as primeiras indicações experimentais da existência de algum tipo de estrutura nos átomos. Estes espectros do vapor de gás, ao lado dos “picos característicos” observados na produção de raios-X, indicavam uma estrutura atômica com comportamento “quantizado” no constituinte básico da matéria, o átomo. Compreender o que são os espectros de emissão e absorção de átomos (ocorrem também em moléculas e núcleos) é a primeira parte do tópico.

O tópico segue com os modelos atômicos que tentam explicar estes espectros. Thomson foi quem propôs um modelo que obteve algum sucesso pois previa um espectro de linhas, embora em desacordo com o observado experimentalmente. Mas os **experimentos de espalhamento elástico de partículas alfa por finas folhas, chamados de experimentos de**

Rutherford, por ele relatados em 1911, levaram à proposta de uma estrutura nucleada nos átomos, como vigente até hoje.

A disciplina trata das condições para os resultados experimentais de Rutherford, e revê brevemente o conceito de seção de choque diferencial, e sua relação com os resultados experimentais, no caso da hipótese de interação entre os núcleos dos átomos com as partículas carregadas (alfas, no experimento pioneiro). Analisaremos estes experimentos, tratados formalmente em Mecânica 1, do ponto de vista da estrutura atômica compatível com os resultados experimentais, e também de como eles permitiram uma estimativa do núcleo atômico: 100.000 vezes menor do que a dimensão atômica.

Em seguida a disciplina trata do modelo de Bohr para a estrutura e as transições atômicas (1913) que será trabalhado desde as hipóteses, algumas contrariando a Física Clássica, até as conseqüências, que adota na dinâmica das partículas dos átomos, a mecânica newtoniana.

A quantização da energia decorrente no modelo, e a adoção da hipótese de emissão/absorção de um fóton em cada transição atômica possível, permitem prever o espectro de linhas observado experimentalmente, as energias de ionização de átomos “mais simples”, e até, com alguns outros ingredientes, uma explicação consistente para os picos característicos dos raios-X gerados por desaceleração de elétrons, entre outros resultados.

Depois do modelo de Bohr o tópico III introduz outras regras semi-clássicas de quantização para partículas com movimentos periódicos, devidas a Wilson e Sommerfeld. Estas regras de quantização abarcam a proposta de Bohr e vão além. E elas ainda hoje são adotadas, com maior sofisticação, em qualquer teoria semi-clássica de quantização.

Então fica a questão: é aceitável qualquer nova quantização? Quem deu o balizamento teórico aceitável para isto foi Bohr com o **seu princípio de correspondência**, no qual estabelece **as condições** nas quais **os resultados de uma nova quantização devem coincidir com os resultados da física clássica**, bem estabelecida de acordo com a observação dos corpos macroscópicos. Este princípio é tratado na disciplina

Em seguida será apresentada **a proposta de Louis de Broglie (1924) de mesma natureza para as partículas materiais, a partir da idéia de que os entes que constituem o universo físico: radiação eletromagnética e partículas materiais devem ter a mesma natureza.** Por esta proposta, **as mesmas relações de conexão entre grandezas ondulatórias (ν e λ) e grandezas corpusculares (E e p), chamadas de relações de de Broglie, são as mesmas para radiação eletromagnética e partículas materiais.**

A partir do caráter ondulatório das **partículas materiais** é possível obter as quantizações observadas ou previstas pelas regras de Wilson-Sommerfeld, E as quantizações oriundas deste caráter ondulatório devem também obedecer ao princípio de correspondência, ou seja, em algum limite, os resultados das teorias clássica (de partículas) e ondulatória ou quântica coincidem.

O tópico III segue com a apresentação de **evidências experimentais do caráter ondulatório da matéria proposto por de Broglie**, como a difração de feixe de partículas por cristais, o que torna tal proposta “realidade física”, Então é preciso uma **interpretação das relações de dispersão do espaço-momento e da energia-tempo de um pacote de onda de uma partícula material.**

Estas relações de dispersão são conhecidas como o princípio de incerteza de Heisenberg. Não foi desta forma que Heisenberg introduziu o princípio que leva o seu nome, mas esta é a leitura do princípio de indeterminação de Heisenberg, no contexto da física ondulatória da partícula material.

O caráter ondulatório da partícula na forma proposta por de Broglie foi a maneira escolhida nesta disciplina para introduzir o princípio de incerteza, e a mecânica quântica no formalismo de Schroedinger, que tem como base a equação de onda de partículas materiais com massa de repouso m , em movimento de velocidades não relativísticas.

Mas esta é outra teoria que fica para um próximo (e último) tópico...

Conteúdo detalhado

III.1 modelos atômicos e as primeiras regras de quantização

III.1.1 **Os espectros discretos de radiação emitida e absorvida por substâncias gasosas** indicando quantizações nos átomos – o que são, como são e como se observa. **O modelo de J.J. Thomson para o átomo:** descrição do estado fundamental e a possibilidade de emissão quantizada no átomo de hidrogênio. Os acertos e dificuldades do modelo.

III.1.2. **Os resultados do experimento de Rutherford que levam à proposta de átomo nucleado.** A estimativa do tamanho do núcleo a partir da comparação dos resultados experimentais da seção de choque diferencial versus energia incidente com os previstos no modelo do átomo nucleado de Rutherford.

III.1.3. **O modelo de Bohr para a estrutura e as transições no átomo de hidrogênio** e seu acordo com os espectros de emissão e absorção de experimentais de radiação eletromagnética. Os picos característicos dos espectros de produção de Raios-X e o modelo de camadas para os elétrons dos átomos (discussão qualitativa). **O experimento de Frank-Hertz.**

III.1.4 **A regra de quantização de Bohr-Sommerfeld.** Aplicações. Comparação com os resultados do modelo de Bohr para o átomo de H e da quantização de Planck para as oscilações harmônicas.

III.1.5. **A estrutura fina do espectro do átomo de hidrogênio e o efeito relativístico** na dinâmica dos constituintes do átomo de H.

III.2 O caráter dual das partículas materiais

III.2.1 **A proposta (teórica) de de Broglie do caráter dual das partículas materiais:** razões físicas e as relações que vinculam o caráter ondulatório ao corpuscular na radiação eletromagnética e nas ondas de partículas materiais.

III.2.2 **Possíveis ondas de partículas** materiais com módulo de velocidade constante (partícula presa em uma caixa e o átomo de H) na proposta de de Broglie. Quantizações decorrentes.

III.2.3 **A realidade do caráter ondulatório das partículas** revelado pioneiramente no **experimento de Davisson e Germer.** Outros experimentos que revelam o caráter ondulatório das partículas materiais.

III.2.4 **Os pacotes de onda na física ondulatória clássica** – velocidade de fase e da onda, e as relações de dispersão que vinculam posição e número de onda, tempo e frequência da onda. **Uma interpretação das relações do pacote de onda de partículas - o princípio de incerteza de Heisenberg** para a posição-momento linear e para a energia e tempo. A energia mínima das partículas segundo o princípio de incerteza. Relação entre o tempo característico de um estado não estável e a indeterminação na energia do estado.

Livros Textos - leia pelo menos um!

1. **Física Quântica** - Eisberg e Resnick; Editora Campus Capítulo 4 (tópico III.1) e Cap.3 (III.2).
2. **Notas de aulas de Roberto V. Ribas** - endereço na Internet: <http://www.dfn.if.usp.br/~ribas/arquivos.html>; Caps.4 e 5
3. **Modern Physics for scientists and engineers** de Thornton & Rex; Copyright © 2000 by Saunders College Publishing; Cap 4 (III.1) e Cap. 5 (III.2).

Outras referências

4. **Introduction to Atomic Physics** - Enge, Wehr e Richards; Copyright © 1972 by Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Cap.4 (tópico III.1) e Cap.5 (III.2).
5. **Física Moderna** - Paul A. Tipler e Ralph A. Llewellyn, terceira edição - traduzido para o português pela editora LTC, Caps. 4 e 5;
6. **Física Moderna – origens clássicas e fundamentos quânticos** – Francisco Caruso e Vitor Oguri; Editora Campus, Copyright © 2006 Elsevier Editora Ltda; Caps. 7.2.1,11, 12, 14.1 e 14.2.

Seguem questões **para serem efetivamente trabalhadas para se chegar ao aprendizado**. Há muitas mais no final dos textos sugeridos. As muitas questões do guia, algumas qualitativas e outras quantitativas, tratam dos diversos fenômenos e concepções próprios do tema. **Use os horários de atendimento, sessões de monitoria e atendimento da professora, para tornar mais eficiente o seu aprendizado.**

QUESTÕES REFERENTES AO TÓPICO III

⇒ **Espectros de emissão e de absorção de radiação eletromagnética por átomos, e o modelo atômico de Thomson.**

1. O que você entende por espectro de absorção de radiação eletromagnética por átomos? Os átomos em seu “estado natural” também chamado de estado fundamental absorvem radiação eletromagnética? Qual é a característica mais “notável” dos espectros de absorção de átomos?
2. O que você entende por espectro de emissão de radiação eletromagnética dos átomos? Os átomos em seu “estado natural” também chamado de estado fundamental emitem radiação eletromagnética? Em que condições há esta emissão? Qual é a característica mais “notável” dos espectros de emissão de átomos?
3. Há alguma relação entre os espectros de absorção e de emissão atômica? Explique.
4. (a) Em que o átomo de Thomson difere de uma distribuição aleatória de prótons e elétrons em uma região esférica? Justifique.
(b) Faça uma lista de objeções ao modelo atômico de Thomson.
5. A intensidade do campo elétrico a uma distância r do centro de uma esfera uniformemente carregada de raio R e carga total Q é $\vec{E} = \frac{Qr\hat{r}}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ quando $r < R$ e \hat{r} é o versor na região radial.

Tal esfera corresponde à distribuição de cargas positivas no modelo de Thomson para o átomo de hidrogênio.

- (a) Mostre que um elétron nessa esfera executa um movimento harmônico simples em torno de seu centro.
- (b) Calcule a frequência de oscilação do elétron para o caso do átomo de hidrogênio e compare com as frequências das linhas espectrais do átomo de hidrogênio.
6. Qual deve ser no modelo atômico de Thomson o raio de um átomo de H para que ele irradie uma linha espectral de comprimento de onda $\lambda=6000\text{\AA}$? Comente tal resultado diante do fato que o átomo de H emite linhas na região visível do espectro eletromagnético.

⇒ O experimento de Rutherford e as interpretações de seus resultados - o átomo nucleado e as dimensões do núcleo atômico.

7. O chamado espalhamento de Rutherford é o espalhamento de um feixe de partículas alfa por uma folha sólida (alvo).
- (a) Segundo a interpretação de Rutherford, qual é a interação relevante entre as partículas alfa e uma folha de ouro, por exemplo, no seu experimento? Dê os argumentos físicos qualitativos que dão sustentação a esta interpretação.
- (b) Escreva a dependência entre o número de partículas alfa que, desviados pelo alvo, entra em um detector colocado num dado ângulo θ em relação à direção do feixe incidente com:
- b.1) a energia cinética da partícula alfa;
- b.2) o ângulo do detector em relação à direção de incidência e os valores que tal ângulo pode ter;
- b.3) a carga da partícula alfa e do núcleo do alvo.
- Dê argumentos **qualitativos** para esta forma de dependência.
8. Mostre que o número de partículas alfa espalhadas, por unidade de tempo, em um ângulo θ ou maior, no espalhamento de Rutherford é:

$$N(\text{angulo} > \theta) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \pi I \rho t \left(\frac{zZe^2}{mv^2}\right)^2 \cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

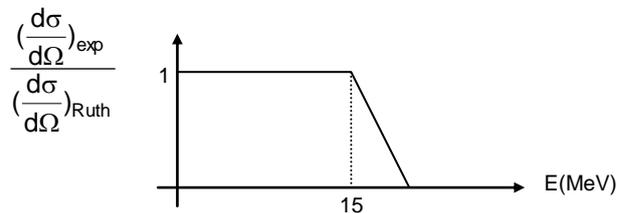
I = número de partículas do feixe incidente de alfa por unidade de tempo;
 ρ = densidade de partículas do "alvo";
 t = espessura da folha;
 v =velocidade das alfas incidentes
 m =massa da partícula alfas
 z = número de cargas elementares da partícula incidente (alfa)
 Z = número de cargas elementares das partículas do alvo

9. Um feixe fino de partículas alfa de 4,8 MeV de energia cinética incide normalmente em um alvo de cobre de 10^{-4} cm de espessura. A intensidade do feixe é de 10^6 partículas por segundo e a densidade do cobre é $8,9\text{g.cm}^{-3}$. Quantas cintilações por minuto serão produzidas pelas partículas espalhadas numa tela fluorescente de $2\times 2\text{mm}$, colocada a 5 cm do centro do alvo e numa direção de 60° com feixe incidente? Obs. Esta situação foi estudada no experimento pioneiro de Geiger e Marsden, colaboradores de Rutherford.
10. A fração de prótons com 6MeV espalhados por uma folha fina de ouro, cuja densidade é $19,3\text{g.cm}^{-3}$, a partir de um feixe incidente em uma região onde os ângulos de espalhamento são maiores que 60° é igual a 2×10^{-5} . Calcule a espessura da folha de ouro.
- 11.
- (a) Calcule o número de átomos por unidade de volume (n) para o ouro e para o alumínio, sabendo que a densidade do Au vale $19,3\text{g.cm}^{-3}$ e a do Al vale $2,7\text{g.cm}^{-3}$.

- (b) Quando um feixe fino de partículas alfa de 4,8MeV incide normalmente sobre uma folha fina de Au de espessura 4×10^{-5} cm, um detector, colocado num ângulo de 20° em relação ao feixe incidente, recebe 2×10^4 partículas por segundo. Quantas partículas alfa serão detectadas no ângulo de 60° ?
- (c) Se a folha de Au for trocada por uma de Al, quantas partículas serão detectadas a 20° em um segundo, caso a nova folha tenha 6×10^{-5} cm de espessura?
- (d) Seriam válidas as hipóteses de Rutherford para o espalhamento de alfas de 6,0MeV nas situações dos itens (b) e (c) ? Justifique quantitativamente. Em caso de resposta positiva, determine o número de partículas alfas espalhadas nooos ângulos e alvos destes dois itens.

12. Um feixe de partículas alfa de energia E incide sobre um alvo fino de ouro e as partículas espalhadas são detectadas por um contador de partículas alfa.

- (a) Quando o ângulo de detecção é de aproximadamente 180° em relação ao feixe incidente, variando-se a energia das partículas alfa incidentes verifica-se que a razão entre a seção de choque experimental $(d\sigma/d\Omega)_{\text{exp}}$ e a seção de choque prevista por Rutherford $(d\sigma/d\Omega)_{\text{Ruth}}$ apresenta o seguinte comportamento (de forma esquemática) :



O que significa $[(d\sigma/d\Omega)_{\text{exp}}/(d\sigma/d\Omega)_{\text{Ruth}}]=1$? E o decréscimo desta razão para energias acima de 15MeV? Justifique.

- (b) Usando o gráfico acima estime o raio nuclear.
- (c) Usando o gráfico acima determine o número de partículas que serão detectadas à 90° quando a folha de ouro tem 10^{-4} cm de espessura e o feixe com 5MeV de energia incidente, e 10^6 partículas por unidade de área e de tempo. O detector está colocado a 5 cm do centro do alvo e tem uma área de 4mm^2 . A densidade do ouro é $19,28\text{g/cm}^3$.

13. **Revisão de Mecânica I.** Uma bola de raio desprezível atinge uma esfera dura e lisa de raio R e sofre deflexão. Quando o choque é elástico, o ângulo β de incidência é igual ao de emergência, com relação à normal a esfera no ponto de contato.

- (a) Mostre que o parâmetro de impacto b se relaciona com o ângulo de espalhamento θ através da expressão: $b=R\cos(\theta/2)$.
- (b) Se a intensidade do feixe incidente é I_0 quantas partículas são espalhadas em ângulos maiores do que θ ? Justifique.
- (c) Determine a seção de choque diferencial do espalhamento e comente o significado físico dela não depender dos ângulos θ e ϕ das coordenadas esféricas.
- (d) Mostre que a seção de choque total σ é igual a πR^2 .

⇒ O modelo de Bohr para a estrutura e transições atômicas, as regras de quantização de Wilson-Sommerfeld e o princípio de correspondência de Bohr.

14. Usando a fórmula de Bohr para a energia dos estados do átomo de hidrogênio, calcule os três maiores comprimentos de onda da série de Balmer. Entre que limites de comprimento de onda está a série de Balmer?

15. Usando a fórmula de Bohr para a energia dos estados do átomo de hidrogênio calcule o menor comprimento de onda da série de Lyman, da série de Paschen e da série de Pfund para o hidrogênio. Em qual região do espectro eletromagnético está cada uma das referidas séries?

16. O que diz o “princípio da correspondência” de Bohr?
17. Um núcleo de tungstênio ($Z=74$) tem um elétron em órbita circular.
- Com base no modelo de Bohr determine a mais baixa energia do sistema elétron + núcleo de tungstênio a partir da energia do estado fundamental do hidrogênio. Justifique.
 - Calcule o comprimento de onda que deve ter um feixe de radiação eletromagnética para que, incidindo sobre o sistema elétron+núcleo de tungstênio, promova uma transição no tungstênio para o estado de energia mais próximo da energia mínima. Onde se localiza esse fóton no espectro eletromagnético?
 - O fato de o tungstênio na natureza ter 74 elétrons faz com que a energia mínima de um elétron seja maior, menor ou igual aquela calculado no item (a)? Justifique.
18. Adotando o modelo atômico de Bohr:
- Calcule a energia total do estado fundamental do átomo de He admitindo que os dois elétrons estejam na órbita $n=1$ e desprezando todas as interações entre eles.
 - Considerando agora a repulsão mútua devido às cargas dos elétrons, e supondo que eles mantenham entre si a distância máxima na órbita com $n=1$ (velocidade relativa nula) calcule a energia elétrica de interação entre eles e a energia do estado fundamental.
 - Com base nos cálculos acima, estime a energia de ionização do átomo de He. Compare o resultado com o valor experimental 24,6eV , e comente.
19. Os estados excitados de um átomo hipotético de um elétron (**não é o átomo de hidrogênio**) têm as seguintes energias de excitação (energias acima do estado fundamental): 5,0; 7,0; 8,0 e 8,5eV. Um feixe de radiação contendo fótons de 8,0; 6,0; 5,0; 3,0; e 0,5eV atravessa uma amostra desses átomos hipotéticos.
- Determine os comprimentos de onda que existem no feixe. Faça um gráfico da intensidade versus a frequência do feixe, supondo que há igual número de fótons com as energias dadas acima.
 - Faça um diagrama dos níveis de energia deste átomo.
 - Quais fótons do feixe são absorvidos por uma amostra no estado fundamental? Justifique.
 - Quais fótons dos feixes são absorvidos se há átomos na amostra tanto no estado fundamental como em todos os estados excitados acima citados? Justifique.
 - Qual a quantidade de movimento de recuo do átomo no decaimento do terceiro estado excitado para o primeiro estado excitado? Justifique.
20. Utilize o modelo de Bohr do átomo de hidrogênio para mostrar que durante a transição do estado com número quântico n para o estado de $n-1$, a frequência ν da radiação luz emitida é dada pela relação:

$$\nu = \left(\frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^3} \right) \frac{2n-1}{(n-1)^2 n^2}$$

- Mostre que quando $n \rightarrow \infty$ a expressão acima varia com $\frac{1}{n^3}$.
 - Obtenha classicamente a frequência de revolução de um elétron na órbita circular, e mostre que esta frequência coincide com o seu resultado ao item (a) obedecendo ao princípio da correspondência.
 - Como fica o princípio de correspondência para transição entre estados não sucessivos em n (ainda para $n \rightarrow \infty$). Justifique.
21. Uma partícula de massa m se move em uma órbita circular de raio r sob a ação de uma força $F=-kr$ ($k>0$). **Admita a validade dos postulados de Bohr a esse sistema:**
- Determine os raios, as velocidades e as energias dessas órbitas em função do número quântico n .

- (b) Determine as frequências emitidas nas transições entre órbitas, de acordo com o modelo de Bohr.
- (c) Mostre a validade do princípio de correspondência para a energia dos estados e as transições entre estados deste sistema.

22. (a) Mostre, usando o resultado do eletromagnetismo clássico e a quantização de Bohr, que o momento magnético de uma órbita circular no átomo de hidrogênio é dado por

$$\mu = \frac{nhe}{4\pi m_e}$$

- (b) Calcule o momento magnético da órbita do hidrogênio para $n=1$. (Obs. Esse é chamado de magnéton de Bohr μ_B .)

23.

- (a) Determine o momento angular da Terra (massa 6×10^{24} kg) em seu movimento em torno do Sol (admita órbita circular de raio $= 1,5 \times 10^{11}$ m).
- (b) Determine o momento angular de uma pessoa de 50 kg em órbita circular de raio $r=1$ m e velocidade constante de 5 m/s.
- (c) Adotando a quantização de Bohr determine o valor do número quântico n associado aos momentos angulares dos sistemas acima.
- (d) Segundo o entendimento atual da Física, a quantização existe nestes sistemas? É possível de ser observada? Justifique.

24. Em uma experiência de Franck-Hertz bombardeia-se uma amostra de gás de hidrogênio atômico com elétrons livres acelerados por diferenças de potenciais e são obtidos os chamados potenciais de excitação em 10,21 V e 12,01 V.

- (a) O que você entende por potenciais de excitação no experimento de Frank - Hertz? Justifique.
- (b) Explique a observação de três linhas diferentes de emissão espectral que acompanham esse experimento com os potenciais de excitação dados.
- (c) Adotando o processo de transição entre níveis atômicos como proposto por Bohr determine os valores das diferentes frequências ν emitidas por vapor de hidrogênio.

25. Usando a regra de quantização de Wilson-Sommerfeld determine os níveis de energia de um oscilador harmônico simples unidimensional.

26. (a) Usando a regra de quantização de Wilson-Sommerfeld mostre que as energias de uma partícula de massa m , em movimento unidimensional livre de forças, entre duas paredes distantes L com as quais sofre colisões elásticas ("partícula dentro da caixa"), são dadas por:

$$E_n = \frac{n^2 (hc)^2}{8mc^2 L^2}$$

- (b) Esboce o diagrama de níveis de energia (em eV) de elétrons dentro de uma caixa de 1 \AA de largura.
- (c) Calcule os comprimentos de onda (em angstroms) dos fótons nas transições dos estados com $n=2$, $n=3$, $n=4$ para o estado fundamental neste sistema.
- (d) Você conhece algum sistema físico que possa ser representado por uma caixa desta dimensão? E algum processo como o descrito no item (c)? Justifique.

27. (a) Explique porque no experimento de Franck Hertz é necessário um pequeno potencial a entre a grade e o coletor da corrente.

28. Um elemento tem estados excitados de 3,6 eV e 4,6 eV e é usado na forma gasosa em um experimento como o de Franck-Hertz. Enumere todos os possíveis picos no gráfico de corrente versus tensão que devem ser observados, até a tensão de 18 V.

29. Explique as diferenças nas origens das linhas características de raios-X e dos chamados espectros de emissão atômica.

⇒ **O caráter dual, corpuscular-ondulatório, das partículas materiais, proposto por de Broglie.**

30. Calcule o comprimento de onda de de Broglie de:

- (a) elétron com energia cinética de 50eV.
- (b) elétron com energia total de 10MeV.
- (c) nêutron em equilíbrio térmico com T=500K (nêutron térmico).
- (d) partícula alfa com energia cinética de 60MeV.
- (e) grão de poeira de 1×10^{-6} g em equilíbrio térmico na temperatura ambiente (T=300K).
- (f) bolinha de 1g com velocidade de 1 mm/s.

Para cada caso encontre um exemplo de sistema físico na natureza real com o qual a partícula deve interagir para mostrar seu caráter ondulatório.

31. Um microscópio eletrônico usa as ondas de de Broglie para “ver” objetos muito pequenos (dimensão da ordem de angstroms). Qual a diferença de potencial acelerador que deve ser usado para acelerar elétrons, a partir do repouso, de modo a obter um comprimento de onda de 0,5Å?

32. Qual deve ser a energia cinética de um elétron para que seu comprimento de onda de de Broglie seja igual ao comprimento de onda da luz azul? Justifique.

33.

- (a) Calcule o comprimento de onda de de Broglie de um elétron com energia cinética de 13,6eV (energia de ionização do átomo de hidrogênio).
- (b) Qual é a razão entre este comprimento de onda e o raio da primeira órbita de Bohr no átomo de hidrogênio?

34. Que tamanho deve ter um corpo para exibir efeitos de difração ao ser bombardeado com nêutrons de 20MeV? Existe algum sistema na natureza com dimensões desta ordem de grandeza? Justifique.

⇒ **As relações de dispersão de uma onda e o princípio de incerteza de Heisenberg para as partículas materiais**

35. Em uma caixa unidimensional de largura 0,2nm ($1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$) há partículas com energia cinética constante.

- (a) Determine a mais baixa energia possível um próton dentro desta caixa, segundo o princípio de incerteza.
- (b) Idem para um elétron.
- (c) Explique a diferença entre os resultados encontrados.
- (d) Há algum sistema físico tem a dimensão desta caixa? Justifique.

36. Uma partícula de massa m oscila sujeita ao potencial $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$. Use o princípio da incerteza para calcular a energia mínima de oscilação da partícula em termos da frequência angular $\omega=(k/m)^{1/2}$.

37. O elétron de um átomo de hidrogênio transita do estado fundamental para o estado n=2 e aí permanece por 10^{-8} s antes de decair de volta para o estado fundamental.

- (a) Calcule a largura natural em eV da energia do estado n=2.
- (b) Determine a razão entre o seu resultado do item anterior com a energia deste nível segundo o modelo de Bohr: -3,39eV. Comente.

38. Se uma linha telefônica pode transmitir uma faixa de frequências $\Delta f = 5000$ Hz, qual é a duração aproximada do pulso mais curto que a linha é capaz de transmitir? Justifique
39. Escreva todas as relações de incerteza para uma partícula em movimento **tridimensional**. Diga em palavras o seu entendimento do significado do princípio de incerteza para esta partícula.
40. A energia de um estado nuclear pode ser medida com uma indeterminação de 1eV. Qual é o tempo de vida mínimo deste estado, segundo o princípio de incerteza? Compare o tempo do decaimento atômico (questão 34) com o nuclear.
41. Se um estado excitado de um átomo tem um tempo típico de vida de 10^{-8} s, qual é a indeterminação **na energia dos fótons emitidos** por este átomo em uma transição espontânea para o estado fundamental, segundo o princípio de incerteza? E qual a indeterminação no comprimento de onda emitido? Faça um esboço da intensidade dos fótons emitidos versus a frequência, mostrando no gráfico **a largura natural (associada a esta indeterminação) da linha de emissão**; e outro da intensidade versus o comprimento de onda. Comente.
42. Um próton e uma bala de revólver de 10g se movem com uma velocidade de 500m/s, medida com uma precisão de 0,01%. Se as posições dos dois objetos são medidas ao mesmo tempo em que as respectivas velocidades, qual é a maior precisão possível das medidas de posição, segundo o princípio de incerteza? Justifique.

Respostas a alguns dos itens quantitativos

$$5. (a) \vec{f} = -\frac{Qe}{4\pi R^3 \epsilon_0} \vec{r} = -k\vec{r} ; (b) \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{4\pi R \epsilon_0^3 m_e}} = 2,53 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

6. 2,95 angstroms

18. (a) -108,8eV ; (b) 27,2eV e -81,6eV; (c) 27,2eV

19. (c) fótons com 8,0; 5,0; 3,0 e 0,5 eV; (d) fótons com 8,0; 5,0; 3,0 e 0,5 eV; (e) 3,0eV/c

25. $nh\nu$

34. $\sim 10^{-15}$ m, Sim, os núcleos atômicos.

36. $\hbar\omega/2$

37. (a) $\sim 10^{-7}$ eV; (b) $\sim 10^{-6}$

40. $\sim 10^{-15}$ s