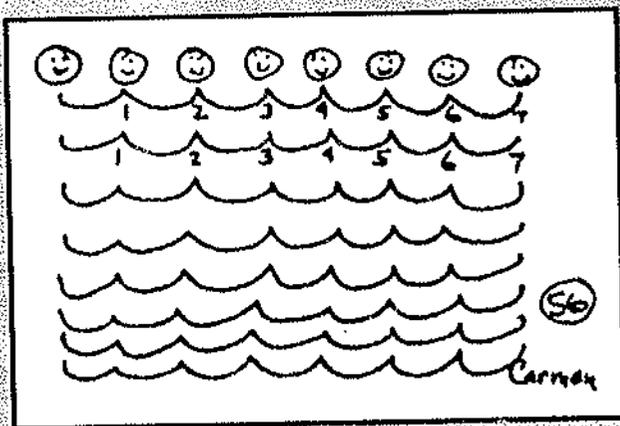


MEM/USU
GEPEM

AVALIAÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



Paulo Abrantes

Série Reflexões em Educação Matemática

MEM/USU-GEPEM

Avaliação e Educação Matemática

Paulo Abrantes

APOIO CAPES/PADCT/SPEC

CONSELHO EDITORIAL

Angela Valadares

Anna Averbuch

Circe Vital Brazil

Estela Kaufman Fainguelemt

Franca Cohem Gottlieb

Hernando Bedoya Rodriguez

Janete Bolite Frant

João Bosco Pitombeira de Carvalho

Maria Laura Mouzinho Leite Lopes

Moema Lavínia Mariani de Sá Carvalho

Paulo Afonso Lopes

ÍNDICE

Introdução	6
Capítulo 1.	9
Avaliação como parte integrante do processo de aprendizagem da Matemática	
• Os conceitos de avaliação	
• Funções das tarefas de avaliação	
• Princípios de avaliação	
• Alguns obstáculos a ter em conta	
Capítulo 2.	21
Formas e instrumentos de avaliação	
• Testes em “duas fases”	
• Relatórios	
Capítulo 3.	39
Avaliação de actividades de resolução de problemas	
• Algumas questões na avaliação da resolução de problemas em Matemática (tradução de um texto de Jeremy Kilpatrick)	
• Métodos de avaliação holística	
• A corrida de barreiras	
Capítulo 4	60
Trabalho de projecto e aprendizagem da Matemática	
Alguns dados sobre o autor	87

Introdução

A oportunidade de publicar o livro **Avaliação e Educação Matemática** do Professor Doutor Paulo Abrantes da Universidade de Lisboa, em muito nos alegra. Primeiro na certeza de estarmos contribuindo para a difusão dos conhecimentos desta área. Já que este livro nasceu de um Seminário, sobre o tema, oferecido à comunidade de Educação Matemática, realizado na Universidade Santa Úrsula em fevereiro de 1995. Segundo, porque esta publicação é a primeira da série Reflexões em Educação Matemática editados pelo MEM/USU-GEPEM..

Para ficarmos mais fiés à idéia do autor, o livro está escrito em Português de Portugal com pequenas inserções do próprio autor em nosso português. A revisão da obra coube ao próprio Paulo Abrantes.

No presente trabalho todos os capítulos apresentam uma fundamentação teórica proveniente de reflexões sobre a prática pedagógica e as pesquisas nesta área. Além

disso oferecem uma vasta gama de sugestões sobre como integrar o resultado destas pesquisas na sala de aula.

O capítulo I é o mais teórico apresentando os princípios que norteiam a avaliação identificando também alguns obstáculos que provocam um vasto campo de reflexões.

No capítulo II é feita uma análise dos instrumentos de avaliação utilizados em uma pesquisa de sala de aula, instrumentos esses podem ser adaptados a nossa realidade.

O capítulo III trata basicamente da avaliação de atividades relativas a resolução de problemas utilizando métodos de classificação das respostas dadas pelos alunos propiciando uma interpretação de resultado

No capítulo IV desenvolve-se um trabalho de projeto defendendo a tese de que as atividades propostas aos alunos devem ser atuais, ter significado e despertar o interesse. Não basta justificá-las como uma base para os estudos futuros.

Neste último capítulo da presente publicação, inclui-se um texto que corresponde aproximadamente às conferências plenárias proferidas no II Congresso IberoAmericano de Educação Matemática (Blumenau, Julho de 1994) e no 2º Congresso Brasileiro de Ação Pedagógica (Belo Horizonte, Janeiro de 1995), e ainda a conferências sobre o mesmo tema realizadas na Universidade de Santa Úrsula / mestrado em Educação Matemática e na UFRJ / Projecto Fundação (Rio de Janeiro, Fevereiro de 1995).

Cabe enfatizar a importância deste livro no cenário atual, uma vez que as mudanças que vêm sendo propostas para o ensino da Matemática não ocorrerão de fato se não incluirmos mudanças na forma e no critério da avaliação.

A avaliação é um processo contínuo de fundamental importância no dia a dia de sala de aula.

Estela Kaufman Fainguelernt

Franca Cohen Gottlieb

Janete Bolite Frant

AVALIAÇÃO COMO PARTE INTEGRANTE DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Nos últimos anos, a avaliação tornou-se um dos temas mais discutidos na área da educação matemática. Em 1991, a *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) organizou um seminário para discutir especificamente este tema, do qual vieram a resultar dois livros (Niss, ed., 1993a, 1993b). O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) dos Estados Unidos da América, que em 1989 já reservara um capítulo à avaliação nos seus *Standards* ("Normas para o Currículo e a Avaliação na Matemática Escolar", na tradução portuguesa de 1991), publicou um número temático da revista *Mathematics Teacher* sobre "formas alternativas de avaliação" em Novembro de 1992, e dedicou o seu *Yearbook* de 1993 ao tema da avaliação na aula de Matemática. Ainda em 1993, o encontro anual promovido pela *Commission Internationale pour l'Étude et Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM) teve como tema central a avaliação, tendo as Actas deste encontro sido publicadas um ano mais tarde. Em Portugal, a avaliação tem sido, nos últimos anos, o tema de vários grupos de trabalho nos PROFMAT, e a APM levou a cabo, em 1991, um seminário do qual veio a resultar uma publicação intitulada "Avaliação em Matemática: uma Questão a Enfrentar".

Este crescente interesse pela avaliação parece resultar, acima de tudo, do facto de se terem produzido, desde o começo dos anos 80, um grande número de novas ideias e propostas sobre o ensino e a

aprendizagem da Matemática, muitas das quais dando origem a novos currículos e programas (tanto em projectos experimentais como ao nível nacional em diversos países) sem que novas práticas de avaliação tivessem acompanhado esta evolução. Talvez, como sugere Niss (1993a, p.4), "os ideais e objectivos da Educação Matemática nunca tenham estado realmente em consonância com os modos de avaliação disponíveis", mas a emergência de novos objectivos, novos métodos e novos conteúdos — a par de uma crescente expansão dos sistemas escolares que, há algumas décadas, proporcionavam uma formação matemática pós-elementar apenas a uma minoria de crianças e jovens — tem vindo a aumentar o fosso entre as perspectivas actuais sobre o ensino da Matemática e as práticas tradicionais de avaliação.

No entanto, embora no domínio da prática a avaliação pareça especialmente resistente à mudança, as novas ideias e teorias sobre o ensino e a aprendizagem têm provocado uma evolução do próprio conceito de avaliação.

Os conceitos de avaliação¹

O conceito de avaliação, bem como as suas funções no currículo escolar, tem evoluído nas últimas décadas. De um modo muito

¹ Esta secção do presente artigo, intitulada "Os conceitos de avaliação", bem como a seguinte, "Funções das tarefas de avaliação", são baseadas em partes do texto "Is it possible to integrate learning and assessment?", correspondente à conferência plenária proferida por Leonor Cunha Leal e Paulo Abrantes no 45º Encontro da CIEAEM. Este texto está incluído nas Actas do Encontro (ver, nas referências, CIEAEM, 1994).

esquemático, podem distinguir-se pelo menos três significados distintos atribuídos à avaliação.

Avaliação como medida.

Durante muito tempo, o ensino foi associado à transmissão de conhecimentos e a aprendizagem era vista como a capacidade de reproduzir aquilo que o professor ensinou. Nesta perspectiva, o processo de aprendizagem está fortemente ligado à memória e a ênfase está “nos resultados (comportamentos) e não no modo como a aprendizagem ocorre” (Romberg, 1993). A referência é o modelo do professor e a avaliação é encarada como a medida da diferença entre esse modelo e a forma como o aluno o reproduz. Esta medida é dada por uma *nota*, relacionada com a média de um grupo (em geral, a turma), e idealmente as notas podem ser ajustadas pelo modelo da curva normal.

A avaliação ocorre no fim de um ano ou de um certo período de aulas (Fig. 1). Quando o aluno tem uma nota baixa, a responsabilidade é em geral atribuída ao próprio aluno, sendo apontadas causas como falta de interesse, pouco trabalho ou baixa capacidade. Os resultados desta avaliação têm pouca ou nenhuma influência na prática do professor.

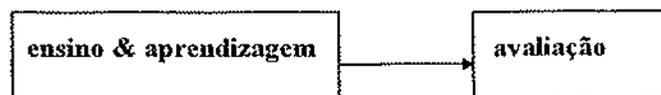


Fig.1

Os resultados desta avaliação não têm uma dimensão pedagógica, estando geralmente associados à progressão escolar dos alunos e à

certificação. Tais resultados servem para informar os pais, a escola ou os futuros empregadores, mas dizem muito pouco aos alunos sobre o seu processo de aprendizagem.

Avaliação como distância.

Associar a avaliação a uma medida levou, a certa altura, a uma preocupação com o rigor e a objectividade. Procuravam-se instrumentos que medissem os conhecimentos dos alunos de um modo “rigoroso” e independente da subjectividade da pessoa que decide, nomeadamente do professor. Embora tentativas para criar testes “normalizados” de vários tipos fossem já antigas, um novo problema era relacionar esses testes com o currículo escolar (Kilpatrick, 1993). Os esforços de Tyler, no sentido de estabelecer os principais tipos de objectivos educacionais e de os especificar em termos de comportamentos dos alunos, foram seguidos pelo trabalho de Benjamin Bloom que publicou em 1956 a sua conhecida taxonomia. Os objectivos eram separados em três domínios — cognitivo, afectivo e psicomotor, com o cognitivo a merecer mais atenção — e hierarquizados desde os mais simples até aos mais complexos.

Uma das consequências, em termos de avaliação, era deixar de considerar o modelo do professor e tomar como referência um conjunto de objectivos previamente definidos. As questões dos testes eram preparadas com base em matrizes de objectivos-conteúdos, isto é, tabelas de duas entradas nas quais uma das dimensões continha uma sequência dos tópicos do programa e a outra se referia aos níveis do domínio cognitivo da taxonomia de Bloom. O resultado da avaliação passava a ser encarado como uma medida da distância entre a resposta do aluno e o objectivo.

A "pedagogia por objectivos" emergente desta visão *behaviourista* introduziu dois novos modos de avaliação: a avaliação de diagnóstico, com a qual se pretende determinar se o aluno tem os pré-requisitos necessários para aprender os tópicos que se seguem no programa; e a avaliação formativa que ocorre durante o processo de ensino e aprendizagem com o propósito de informar se os objectivos pré-estabelecidos estão a ser alcançados ou se é preciso introduzir actividades de remediação. Curtos períodos de ensino são seguidos por momentos formais de avaliação (Fig. 2).

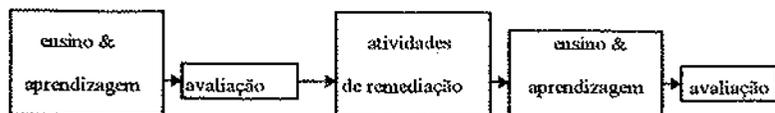


Fig. 2

De acordo com os resultados obtidos, e assumindo que os alunos têm diferentes ritmos de aprendizagem de um dado tópico, o professor decide da necessidade de propor mais actividades do mesmo tipo. O "rigor" da avaliação está ligado ao modo como os objectivos são operacionalizados, isto é, formulados em termos de comportamentos observáveis dos alunos.

Avaliação como interpretação.

Embora Bloom tenha introduzido uma dimensão pedagógica na avaliação, a concepção emergente da perspectiva *behaviourista* no que se refere ao papel formativo da avaliação é ainda muito estreita. De acordo com uma nova visão da aprendizagem, não é importante apenas a correcção ou incorrecção das respostas do aluno numa dada prova de avaliação mas também os processos que o levam a produzir

essas respostas. Mais do que controlar, a função do professor é interpretar, identificar problemas, gerar hipóteses explicativas. Mais do que medir o desvio em relação a comportamentos previamente determinados, importa compreender as razões do erro. O erro é uma fonte de informação essencial e não algo a ser tratado de um modo contabilístico ou que apenas se pretende evitar enquanto "comportamento observável". Se estamos doentes, não ficamos satisfeitos com um tratamento imediato que esconda os sintomas, queremos descobrir as causas da doença.

Segundo esta perspectiva, a avaliação é contínua e ocorre ao longo do processo de ensino e aprendizagem, e em estreita ligação com este processo (Fig. 3).



Fig. 3

A noção de "objectividade", antes entendida no sentido de medir rigorosamente a distância ao modelo do professor ou a comportamentos pré-determinados, dá lugar a uma preocupação central em produzir juízos que não conduzam o professor e o aluno a falsas pistas mas sim que os ajudem a compreender o que se passa. Além

disso, uma dimensão essencial está ligada à comunicação, à importância de produzir “uma mensagem que tenha sentido para aqueles que a recebem” (Hadgi, 1989, p. 178). Ou seja, para servir de facto um propósito pedagógico, o foco da avaliação não pode estar em medir informação mas sim em interpretá-la e em comunicar.

Funções das tarefas da avaliação

A visão interpretativa da avaliação leva-nos a adoptar uma abordagem que considera a avaliação como parte integrante do processo de aprendizagem. Contudo, convém deixar claro que o objectivo é a aprendizagem e não a avaliação. No contexto da sala de aula, isto significa que as tarefas de avaliação não são nem o objectivo nem o fim de um processo. Uma outra implicação deste pressuposto é que a relevância das situações de aprendizagem não depende das possibilidades de avaliação imediata.

Esta perspectiva tende a atribuir às tarefas de avaliação um certo número de funções, designadamente gerar novas oportunidades para aprender e fornecer dados essenciais tanto ao professor como ao aluno.

Ver as tarefas de avaliação como fontes de aprendizagem implica que elas requerem actividades interessantes e significativas. Além disso, elas devem proporcionar aos alunos novas oportunidades para aprender, para melhorar e para reflectir sobre o seu próprio trabalho. Neste sentido, as tarefas de avaliação não correspondem a situações em que os alunos já não possam aprender e pensar para resolver os problemas propostos ou não possam melhorar as primeiras versões dos seus trabalhos.

Como fonte de informação para o professor, as tarefas de avaliação devem fornecer dados a respeito das aptidões, preferências e dificuldades de cada aluno. Este tipo de informação é essencial para que o professor compreenda o que se passa e constitui uma base para ele conceber e orientar futuras actividades de aprendizagem.

Enquanto informação relevante para os alunos, as tarefas de avaliação devem fornecer elementos que ajudem cada aluno na reflexão e na auto-regulação relativamente ao seu próprio processo de aprendizagem.

Princípios de avaliação

Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática tem conduzido a uma insatisfação com as práticas tradicionais de avaliação e à procura de alternativas. Já em 1982, o relatório inglês Cockcroft sublinhava a necessidade de se desenvolverem esforços para registar aspectos “que só podem ser avaliados pelo julgamento profissional do professor, tais como a persistência do aluno na resolução de um problema, a sua aptidão para fazer uso dos seus conhecimentos e a sua capacidade para discutir oralmente temas de Matemática”. Por sua vez, o NCTM (1989/91) afirma que tradicionalmente a avaliação tem focado a quantidade de conhecimentos dos alunos, uma perspectiva inadequada uma vez que hoje se reconhece que “a aprendizagem não é uma questão de acumulação mas sim de construção”; por isso, a avaliação do poder matemático dos alunos não pode reduzir-se a medir quanta informação eles possuem, devendo preocupar-se em determinar “até que ponto vai a sua capacidade e disposição para usar e comunicar essa informação”.

Se queremos avaliar não só os conhecimentos factuais que os alunos possuem mas também as capacidades que eles desenvolvem, se nos interessamos não só pelos aspectos cognitivos mas também por aqueles que são do domínio afectivo e social e que incluem atitudes e concepções dos alunos em relação à Matemática e à aprendizagem, então temos inevitavelmente que procurar formas e instrumentos de avaliação adequados. Os testes tradicionais, que são provas escritas, individuais, realizadas sem consulta e num período de tempo restrito, são insuficientes ou mesmo inadequados para avaliar a maior parte dos objectivos que hoje atribuímos aos currículos de Matemática.

Antes de abordar a questão dos instrumentos de avaliação, convirá reflectir um pouco sobre os princípios dessa avaliação. Inspirado em experiências anteriores — em particular na do projecto holandês Hewet (De Lange, 1987) — o Projecto MAT789, que constituiu uma experiência prolongada de inovação curricular desenvolvida em Lisboa entre 1988 e 1992, formulou do seguinte modo os princípios de avaliação:

(1) A avaliação deve gerar, ela própria, novas situações de aprendizagem.

(2) A avaliação deve ser consistente com os objectivos, os métodos e os principais tipos de actividades do currículo.

(3) A avaliação deve ter um carácter positivo, isto é, focar aquilo que o aluno já é capaz de fazer em vez daquilo que ele ainda não sabe, não se requerendo necessariamente o mesmo nível de desenvolvimento a todos os alunos.

(4) A avaliação, nas formas e instrumentos que utiliza, não deve estar dependente das possibilidades de se atribuírem classificações quantitativas aos alunos.

(5) A avaliação deve ocorrer num ambiente de transparência e confiança, no qual as críticas e sugestões sejam encaradas como naturais.

De acordo com estes princípios, o Projecto² concebeu e desenvolveu uma variedade de instrumentos de avaliação que usou de forma sistemática nas turmas experimentais (Leal, 1992; Leal e Abrantes, 1993; Abrantes, 1994). Estes aspectos são discutidos no capítulo seguinte da presente publicação.

Alguns obstáculos a ter em conta

As novas ideias no domínio da avaliação não são fáceis de concretizar. De um modo geral, os professores têm pouca experiência no uso de instrumentos distintos dos testes escritos usuais. Além disso, estes testes e os exames do mesmo tipo constituem uma tradição que está muito enraizada nas concepções da opinião pública, dos pais dos alunos, dos próprios alunos e até de muitos professores, e tendem a ser vistos como um meio mais “objectivo” ou mais “rigoroso” de avaliação quando comparados com métodos mais abertos e que se baseiam no julgamento “subjectivo” dos professores na sala de aula.

De facto, os professores estão hoje confrontados com algumas contradições do próprio sistema educativo. Os novos programas tendem a assumir uma visão mais “construtiva” da aprendizagem,

² A Equipa do Projecto MAT789 incluiu Eduardo Veloso, Leonor Cunha Leal, Margarida Silva Oliveira, Paula Teixeira e Paulo Abrantes. O Projecto foi apoiado pelo Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e foi financiado pela Fundação Calouste Gulbenkian.

colocando no primeiro plano a capacidade de resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação, recomendando o trabalho em grupo e uma participação mais activa dos alunos no processo de aprendizagem, chamando a atenção para a importância dos objectivos de natureza afectiva e do domínio das atitudes; mas, ao mesmo tempo, os testes e exames escritos continuam a exercer uma influência decisiva como forma de controlo sobre o ensino e a aprendizagem. Isto obriga o professor a gerir as tensões resultantes de assumir uma perspectiva que vê o ensino e a avaliação de uma forma integrada e que privilegia o papel formativo da avaliação, dentro de um sistema que valoriza essencialmente a avaliação sumativa.

Estas dificuldades não podem ser ignoradas nem subestimadas. No entanto, parece necessário que os professores vão desenvolvendo ideias e experiência na concepção e uso de formas mais justas de avaliação que não representem apenas uma "revolta" contra uma prática tradicional inadequada mas que sejam, em si mesmas, cada vez mais consistentes e convincentes. Trata-se de uma tarefa gigantesca que um professor não conseguirá realizar isoladamente mas que requer um trabalho persistente, desenvolvido em cooperação por equipas de professores, tanto ao nível da escola como de projectos de inovação de âmbito mais alargado.

Referências bibliográficas:

- Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática*. Tese de doutoramento. Lisboa: DEFCUL.
- APM (1991). *Avaliação: uma questão a enfrentar*. Lisboa: APM.
- Bloom, B. et al. (1956). *Taxonomy of educational objectives (Cognitive domain)*. Longman.
- CIEAEM (1994). *L'Évaluation centrée sur l'élève*. Lucia Grugnetti (ed.). Actas do 45º Encontro da CIEAEM, Cagliari, Itália.
- Cockeroll, W. (1982). *Mathematics counts* (report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools). Londres: Her Majesty Stationery Office.
- De Lange, Jan (1987). *Mathematics, insight and meaning*. Utrecht: OW&OC.
- Hadji, C. (1989). *L'évaluation, règles du jeu: des intentions aux outils*. Paris: ESF Ed.
- Kilpatrick, J. (1993). The chain and the arrow: from the history of mathematics assessment. Em Mogens Niss (ed.), *Investigations into assessment in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Leal, L. C. (1992). *Avaliação da aprendizagem num contexto de inovação curricular*. Tese de mestrado. Lisboa: DEFCUL.
- Leal, L. C. & Abrantes, P. (1993). Assessment in an innovative curriculum project for mathematics in grades 7-9 in Portugal. Em Mogens Niss (ed.), *Cases of assessment in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Va. [Tradução portuguesa: "Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar". Lisboa, APM/IE, 1991]
- NCTM (1992). *The Mathematics Teacher*, vol. 85, nº8.
- NCTM (1993). *Assessment in the mathematics class: 20m*. 1993 Yearbook. Reston, Va.
- Niss, Mogens (ed.) (1993). *Investigations into assessment in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, Mogens (ed.) (1993). *Cases of assessment in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ronberg, T. (1993). How one comes to know: models and theories of the learning of mathematics. Em Mogens Niss (ed.), *Investigations into assessment in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

FORMAS E INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO

Neste capítulo incluem-se exemplos de alguns tipos de instrumentos de avaliação que foram criados e usados pelo Projecto MAT789, no âmbito do currículo experimental de Matemática para os 7º, 8º e 9º anos de escolaridade que este Projecto desenvolveu entre 1988 e 1992, trabalhando directamente com alunos de quatro turmas de duas escolas da área de Lisboa.

De acordo com os princípios referidos no capítulo anterior, o Projecto foi criando uma variedade de instrumentos de avaliação, que eram complementares do ponto de vista do tipo de informação que forneciam:

- Relatórios e ensaios: produções escritas dos alunos, ora individuais ora em pequenos grupos, realizadas (algumas vezes em casa, outras na aula) sobre problemas e situações problemáticas.
- Produtos gerados pelos alunos, individualmente ou em grupo, no decorrer de projectos prolongados em que se envolveram.
- Testes em duas fases: testes escritos individuais realizados, numa primeira fase, na aula, com consulta e durante um período de duas horas, e, numa segunda fase, retomados em casa durante um período de uma semana, depois de o professor ter feito uma primeira apreciação e ter dado a cada aluno pistas e sugestões para melhorar ou desenvolver o seu trabalho inicial.
- Pequenas tarefas orais consistindo na apresentação, por um grupo, sobre a forma como resolveu um problema ou elaborou um trabalho, em geral seguida de crítica pela professora e pelos colegas.

- Entrevistas individuais (ou em pequenos grupos) e questionários.
- Observação do trabalho dos alunos nas aulas, seguida de reflexão e discussão (no seio da equipa do Projecto) sobre ocorrências significativas.

A criação de um sistema de avaliação satisfatório não foi imediata mas, de um modo geral, a avaliação terá deixado de constituir um motivo de especiais preocupações a partir do momento em que os alunos começaram a compreender o sistema e os professores a adquirir confiança na sua gestão. Havendo produtos frequentes e variados do trabalho realizado, e merecendo todos eles a mesma atenção da parte da professora, os alunos não tendiam a sobrevalorizar a importância dos testes que eram, aliás, pouco frequentes e feitos de um modo invulgar.

Uma das características dos processos de avaliação era o facto de não se considerar como definitivo o trabalho realizado por um aluno ou um grupo. Não eram só os testes que eram em duas fases. Ao elaborar um relatório, os alunos eram encorajados a consultar o professor ou mesmo a mostrar uma versão preliminar. Além disso, depois de analisado pelo professor, o trabalho era por vezes devolvido ao aluno com sugestões para ser repensado e melhorado. Só após este ciclo é que o professor atribuía uma classificação qualitativa (do tipo *Muito Bom*, *Bom*, *Satisfatório* ou *Fracó*), acompanhada normalmente de comentários.

A consistência da avaliação com os objectivos e as metodologias era uma preocupação permanente. Nalguns instrumentos, este problema não se coloca visto que as actividades de aprendizagem são, ao mesmo tempo, actividades de avaliação. É o que se passa com os relatórios ou com os projectos: não se realiza um projecto para aprender, seguido de outro para verificar se o aluno já aprendeu... A integração de aprendizagem e avaliação é um ponto forte deste tipo de actividades.

No caso dos testes, ainda que o formato em duas fases reduzisse a distância entre tarefas para aprender e tarefas para avaliar, a situação é diferente. Foi preciso atender ao modo de trabalho habitual nas aulas. Por exemplo, um teste de Geometria no 7º ano incluiu problemas em que era necessário fazer construções em cartolina; num teste do 9º ano, uma parte era feita no computador e os alunos entregavam a folha de respostas e uma disquete com o seu trabalho sobre um dado problema.

Um aspecto importante do processo de avaliação (como de todas as actividades do currículo) era o facto de os alunos disporem de bastante tempo para realizar as tarefas e para reflectir sobre elas. Apesar disso, os prazos estabelecidos deviam ser respeitados: houve situações em que a segunda fase de um teste ou um relatório não foi aceite porque o aluno tinha ultrapassado, sem justificação, os prazos definidos.

A primeira parte deste capítulo é dedicada aos testes em duas fases. Depois de se referir a sua origem e modo de funcionamento, apresenta-se e comenta-se um exemplo de um destes testes, tal como foi proposto aos alunos do currículo experimental. Incluiu-se ainda uma proposta de actividade que tem o objectivo de proporcionar alguma prática e discussão sobre o processo de apreciar as primeiras respostas dos alunos a um problema e dar-lhes sugestões apropriadas para melhorarem ou desenvolverem essas respostas numa segunda fase.

Na segunda parte, apresenta-se um exemplo de uma actividade na qual é proposto aos alunos que elaborem um relatório sobre uma dada situação problemática. Também aqui o propósito é motivar a discussão sobre as formas mais adequadas de avaliar este tipo de produções dos alunos.

O trabalho de projecto é tratado no último capítulo da presente publicação.

Testes em “duas fases”

Os testes “em duas fases” foram desenvolvidos originalmente na Holanda, pelo Projecto Hewet, com alunos dos últimos anos do Secundário. O Projecto MAT789 adaptou a ideia para alunos mais novos. As questões propostas incluíam: (i) perguntas de interpretação, justificações e problemas de resolução relativamente rápida, e (ii) alguns problemas abertos requerendo investigação e respostas mais desenvolvidas. Em qualquer dos casos, não se pedia a reprodução de definições ou regras tanto mais que os alunos podiam consultar cadernos e apontamentos. Mas pedia-se que as respostas fossem pormenorizadas e explicadas.

A ideia era que, na primeira fase, cada aluno resolvesse as questões de tipo (i) e começasse a trabalhar as de tipo (ii), esperando-se que, na segunda fase, corrigisse ou melhorasse as respostas às primeiras (se fosse caso disso) e desenvolvesse as segundas. As pistas e sugestões dadas pelo professor ao avaliar a primeira fase, variáveis consoante as respostas, desempenhavam um papel crucial no trabalho subsequente dos alunos.

Depois da primeira fase, o professor apreciava cada resposta e escrevia, se tal se justificasse, um comentário ou uma sugestão na folha do aluno. Ao mesmo tempo, registava, apenas para si, uma pontuação. Esta pontuação era atribuída geralmente numa escala 1-4 e correspondia a uma classificação “por impressão geral” ou, com mais frequência, a uma classificação “holística focada” — segundo a terminologia de Charles et al., 1987 (explicada no capítulo 3):

- 1 ponto para uma resposta incorrecta ou sem sentido;

- 2 pontos para uma resposta não aceitável mas revelando alguma compreensão e trabalho;

- 3 pontos para uma resposta correcta ou, em questões abertas e de desenvolvimento, aceitável como primeira versão;

- 4 pontos para uma resposta excelente.

Além disso, o professor anotava referências a respostas invulgares ou difíceis de interpretar. Estes elementos ajudavam a fazer uma avaliação de cada teste e da reacção da turma a cada problema, mas sobretudo serviam para apreciar a evolução da primeira para a segunda fase. De qualquer modo, os alunos entregavam de novo as suas primeiras respostas em conjunto com as segundas. No final do processo, o professor atribuía a cada aluno uma única classificação qualitativa global, por vezes acompanhada de um comentário adicional.

No exemplo seguinte, reproduz-se o enunciado de um teste proposto no 7º ano de escolaridade, sobre o tema “Números Naturais”, depois de os alunos terem trabalhado este tema nas aulas ao longo de um período de cerca de quatro semanas.

Teste de avaliação

Podes resolver as questões seguintes pela ordem que quiseres.

Utiliza a tua calculadora e consulta os textos de apoio ou o teu caderno sempre que achares conveniente.

Se nalgumas questões não tiveres tempo para dar respostas tão completas como gostarias, não te esqueças que o teste tem duas fases pelo que terás uma segunda oportunidade para as desenvolver.

1. Qual é o menor número natural que tem exactamente 5 divisores?
2. Dois números naturais dizem-se primos entre si quando não têm divisores comuns à excepção do 1. Por exemplo, 4 e 9 são primos entre si, assim como 8 e 15.
Qual será o mínimo múltiplo comum de dois números primos entre si? Porquê? Tenta escrever um enunciado geral que se aplique a estes casos.
3. “Se o produto de dois números é par então os números são ambos pares”.
Será isto verdade? Comenta.
4. Recorda que o jogo do *Trinca-Espinhas* consiste no seguinte: há uma lista de números, tu tiras um à tua escolha (desde que tenha divisores na lista), e o *Trinca-Espinhas* fica precisamente com os divisores desse número; o processo repete-se até que já não possas tirar qualquer número da lista, ficando os que sobram para o *Trinca-Espinhas*. A pontuação de cada um é a soma dos números respectivos.
Imagina que estás a jogar com os números naturais de 1 a 10. Como farias? Explica a tua estratégia.
5. Uma pessoa está doente e tem que tomar, por receita médica, dois medicamentos (A e B). O medicamento A deve ser tomado de 4 em 4

horas e o medicamento B de 10 em 10 horas. A pessoa começou a tomar ambos às 8 horas da manhã de um determinado dia.

Quando é que voltará a tomar os dois medicamentos ao mesmo tempo?

6. Aprendeste já três métodos para determinar o máximo divisor comum (mdc) de dois números.

Em anos anteriores, sabias calcular o mdc de dois números a partir dos respectivos conjuntos de divisores.

Aprendeste também a utilizar a decomposição em factores primos dos números para o cálculo do seu mdc.

No texto de apoio, está explicado um outro método, o algoritmo de Euclides.

Procura agora responder à seguinte questão: em que casos te parece mais indicado usar um ou outro destes métodos?

Faz as experiências que te pareçam necessárias para formares uma opinião e apresenta-as conjuntamente com a tua resposta.

7. Imagina um código que permita a comunicação em português e que utilize apenas três símbolos: +, *, o.

Inventa um código desse tipo, procurando que ele seja o mais prático possível na maneira de representar as letras, algarismos e outros caracteres necessários à comunicação.

Tenta explicar as razões que te levaram a construir o código dessa maneira e não de outra.

As questões 4, 6 e 7 são claramente de resposta aberta. Nas outras, há respostas previamente classificáveis em certas e erradas mas as estratégias e explicações possíveis são muito diferentes.

Por exemplo, a questão 1 pode ser resolvida (a) por tentativas, (b) a partir de uma reflexão sobre quais os números que podem ter um número ímpar de divisores, ou (c) com base na relação entre o número de divisores e os expoentes dos factores. Mesmo em cada uma destas opções há respostas qualitativamente diferentes. Por exemplo, pode-se

resolver por tentativas mas ver que alguns números devem ser logo excluídos.

A questão 5 pode ser resolvida com o auxílio de um esquema ou, mais formalmente, recorrendo-se à noção de mínimo múltiplo comum.

Nas questões 2 e 3, a qualidade da argumentação pode ser muito variável.

Um aspecto saliente é que respostas igualmente classificáveis como correctas podem revelar diferentes níveis de aprendizagem.

Nas questões abertas, as respostas da primeira fase (mesmo as mais satisfatórias) podem ser muito melhoradas se o aluno dispõe de tempo e de sugestões apropriadas. Na questão sobre o *Trinca-Espinhas*, por exemplo, duas alunas não responderam porque não se haviam interessado pelo jogo quando este foi trabalhado na aula mas, na segunda fase, usaram de novo o computador e conseguiram responder. Outros propuseram estratégias ganhadoras mas foram convidados a procurar obter a máxima pontuação possível. Outros ainda, com respostas muito boas na primeira fase, foram encorajados a descrever melhor a sua estratégia ou a discutir a validade desta com uma sequência maior de números.

Este tipo de teste revelou-se adequado aos princípios de avaliação, ao proporcionar novas ocasiões para aprender, ao assumir carácter positivo e ao reduzir o medo de errar (uma aluna considerou mesmo que “é como ter uma aula outra vez”). A experiência sugeriu, por outro lado, que eram precisos cuidados especiais:

- na escolha e formulação das questões — nem todas as questões serão igualmente apropriadas para um teste em duas fases;
- nas sugestões para a segunda fase — que serão variáveis de uns alunos para outros e que o professor tem que formular em função de

cada resposta; e da sua expectativa sobre as possibilidades do aluno respectivo;

• no momento de realização dos testes — por exemplo, evitando fazê-los coincidir com o final dos períodos escolares de modo a que os alunos e os pais não lhes atribuam uma importância excessiva face a outros instrumentos de avaliação.

A actividade seguinte é aqui incluída com o propósito de proporcionar uma reflexão sobre o papel do professor no momento de apreciar as respostas dadas por vários alunos a um dado problema e de decidir quais serão, para cada um, as pistas e sugestões mais apropriadas para a segunda fase.

Problema (7º ano de escolaridade):

Dois números primos dizem-se “gémeos” se são números ímpares consecutivos. Por exemplo, 5 e 7 são números primos gémeos.

Que se poderá afirmar sobre o número que fica entre dois primos gémeos maiores que 3? Faz as experiências que achares necessárias e explica a tua resposta.

João:

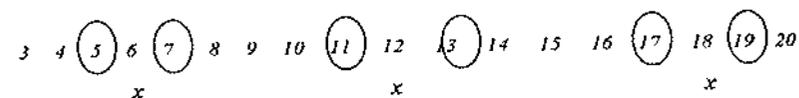
Os números primos são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, etc. Então vê-se que 3 e 5 são gémeos, 5 e 7 também, assim como 11 e 13. Os que estão no meio deles são o 4, o 6 e o 12. Eu acho que têm que ser sempre números pares.

Ana Luísa:

Exemplos: 5 e 7, 11 e 13, 17 e 19. O número que fica entre eles é o 6, depois o 12, depois o 18. Estes números são os múltiplos de 6.

Ricardo:

Entre dois números ímpares tem que ficar um número par. Eu fiz um esquema:



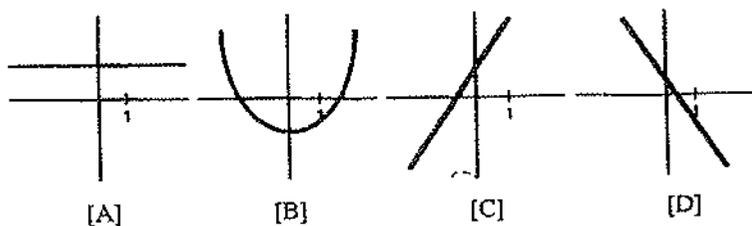
Alguns números ímpares não são primos, por exemplo o 9 e o 15. Eles não são primos porque são múltiplos de 3. Os outros múltiplos de 3 no meio destes são pares, por exemplo o 6, o 12 e o 18. Eu acho que estes é que podem estar entre dois gémeos e realmente o 6 está entre o 5 e o 7, o 12 está entre o 11 e o 13, e o 18 está entre o 17 e o 19.

Teresa:

Se são ímpares, entre eles tem que ficar um número par. E se são maiores que 3, o número par tem que ser maior do que 4.

Problema (8º ano de escolaridade):

Observa com atenção os quatro gráficos seguintes:



Qual deles poderá representar a função de Q em Q definida por $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$?

Porquê?

Rui:

É o gráfico C. Eu dei alguns valores e fiz uma tabela:

0		1
1		2,5
2		4

e estes valores só dão para o gráfico C.

Joana:

O gráfico A não pode ser porque as imagens são todas iguais. O B também não porque é uma função em que o x devia estar elevado ao quadrado. Do C e do D não sei bem, acho que não temos dados suficientes para responder.

Isabel:

O A não é porque é uma função em que o x não importa. O B não é porque representa uma função em que o x tem um expoente 2 ou 4 por exemplo. E o D também não é porque é de uma função como $-2x + 1$ (ou $0,5$), não sei bem se é -2 mas é um número negativo. Então só pode ser o C e realmente o x está positivo e o gráfico passa mais ou menos no I mas também não podemos ter a certeza porque não está bem feito em papel milimétrico.

Relatórios

A elaboração pelos alunos de ensaios ou relatórios sobre situações problemáticas em torno das quais fizeram algum trabalho de exploração ou de investigação pode constituir, ao mesmo tempo, um factor de aprendizagem e um elemento significativo de avaliação. Num interessante artigo (de que se inclui uma tradução no capítulo 3 desta publicação), J. Kilpatrick, ao discutir o problema da avaliação, compara mesmo a resolução de problemas de Matemática com a tarefa de escrever uma composição, atribuindo um papel central ao aspecto da comunicação.

Na experiência do Projecto MAT789, os alunos foram confrontados por diversas vezes com a tarefa de elaborar relatórios, nalgumas ocasiões em pequenos grupos e noutras como uma tarefa de natureza individual.

Um exemplo foi o "trabalho das matrículas". Depois de uma unidade em que os alunos (no 7º ano) trabalharam sobre diversos problemas de contagem que envolviam processos combinatórios, uma das actividades para fazer em casa ao longo de uma semana dizia respeito à questão de saber se o sistema português de matrículas de automóveis era adequado e que alternativas poderiam ser consideradas. Os alunos receberam elementos sobre sistemas de diversos países, alterações ocorridas e dados de natureza demográfica, e foram encorajados a procurar outras informações pertinentes. Deviam comentar uma carta (autêntica) publicada numa revista, na qual um leitor defendia um ponto de vista sobre o problema, baseado em argumentos numéricos pouco claros. O comentário incluiria, se fosse caso disso, uma proposta fundamentada para um novo sistema a usar no nosso país.

O trabalho dos alunos poderia ser melhorado depois de criticado pela professora, dando origem a uma segunda versão. De resto, foi isso que sucedeu com muitos alunos. Além disso, os alunos foram encorajados a mostrar versões preliminares e a trocar impressões com a professora antes de entregarem o seu trabalho.

A avaliação deste tipo de trabalhos implica que o professor:

(a) estabeleça critérios gerais incluindo pontos como a compreensão que o aluno revela face ao problema concreto em estudo, a correcção dos aspectos matemáticos que surgem no trabalho, a qualidade da argumentação, a originalidade e apresentação, etc.;

(b) considere igualmente critérios específicos que considerem o modo como cada aluno abordou a tarefa e que permitam fazer uma apreciação tanto quanto possível holística de cada trabalho.

Apresenta-se a seguir o relatório produzido por uma aluna bem como as duas versões do relatório de um seu colega a quem a professora pediu que melhorasse a versão inicial. Estes documentos podem ser usados como material para uma discussão sobre formas adequadas de avaliar relatórios e de dar informações relevantes aos próprios alunos.

Relatório da aluna A (7º ano, 12 anos).

Cada país tem um tipo de matrículas conforme a quantidade de população. O nosso sistema é 4 algarismos e 2 letras, (ex: GL-34-87) e são possíveis 6.760.000 combinações. Este método já não serviria para a Itália (por exemplo), porque a sua população é mais numerosa.

Na Holanda que usava 4 algarismos e duas letras (ex: 13-TL-27), passou a utilizar um sistema com maior número de combinações: (ex:

BD-27-CI) um conjunto de duas letras, 2 dígitos e duas letras, que dispõe de 45.697.600 matrículas.

P.S. Para obter o nº de combinações possíveis multiplica-se o nº de hipóteses que temos disponíveis. Ex: se eu tiver 3 pares de sapatos e 2 pares de meias para saber quantas maneiras diferentes me posso calçar tenho de multiplicar 2 (pares de meias) x 3 (pares de sapatos) e assim obtenho 6 maneiras de calçar diferentes.

No caso das matrículas, trata-se de letras e dígitos, como já bem sabemos. Há 26 letras diferentes e dígitos apenas existem 10. Assim para obter o número de matrículas possíveis temos de multiplicar 26 por 10, conforme o número de letras e/ou números.

Ex:

W 1 5 8 4 1 N

$$26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 26 = 67.600.000$$

O jornalista Jorge Barreiros comenta num dos seus artigos que algumas pessoas pensam em mudar o tipo de matrícula que usamos. Este é de opinião contrária, pois acha que o nosso sistema é satisfatório, prático e legível. Eu apoio a sua opinião e acho que ele disse muito bem: "... não cremos que, neste país, mesmo ultrapassando o ano 2099, se atinja a saturação que nesta altura já apoquentá tanta gente".

Mas no caso de ser necessário mudar eu aconselharia um método que é utilizado na Bélgica, que também é prático, legível e não apresenta o risco de ter de mudar tão cedo.

Relatório do aluno B (7º ano, 15 anos) — primeira versão.

Vimos que na Bélgica o sistema de matrículas era Bom devido ao seu número de população. Devido a sua população não ser grande o sistema de matrículas utilizado dava para a população e muito mais.

A sua população era de 9938 milhares e o número de matrículas que se podia fazer era de 17 milhões.

Em Portugal o seu sistema era bom havia poucos habitantes e muitas matrículas.

Claro na Holanda não sucedeu o mesmo.

O seu primeiro sistema era mau devido a haver mais habitantes cerca 13.650.000 para 6.760.000 de matrículas.

Por isso meteram 2 letras, dois números e duas letras assim o número de matrículas aumentava para 43.690.600.

Austria o sistema não era bom porque havia certas províncias que a sua população era grande. Províncias pequenas o sistema dava certo se a sua população fosse menor que 900 Mil habitantes. Tirol estava nessa situação tinha apenas 575.300 habitantes. Mas em Viena não dava porque a sua população era de 1.590.000. Tinha-se de fazer um sistema novo porque havia mais população do que matrículas. O sistema novo de uma letra, cinco algarismos e outra letra dava para 2.340.000 habitantes. Satisfazia todos.

Portugal a sua população era 10373 mil habitantes e o seu sistema utilizado dava para 6.760.000. Tal como o (produtor) autor do texto das matrículas estava correcto e os seus argumentos também.

Acho que agora devia todo estar bem, de futuro devido ao aumento de população, se for preciso mudavase para duas letras, três números e três números.

Relatório do aluno B (7º ano, 15 anos) — segunda versão.

Em cada país tem-se um tipo de matrículas. Claro conforme o número de população. Em Portugal o seu sistema é de 4 algarismos e de 2 letras, e são possíveis 6.760.000 combinações. Estas combinações não foi um número pensado tive de fazer cálculos!

$$1 \text{ J} \text{ --- } 2 \text{ 4} \text{ --- } 7 \text{ 5} = 6.760.000 \text{ combinações}$$
$$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

Na Itália já não acontece o mesmo por a sua população é mais numerosa. Portugal tem 10373 mil habitantes e a Itália tem 55810 mil habitantes.

A Holanda que o seu sistema de 4 algarismos e duas letras passou a utilizar um conjunto de duas letras, 2 dígitos e duas letras. Agora dispõe de muitas matrículas, de 45.697.600.

$$H \text{ J} \text{ --- } 1 \text{ 2} \text{ --- } 1 \text{ H} = 45 \text{ 697 600}$$
$$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26$$

Para se obter o número de combinações possíveis faz-se:

Multiplica-se o número de letras ou números que podemos meter na primeira casa pela segunda ou outras tantas...

H

J

26 letras possíveis

26 letras possíveis

$$26 \times 26 = 676$$

Mas se forem números é diferente.

7

8

10 números possíveis

10 números possíveis

$$10 \times 10 = 100$$

Se a matrícula for assim HJ.12.77 fazemos

$$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 6.760.000 \text{ combinações.}$$

O jornalista disse que algumas pessoas pensam mudar as matrículas. Ele acha que o nosso sistema é satisfatório e legível. Eu gosto da sua opinião. Neste país, quando ultrapassar o ano 2099 se atingir o maior número de população que vem logo apoquentar as pessoas. Nessa altura devia-se mudar as matrículas. Para 3 letras, 3 números, 2 letras. Não haveria mais problemas.

AVALIAÇÃO DE ACTIVIDADES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo são incluídos alguns materiais para se reflectir sobre questões centrais na avaliação das actividades de resolução de problemas em Matemática.

A primeira parte é uma tradução do artigo de Jeremy Kilpatrick com o título original "Some Issues in the Assessment of Mathematical Problem Solving". Este texto corresponde a uma comunicação apresentada pelo autor no seminário sobre "Advances in Mathematical Problem Solving Research" (Viana do Castelo, Portugal, Abril de 1991) e está incluído no livro da Springer-Verlag intitulado "Mathematical Problem Solving and New Information Technologies" de que são editores J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos e D. Fernandes, e que foi publicado em 1992.

Neste artigo, Kilpatrick discute os efeitos negativos de uma avaliação baseada em testes e aponta a necessidade de se procurarem formas de avaliação válidas que estejam de acordo com a visão de que a resolução de problemas é situada e os processos mentais têm um carácter múltiplo e não linear. O autor explora a ideia de comparar a resolução de um problema em Matemática com a tarefa de escrever uma composição na língua materna e reclama uma perspectiva holística na avaliação das actividades de resolução de problemas. Argumentando que a Matemática está directamente relacionada com a comunicação, Kilpatrick defende que, a par de esforços analíticos, é preciso valorizar tarefas como pedir ao aluno que escreva um relatório

explicando como resolveu um dado problema de um modo que possa satisfazer um leitor: "o aluno que não é capaz de comunicar aquilo que fez com um problema não o resolveu verdadeiramente".

A segunda parte inclui propostas de critérios de avaliação holística para a resolução de problemas apresentadas por R. Charles, F. Lester e P. O'Daffer no livro "How to Evaluate Progress in Problem Solving" (NCTM, 1987) e aqui traduzidas e adaptadas. Incluem-se ainda algumas respostas dadas por alunos a determinados problemas, sugerindo-se que elas sejam usadas para ensaiar a aplicação dos referidos critérios e tomadas como ponto de partida para uma discussão sobre as vantagens e limitações de cada conjunto de critérios.

A terceira parte apresenta uma proposta de actividade consistindo na avaliação das respostas dadas por vários alunos a uma tarefa envolvendo a interpretação de gráficos. Foi traduzida e adaptada do livro "The Language of Functions and Graphs" do *Shell Centre for Mathematical Education* da Universidade de Nottingham (1985).

Algumas questões na avaliação da resolução de problemas em Matemática

Jeremy Kilpatrick, Universidade da Geórgia

Na medida em que a resolução de problemas se tornou uma expressão comum, se não mesmo um aspecto central do currículo da Matemática escolar nos últimos anos, ela veio originar sérias questões de avaliação. A maior parte destas questões diz respeito a como o desempenho na resolução de problemas pode ser medido, contudo algumas referem-se à avaliação em geral e outras correspondem a como deve ser entendida a resolução de problemas. Este texto remete-se a algumas questões de cada tipo, já que elas estão relacionadas com possibilidades de um desenvolvimento e investigação mais profundos na Educação Matemática.

O movimento em favor de testes de “novo tipo”, ou objectivos, que surgiu em diversos países durante a primeira metade deste século teve tendência a realçar a medição do conhecimento de um aluno como o indicador básico do rendimento desse aluno numa disciplina escolar. Na conferência final do Inquérito Internacional de Exames (Monroe, 1939, pp. 240-252), por exemplo, E.L. Thorndike afirmou que, por várias razões, os exames deveriam ser tão psicometricamente “puros” quanto possível e, por isso, os exames da Matemática não deveriam ser confundidos com medidas de aptidão verbal ou de conhecimento geral do mundo. A ênfase dada às medidas puras e à classificação objectiva, conjugadas com a visão “behaviorista” de que o pensamento complexo pode ser decomposto em partes mais simples a serem apreendidas primeiro, conduziu aos testes de escolha múltipla e de resposta curta tão comuns hoje em dia. tais testes realçam o que os alunos não sabem:

Uma classificação alta num teste deste tipo não demonstra infalivelmente a obtenção daquilo que denominamos por uma educação liberal; mas uma classificação baixa demonstra infalivelmente uma falha dessa educação liberal porque revela a ausência das bases sobre as quais ela se sustenta... Pode possuir-se uma árvore florida sem fruto, mas não se pode ter fruto sem uma árvore; o saber- amplo e preciso - é a árvore na qual o fruto, ao qual chamamos cultura, deve crescer (M. McCoun, citado em Kandel, 1936, p. 140).

Um dos problemas que enfrentamos ao avaliarmos a resolução de problemas consiste no facto da maioria das técnicas de avaliação correntes estar dirigida para classificar o tipo de madeira da árvore do conteúdo do saber e não para saborear e julgar o fruto da resolução de problemas. Os alunos acostumaram-se de tal modo a testes incidindo apenas em conhecimentos, que não sabem como responder a questões envolvendo a resolução de problemas complexos, seja no trabalho diário ou em provas de avaliação.

Outra fonte de dificuldade na avaliação da resolução de problemas consiste na deficiência em distinguir claramente entre os diferentes tipos de problemas. Do ponto de vista histórico, parece que os problemas foram incluídos no currículo escolar primordialmente para fornecer um meio de introduzir e praticar técnicas de resolução de exercícios (Stanic & Kilpatrick, 1988). Consequentemente, os problemas constantes no currículo são, na sua maioria muito directos e rotineiros. As secções nos testes normalizados denominadas “resolução de problemas” tendem a consistir em aplicações simples de conhecimentos factuais a situações problemáticas estereotipadas, bem estruturadas e bem ensaiadas. Esses testes podem apreender o tipo de

resolução de problemas (ou de respostas a exercícios) que é típica de muitos livros de texto e de muitas aulas, mas não avaliam a resolução de problemas de um tipo mais aberto e original. Os esforços para estudar os "processos" utilizados nas respostas a esses exercícios em vez de avaliar simplesmente os seus "produtos" podem ser, de alguma maneira, mal dirigidos.

Por exemplo, alguns investigadores têm desenvolvido esquemas de classificação analíticos" (Lester & Kroll, 1990, pp. 63-64) baseados em "fases" da resolução de problemas semelhantes as fases utilizadas por Polya (1957) em "How to solve it". Na medida em que esses esquemas são aplicados aos processos que os alunos parecem usar quando resolvem problemas "pensando alto", os esquemas podem ajudar os professores e os investigadores a perceberem como um aluno está a abordar um problema. Mas é difícil ver o valor de tais esquemas quando os problemas são rotineiros e o avaliador está a examinar o trabalho escrito dos alunos, procurando provas destes terem "entendido o problema", ou "terem esboçado um plano". Qualquer inferência acerca do processo que um aluno está a usar será, de algum modo, duvidosa e necessita de ser confirmada através de outras informações. Além disso, o objectivo de resolver um problema rotineiro é obter a solução oficial que toda a gente sabe que lá está. Não interessa como a solução foi obtida, o objectivo é obtê-la.

Na primeira "Avaliação Nacional do Progresso da Educação" nos E.U.A. que lidou com a Matemática, uma parte da avaliação foi conduzida através de entrevistas. Os construtores de testes pensaram que um exercício da "vida real", como fazer o saldo de um livro de cheques, poderia originar processos interessantes da resolução de problemas. Talvez isto acontecesse, mas no contexto de uma tal avaliação, no que todas aquelas pessoas estavam realmente

interessadas para o exercício ser classificado, era saber se tinha ou não sido feito o balanço do livro de cheques. O número de examinandos que o fizeram de uma forma, perante o número dos que o fizeram de outra forma, pode intrigar um investigador mas não teve realmente nenhum valor prático. Penso que o mesmo se aplica a vários procedimentos para resolver simples problemas de palavras. Quando tais procedimentos são estudados como parte de um projecto de investigação ou para fornecer a um professor informação sobre os seus alunos, eles podem ser informativos. No entanto, quando produzem apenas informação descritiva relacionada com uma avaliação, parecem ser relativamente desprovidos de sentido. Para a avaliação, a questão não é tanto o que o aluno estava a pensar enquanto delineava uma solução mas sim qual a solução que o aluno apresenta. A não ser que sejam reconstruídos, os problemas de palavras simples requerem apenas uma palavra, número ou frase como resposta. Não desafiam o aluno a compor uma explicação ou justificação talvez, por exemplo, o exercício do livro de cheques fosse mais revelador se se tivesse pedido aos examinados não apenas para fazer o saldo do livro de cheques mas para explicar como se faz o saldo - depois de o terem feito e não enquanto o estavam a tentar fazer.

Tentativas para incluir mais problemas desafiantes nos instrumentos de avaliação enfrentaram diversas complicações. Esses problemas tendem a tornar-se difíceis para os alunos responderem, especialmente num teste de tempo limitado. A não ser que o ensino prévio tenha familiarizado os alunos com problemas semelhantes, eles podem não saber como começar ou qual o tipo de resposta que é esperada. O processo de pontuar as suas respostas pode originar classificações cujo significado é incerto ou de fiabilidade duvidosa.

O "Programa de Avaliação da Califórnia" (1989) experimentou um conjunto de 5 questões de resposta aberta no seu "Estudo de Competências Académicas no 12º ano", realizado em 1987-1988. As perguntas aparentaram ser bastantes difíceis: as respostas classificadas como "demonstrando competência" nunca foram mais do que 20% do total, e de 50% a quase 70% não forneceram resposta ou forneceram uma resposta "inadequada". A "Comissão de Aconselhamento da Avaliação em Matemática" conjecturou que o fraco resultado se devia à falta de experiência dos alunos em expressarem idéias matemáticas por escrito. Várias gerações de testes de resposta curta nos EUA parece terem causado dificuldades aos alunos quando lidam com perguntas de resposta aberta.

Na Holanda, o Projecto Hewet (Lange Jzn, 1987) parece ter tido relativamente maior sucesso que o "Projecto de Avaliação da Califórnia" ao apresentar alternativas aos testes escritos de tempo limitado. O Projecto Hewet tentou uma variedade de alternativas. Uma delas consistia em tarefas de duas fases nas quais o aluno faziam um teste escrito de tempo limitado composto por perguntas de resposta aberta e de ensaio; as respostas eram classificadas, e os alunos tinham oportunidade de refazer o teste em casa durante varias semanas de modo a obter uma segunda classificação. Outras alternativas consistiriam em tarefas realizadas em casa, ensaios e testes orais. Talvez por causa do diferente tipo de ensino e de tipo de testes de Matemática das escolas holandesas comparados com o que se pratica nas escolas californianas, mas provavelmente mais ainda por causa do ensino especial praticado no âmbito do Projecto Hewet, o nível de desempenho foi relativamente alto. Os 28 alunos (de dois professores) participantes num exame interno atingiram classificações médias entre 6 e 8 numa escala de 1 a 10 num teste escrito de tempo limitado, numa

tarefa a realizar em casa, e num teste oral. O projecto não deixou que problemas de intersubjectividade na classificação controlassem a selecção das tarefas propostas aos alunos. Os critérios ou princípios, para desenvolver tarefas alternativas de avaliação foram que estas deveriam (a) melhorar a aprendizagem, (b) permitir que os candidatos mostrem aquilo que sabem, (c) operacionalizar os objetivos do currículo, (d) não ser seleccionadas pelo facto de permitirem uma classificação objectiva, e (e) adaptar-se à prática escolar habitual (Lange Jzn, p. 183).

A procura de uma classificação objectiva e de alta fiabilidade fazem parte do mito de eficiência que dá forma e orienta muito da avaliação hoje em dia. No entanto, como Norman Frederiksen (1984) observou.

Os testes eficientes tendem a eliminar testes menos eficientes, deixando muitas capacidades importantes por testar - e por ensinar. Uma tarefa importante para educadores e psicólogos é desenvolver instrumentos que reflectam melhor todo o domínio dos objetivos educacionais e encontrar maneiras de os utilizar na melhoria do processo educacional (p.201).

Os psicólogos parecem estar à procura não apenas de novos instrumentos mas também de novas teorias para apoiar a construção desses instrumentos. "Constitui apenas um pequeno exagero descrever a teoria de testes que domina actualmente o sistema de medidas educacionais como aplicação da estatística do século 20 à psicologia do século 19" (mislevy, 1989). A teoria de testes dominante trata a capacidade de resolução de problemas como uma variável única e contínua, enquanto que a psicologia cognitiva corrente concebe a

resolução de problemas como requerendo inevitavelmente uma variedade de processos, incluindo a reestruturação de conhecimentos, o desenvolvimento de representações internas e a utilização de estratégias sofisticadas para construir e para verificar e criticar soluções. Pressões para criar instrumentos de teste eficientes podem ter inibido o desenvolvimento de modelos de medida que incorporem a nova visão da cognição como um processo não-linear, dinâmico e contextualizado.

Os educadores e investigadores relacionados com a educação não precisam de esperar por novos modelos de medida para começarem a investigar novas abordagens da avaliação de problemas. Uma das abordagens mais promissoras é tratar a resolução de um problema como uma tarefa de composição escrita. Isto é, tal como nesta se pode distinguir a "narração do saber" da "transformação do saber" (Bereiter & Scardamalia, 1987), também ao resolver um problema se pode observar que parte do processo de pensamento é uma execução quase mecânica de um procedimento previamente praticado, enquanto que outra parte opera a vários níveis para originar um entendimento do problema através de várias transformações que acabam por produzir uma solução. Quando um relatório escrito sobre a resolução de um problema matemático é solicitado a um aluno, este compromete-se numa actividade muito parecida com a de escrever uma composição. Ele necessita de planejar como o argumento será organizado, o que é que o leitor precisa de saber, e como estão relacionadas as várias ideias. A resolução escrita pode ser avaliada de um modo muito parecido com o que se avalia um ensaio, e pode ver-se se a resolução inclui apenas desempenho mecânico ou algum nível mais profundo de compreensão. Tais composições foram usadas durante muito tempo em exames escritos em muitos países, mas caíram em desuso nos anos

mais recentes. O seu restabelecimento beneficiaria o ensino tanto na resolução de problemas como na sua avaliação.

Os professores não darão ênfase suficiente à criação de uma composição como um meio de informar sobre o modo de resolução de problemas do aluno. Eles têm tendência para pedir aos alunos que mostrem o seu trabalho, o que dará relevo ao processo de pensamento do momento, em vez de pedir-lhes que escrevam a sua resolução de modo coerente, o que descaria a necessidade de olhar para trás para aquilo que já se fez e de construir uma comunicação clara sobre isso. Quando se conjuga um problema matemático não rotineiro com a tarefa de escrever um ensaio sobre a sua resolução, abrem-se novas oportunidades à avaliação. Os alunos podem manter jornais que relatem a evolução das suas ideias sobre o problema. Podem submeter à opinião do professor ou de outros alunos esboços dos seus ensaios para um comentário editorial (não tanto sobre os mecanismos da prosa mas sobre o seu poder de comunicação). Podem trabalhar o problema - e a construção da sua resolução sob a forma de ensaio - em colaboração com outros alunos. Desta forma, a resolução de problemas torna-se numa oportunidade para desenvolver competências tanto de Matemática como de comunicação.

Provavelmente, os investigadores continuarão a tentar decompor a resolução de problemas em componentes que possuem ser avaliados separadamente. Os esforços nesta linha não devem ser desacreditados mas também não devem ser aceites sem crítica. É preciso questionar constantemente se as tarefas constituintes de um instrumento proposto são ou não problemas matemáticos com algum significado. Em paralelo com estes esforços analíticos, alguns esforços devem ser feitos para explorar uma abordagem mais holística da avaliação da resolução de problemas na qual um único problema significativo é tomado como

a unidade de interesse e a tarefa do aluno é, não só encontrar uma solução que seja pessoalmente satisfatória, mas descrever por extenso uma solução que satisfaça um leitor. A Matemática está relacionada com a comunicação. O aluno que não consegue comunicar aquilo que fez com um problema não o resolveu verdadeiramente. A comunicação pode ser oral, pode ser escrita ou tomar uma variedade de formas mas a avaliação da resolução de problemas em Matemática deve centrar-se nessa comunicação.

Nota: Este texto foi preparado para o Seminário Internacional "Avanço na Investigação da Resolução de Problemas em matemática" em Viana do Castelo, Portugal, 27-30 Abril 1991. Desejo agradecer a Verna Adams por ter sugerido a ideia da resolução de problemas como uma tarefa de composição.

Texto traduzido por Margarida Moita
e revisto por Paulo Abrantes

Referências

- BEREITER, C., & SCARDAMALIA, M. (1987). *The Psychology of Written composition*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- California Assessment Program. (1986). *A question of thinking: A first look at student's performance on open-ended questions in mathematics*. Sacramento: California State Department of Education.
- FREDERIKSEN, M. (1984). The real test bias: Influences of testing on teaching and learning. *American Psychologist*, 39, 193-202.
- KANDEL, I.L. (1936). *Examinations and their substitutes in the United States: (Boletim n° 28)*. New York: Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching.
- LANGE, Jan, J. de. (1987). *Mathematics, insight and meaning*. Utrecht: Rijksuniversiteit Utrecht, Vakgroep Onderzoek Wiskunde Onderwijscomputereentrum.

- LESTER, F. K., Jr. & KROLL, D.L. (1990). Assessing student growth in mathematical problem solving. In G. Kulm (Ed.), *Assessing high order thinking in mathematics* (p. 53-70). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.
- MISLEVY, R.J. (1989). *Foundations of a new test theory* (Report n° RR 89-52-ONR). Princeton, N.J: Educational Testing Service.
- MONROE, P. (Ed.).(1939). *Conference on examinations* (Dinard, France, September 16-19, 1938). New York: Columbia University, Teachers College, Bureau of Publications.
- POYA, G. (1945). *How to solve it* (2° ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- STANIC, G.M.A., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. Em R.I. Charles & E.A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (Research Agenda for Mathematics Education, Vol. 3, p.1-22). Hillsdale, NJ: Erlbaum; Reston, VA: NCTM.

Métodos de avaliação holística³

No livro "How to Evaluate Progress in Problem Solving", Charles, Lester e O'Daffer (1987) discutem a avaliação do progresso na resolução de problemas. Ao comentarem a questão de saber o que queremos avaliar, apresentam como objectivos das actividades de resolução de problemas no contexto da disciplina de Matemática o desenvolvimento de:

- 1) capacidades de raciocínio dos alunos;
- 2) capacidades de seleccionar e usar estratégias de resolução de problemas;
- 3) atitudes e concepções úteis sobre resolução de problemas;
- 4) capacidades de usar conhecimentos relacionados (com um dado problema);
- 5) capacidades de avaliar o próprio raciocínio e progresso na resolução de um problema;
- 6) capacidades de resolver problemas em situações de aprendizagem cooperativa;
- 7) capacidades de encontrar respostas correctas numa variedade de tipos de problemas;

Ao longo do livro, apontam e comentam vários processos de avaliação que podem ser usados pelo professor, designadamente:

1. Observar e questionar.
2. Usar dados de auto-avaliação.
3. Avaliação holística.
4. Testes (de escolha múltipla e de completar).

³ Adaptado de How to Evaluate Progress in Problem Solving (Charles, Lester, O'Daffer, NCTM, 1987).

O ponto 3 diz respeito a aspectos particularmente interessantes das propostas destes autores. Eles referem três métodos de classificação holística (*holistic scoring*):

- a) Classificação analítica.
- b) Classificação holística focada.
- c) Classificação por impressão geral.

Para os dois primeiros métodos, propõem escalas de classificação que são conjuntos de critérios para avaliar e classificar as respostas dos alunos. No caso do terceiro, como o próprio nome sugere, não há uma escala previamente definida para ser usada.

Apresentam-se a seguir as escalas referidas e, para cada método, um conjunto de respostas de alunos a problemas dados. Estas respostas podem constituir "exercícios" de aplicação dos critérios respectivos e, a partir daí, proporcionar uma discussão sobre os méritos e limitações desses critérios e da sua utilização.

Deve notar-se que se supõe que as respostas foram dadas por alunos de 10-11 anos de idade, antes de qualquer estudo sobre equações ou técnicas de cálculo combinatório. Por isso, as questões são para os alunos verdadeiros problemas e não exercícios de aplicação de técnicas de cálculo previamente aprendidas.

Escala de classificação analítica

Compreender o problema

- 0: Completa incompreensão do problema
- 1: Parte do problema incompreendido ou mal interpretado
- 2: Completa compreensão do problema

Planear a solução

- 0: Nenhuma tentativa, ou um plano totalmente inadequado
- 1: Plano parcialmente correcto baseado na parte do problema que foi interpretada correctamente
- 2: Plano que poderia (poderá) conduzir a uma solução correcta se fosse (for) implementado adequadamente

Dar uma resposta

- 0: Nenhuma resposta, ou uma resposta incorrecta baseada num plano inadequado
- 1: Erro de cálculo, ou resposta parcial para um problema com múltiplas respostas
- 2: Resposta correcta e correctamente indicada

Exemplo (classificação analítica):

Tom e Sue visitaram a fazenda dos avós. Havia lá algumas galinhas e porcos. Tom disse: "Vejo 18 animais ao todo". Sue respondeu: "Sim, e todos juntos têm 52 patas". Quantas galinhas e quantos porcos havia?

9c $9 \times 2 = 18$	9p $9 \times 4 = 36$	18 $+ 34$ <hr/> $52 - 2$ too much
10c $10 \times 2 = 20$	8p $8 \times 4 = 32$	20 $+ 32$ <hr/> 52 Anne

Answer: 10 chickens
8 pigs

9c $9 \times 2 = 18$	9p $9 \times 4 = 34$
18 $+ 34$ <hr/> 52	Rosita

$9 + 9 = 18$
Answer 9 pigs 9 chickens
Mike

Escala de classificação holística focada

0 pontos.

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- Estão em branco.
- Os dados foram apenas copiados do enunciado mas não há qualquer trabalho com esses dados, ou há algum trabalho mas não parece haver compreensão do problema.
- Apresentam simplesmente uma resposta incorrecta.

1 ponto.

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- Há um começo de trabalho para além da simples cópia dos dados reflectindo alguma compreensão, mas a estratégia usada não conduziria a uma solução correcta.
- Uma estratégia inadequada foi começada mas não desenvolvida e não há evidência de que o aluno tenha tentado outra. Parece que o aluno tentou uma estratégia que não funcionou e então desistiu.
- O aluno tentou alcançar um sub-objectivo do problema mas não conseguiu.

2 pontos.

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- O aluno usou uma estratégia inadequada e chegou a uma resposta incorrecta mas o trabalho mostra alguma compreensão do problema.

- Foi usada uma estratégia adequada mas: (a) ela não foi suficientemente desenvolvida para chegar a uma solução (por exemplo, o aluno apenas considerou duas entradas numa tabela); ou (b) ela foi implementada incorrectamente e por isso não conduziu a qualquer resposta ou conduziu a uma resposta incorrecta.
- O aluno alcançou um sub-objectivo do problema mas não foi mais longe.
- Apresenta uma resposta correcta mas: (a) o trabalho é incompreensível; ou (b) não apresenta qualquer trabalho a não ser a solução.

3 pontos.

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- O aluno implementou uma estratégia que poderia conduzir a uma resposta correcta mas não compreendeu uma parte do problema ou ignorou uma condição.
- Foram usadas correctamente estratégias adequadas mas: (a) o aluno apresenta uma resposta incorrecta sem que se compreenda porquê; ou (b) foi dada correctamente a parte numérica da resposta mas ela não está bem indicada; ou (c) falta apenas a resposta.
- Foi dada uma resposta correcta e há alguma evidência de terem sido seleccionadas estratégias adequadas. Contudo, a implementação das estratégias não é totalmente clara.

4 pontos.

Trabalhos que têm uma das seguintes características:

- O aluno cometeu um erro ao desenvolver uma estratégia adequada mas esse erro não reflecte falta de compreensão nem do problema nem do modo de implementar a estratégia, parecendo ser apenas um erro de cálculo ou cometido ao copiar o enunciado.
- Estratégias adequadas foram seleccionadas e implementadas. Apresenta uma resposta correcta.

Exemplo (classificação holística focada):

Havia 8 pessoas num torneio de ténis de mesa. Se cada uma jogou uma vez com cada uma das outras, quantos jogos foi necessário realizar?

Classificação por impressão geral

Exemplo (classificação por impressão geral):

Sandy converteu 3 lançamentos livres em cada 5 tentativas durante a época de basquete. Quantos lançamentos se pode esperar que ela converta em 30 tentativas?

Name	Tari	Grade	5
3	5		
6	10	She would make	
9	15	18 free throws.	
18	30		
General Impression Rating (0-4) _____			

Name JIM

Grade 5

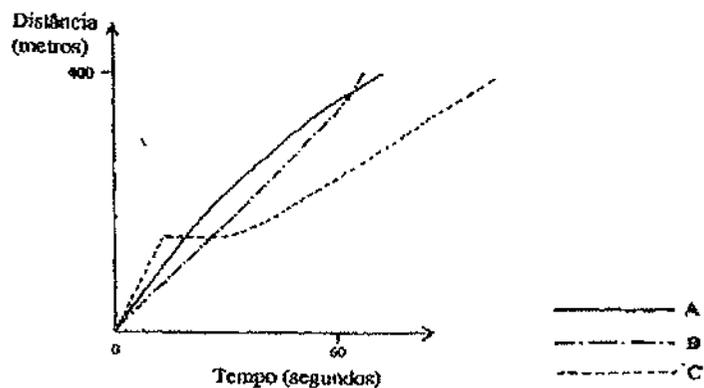
$$\frac{6}{5/30}$$

$$5 \times 3$$

6 ft.

General Impression Rating (0-4) _____

A corrida de barreiras⁴



O gráfico descreve aproximadamente o que se passou numa corrida de 400 metros barreiras em que participaram três atletas.

Imagina que tinhas como tarefa relatar a prova. Descreve o que se vai passando da forma mais cuidadosa que possas. Não precisas de fazer medições exactas.

⁴ Adaptado de "The language of functions and graphs", Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, 1985.

Respostas de três alunos (supostamente de 15-16 anos de idade):

Cristina:

Partem. C aumenta a velocidade muito rapidamente nos primeiros 150 metros e percorre uma grande distância em pouco tempo. B parte com mais calma e corre ao seu ritmo. razoavelmente rápido, e A vai mais rápido do que B mas mais lento do que C. Mas C parou para descansar e continuou devagar, em último lugar. A ia mais depressa mas foi ultrapassado por B que se adiantou a A e chegou em primeiro. B ganhou, A foi segundo e C foi terceiro.

João:

Os atletas estão preparados para começar. Partem. C ganha um ligeiro avanço, A vai perto em 2º lugar, e B faz uma má partida. Aproximam-se agora dos 100 metros. C continua à frente, A e B procuram aproximar-se. Oh, não! C caiu! Mas ele levanta-se e vai atrás dos outros dois. A meio da corrida, A tem um pequeno avanço, mas B está-se a aproximar progressivamente enquanto C parece não ter possibilidades de ganhar. Estão agora nos 100 metros finais, A e B disputam palmo a palmo, C só agora atinge metade da corrida. O atleta A corta a meta em primeiro lugar com B imediatamente atrás. C está a uns 100 metros. Talvez ganhasse se não tivesse caído.

Tiago:

O atleta A chegou em segundo lugar. Partiu bastante rápido e foi perdendo velocidade ao longo da corrida. O atleta B chegou em

primeiro. Partiu a um ritmo constante e ganhou velocidade ao longo da corrida. O atleta C chegou em terceiro. Partiu rápido, caiu e deixou de correr durante alguns segundos, depois arrancou de novo mas cada vez mais devagar.

TRABALHO DE PROJECTO E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

A educação é um processo de vida e não uma preparação para a vida futura. A escola deve representar vida presente. Tão real e vital para a criança como a que ela vive em casa, no bairro ou no pátio.

John Dewey, 1897 (1964, p. 430)

Se não fosse tão conhecida, bem poderíamos pensar que esta frase fora retirada de algum documento recente de uma das muitas reformas educativas que vêm ocorrendo em diversos países. De facto, a ideia de que as actividades de aprendizagem devem ter significado e interesse para os alunos no momento em que se desenvolvem, e não ser justificadas apenas pela sua alegada relevância para estudos futuros, vem ganhando importância à medida que se intensificam os esforços para alargar a escolarização a cada vez mais segmentos da população e à medida que sabemos mais sobre a natureza contextualizada da aprendizagem e as relações entre motivação e cognição.

O Trabalho de projecto como conceito educativo

No entanto, aquela frase tem quase 100 anos. O seu autor, o filósofo e educador norte-americano John Dewey (1859-1952), que a escreveu no seu Credo Pedagógico publicado pela primeira vez em 1897, concebeu a educação em termos de experiência e advogou a ideia de uma pedagogia aberta em que o aluno se torna actor da

sua própria formação através de aprendizagens concretas e significativas (learning by doing). O pensamento de Dewey exerceu uma influência decisiva no movimento de educação progressista do início do século nos Estados Unidos e foi neste contexto que surgiram as primeiras referências ao trabalho de projecto como método pedagógico.

O termo “projecto” surgiu pela primeira vez na literatura educacional em 1904 num artigo de C. Richards, um educador que trabalhava com futuros professores de Trabalhos Manuais e considerava útil que eles desenvolvessem projectos suscitados por problemas e tarefas práticas [1]. Mas terá sido William H. Kilpatrick (1871-1965), durante muitos anos professor de Educação na Universidade de Columbia em Nova Iorque, o iniciador da reflexão sobre o trabalho de projecto enquanto método educativo. No artigo *The Project Method*, publicado em 1918, ele procura definir o conceito de projecto, discutir a sua relevância educativa e relacioná-lo com os processos de aprendizagem [2].

Este autor define projecto como “actividade intencional feita com todo o coração e desenvolvendo-se num contexto social” (Kilpatrick, 1918, p. 320). O termo “projecto” surge como designação de um conceito que procura unificar vários aspectos importantes relativos ao processo de aprendizagem: (i) a acção, e de preferência a acção realizada com empenhamento pessoal, (ii) a intencionalidade dessa acção, isto é, a existência de um objectivo, e (iii) a sua inserção num contexto social. Kilpatrick afirma que a sua proposta de que os projectos ocupem um lugar central nas práticas escolares tem a ver com a perspectiva de que basear a educação em projectos “é exactamente identificar o processo de educação com a própria vida” (p. 323).

Das definições de projecto apresentadas ou analisadas por diversos autores desde o início do século [3], emergem algumas características fundamentais:

1. Um projecto é uma actividade intencional. O envolvimento e empenhamento dos alunos é uma característica chave do trabalho de projecto, o qual pressupõe um objectivo que dá unidade e sentido às várias actividades, bem como um produto final que pode assumir formas muito variadas mas procura responder ao objectivo inicial e reflecte o trabalho realizado.

2. Num projecto, a responsabilidade e a autonomia dos alunos são essenciais. Os alunos são co-responsáveis pelo trabalho e pelas escolhas ao longo das fases do projecto. Em geral, fazem-no em equipa, pelo que a cooperação está também quase sempre associada ao trabalho de projecto.

3. A autenticidade é uma característica fundamental de um projecto. O problema a resolver é relevante e tem um carácter genuíno para os alunos. Não se trata de uma mera reprodução de algo já feito por outros. Além disso, o problema não é independente do contexto e os alunos procuram construir respostas pessoais e originais.

4. Um projecto envolve complexidade e resolução de problemas. O objectivo central do projecto constitui um problema ou uma fonte geradora de problemas. Um projecto é uma actividade já relativamente elaborada e com algum grau de complexidade.

5. Um projecto tem um carácter prolongado e faseado. É um trabalho que se estende ao longo de um período mais ou menos prolongado. Não se chama projecto a uma tarefa que pode ser executada quase imediatamente, ainda que se trate de um problema difícil. Além disso, um projecto percorre várias fases: escolha do

objectivo central e formulação dos problemas, planeamento, execução, avaliação, apresentação dos resultados.

Apesar do seu potencial educativo, o trabalho de projecto tem desempenhado um papel muito secundário nas práticas escolares, sobretudo em disciplinas mais académicas e selectivas como é o caso da Matemática. Nos últimos anos, contudo, o interesse pela pedagogia do projecto parece ter reaparecido — um facto que, no dizer de Boutinet (1990) se dá “em reacção ao fracasso da pedagogia por objectivos” (p.167). Por outras palavras, uma pedagogia da incerteza ressurgiu em oposição a uma pedagogia da determinação.

Em grande parte, isto deve-se às novas condições sociais. Muitos dos conhecimentos que tradicionalmente se adquirem na escola perdem rapidamente actualidade e, nalguns casos, tornam-se mesmo obsoletos. Ao mesmo tempo, a disponibilidade de recursos é cada vez maior. Estes factos fazem com que a ênfase educacional deva mudar “da retenção de conhecimentos para o desenvolvimento do conhecedor” (Henry, 1989). Referindo-se especificamente à educação matemática, D’Ambrosio (1986) afirma que

[é preciso] mudar a ênfase do conteúdo e da quantidade de conhecimentos para uma ênfase na metodologia que desenvolva atitude, capacidade de matematizar situações reais, (...) que permita identificar o tipo de informação adequada... e encontrar os conteúdos e métodos adequados.

Por outro lado, as ideias actuais sobre a natureza contextualizada da aprendizagem e aquilo que se sabe hoje em domínios como a motivação, a resolução de problemas em ambientes de trabalho de grupo ou o papel do professor, abrem

novas possibilidades para práticas pedagógicas que são complexas e têm tido dificuldades em ser aceites pela escola. Embora a ideia de aprendizagem baseada em projectos não seja nova, “consideráveis avanços nos nossos conhecimentos sobre motivação, aprendizagem, professores e salas de aula aumentam as possibilidades de sucesso agora” (Blumenfeld et al., 1991, p. 393).

Também os avanços na tecnologia e no conhecimento relativo ao seu uso educativo concorrem no mesmo sentido. Aumentando a acessibilidade da informação e apoiando os alunos na abordagem de problemas realistas e na construção de produtos, a tecnologia poderá conferir novas possibilidades ao trabalho de projecto.

Um aspecto das novas tendências é a ênfase no trabalho autónomo dos alunos em actividades prolongadas. O trabalho de projecto surge como uma proposta pertinente para dar corpo a esta orientação. Num projecto, os alunos trabalham de modo autónomo, tomando decisões e executando-as, fazendo escolhas, adoptando estilos, que têm a ver com a sua experiência, os seus conhecimentos e os seus gostos. O professor pode fazer propostas e deve apoiar os alunos. Mas não deve substituí-los, não deve retirar-lhes a parte de responsabilidade que lhes cabe na concepção e realização do projecto

Esta preocupação é considerada fundamental por varios autores que abordam o papel do professor em tarefas de resolução de problemas. Schoenfeld (1988) considera que um objectivo essencial do ensino é ajudar os alunos a serem autónomos para que eles sejam mais capazes de aprender em novos domínios ou de adquirir novas capacidades, e que essa ajuda implica ir dando aos alunos cada vez maior autonomia. Muitos anos antes, George Polya começara o seu livro *How to solve it* (1945) precisamente por uma afirmação sobre

a importância do trabalho independente dos alunos, sustentando que a ajuda do professor pode ser essencial mas não deve ser “nem de mais nem de menos” e que, em qualquer caso, deve caber ao aluno uma “parte razoável do trabalho”.

Um outro aspecto tem a ver com a motivação. Resnick (1987) afirma que a motivação é um dos factores ligados ao desenvolvimento de capacidades de ordem superior porque aprender novos processos cognitivos não significa que se esteja automaticamente disposto a utilizá-los. Esta disposição é um hábito que pode ser aprendido e portanto ensinado. A falta de ocasiões para os alunos formularem e resolverem problemas e criarem artefactos contribui para gerar atitudes pobres face à aprendizagem e à escola. Por outro lado, se o conhecimento é em grande parte um produto da actividade, do contexto e da cultura em que se desenvolve e utiliza (Brown, Collins e Duguid, 1989), então a aprendizagem decorre do envolvimento e interacção dos alunos em experiências significativas.

Parece existir uma correlação entre os tipos de motivação das pessoas e características qualitativas do seu trabalho: “por exemplo, a complexidade das tarefas que escolhem, a diversidade de materiais que usam, e até que ponto são capazes de mudar de direcção para perseguir uma abordagem nova e mais frutuosa” (Resnick, 1987, p. 43). Isto é, se um aluno está mais motivado (intrinsecamente) tenderá mais facilmente a dispor-se a correr riscos para melhorar o seu trabalho ou a abandonar uma estratégia em favor de outra que parece mais apropriada ainda que isso lhe crie novas dificuldades. Mas se a motivação é sobretudo ditada pelo propósito de obter boas notas, o aluno poderá assumir uma atitude defensiva, evitando tarefas complexas ou abordagens em que se

sente mais inseguro e que possam levá-lo a cometer erros detectáveis pelo professor.

Ora, as relações entre motivação e aprendizagem desempenham um papel crucial no trabalho de projecto. Blumenfeld et al. (1991) afirmam que “uma perspectiva integradora da motivação e aprendizagem tem levado a um novo interesse pelos projectos” (p. 371).

O Trabalho de projecto e a educação matemática

Na educação matemática, alguns autores vêm destacando o papel da realização de projectos pelos alunos, em relação com as novas finalidades do ensino da Matemática (Niss, 1977) ou como forma de ajudar a desenvolver a “competência democrática”, ao ligar os processos de aprendizagem, a produção de “conhecimento local” e a acção interventiva (Keitel, 1993). Nesta perspectiva, os modos como a Matemática se relaciona com situações problemáticas da realidade e de outras áreas emergem como um conteúdo essencial do ensino. Davis (1988) afirma que a Matemática é uma prática social e que a educação matemática precisa de encontrar um vocabulário próprio de descrição e interpretação que nos torne capazes de viver num mundo matematizado e de contribuir para esse mundo com inteligência. E refere-se assim à necessidade de valorizar, na prática educativa, uma dimensão interpretativa da Matemática na sua relação com o mundo:

Se a Matemática é uma linguagem, é tempo de acabar com a sobrevalorização da sua gramática e de estudar e interpretar a “literatura” que a Matemática tem criado. Se é

uma espécie de mecanismo lógico então, tal como poucos de nós aprendemos a construir um carburador de automóvel mas todos aprendemos a conduzir, devemos ensinar a “conduzir matematicamente” e a interpretar o significado de sermos conduzidos matematicamente de uma certa maneira. (Davis, 1988, p. 14)

Adoptar uma perspectiva educativa que valoriza o desenvolvimento de competências críticas a respeito das relações da Matemática com a realidade e que considera que estas relações fazem parte integrante da Matemática, como ciência e como disciplina escolar, tem consequências ao nível dos conteúdos, dos métodos e da organização do ensino. O envolvimento dos alunos em projectos que relacionam a Matemática com situações da vida real pode ser uma das formas de dar corpo a uma tal perspectiva.

Mas o valor educativo do trabalho de projecto como componente do currículo está ligado a factores de natureza pedagógica que incluem a escolha dos problemas a abordar, o ambiente de aprendizagem e a própria gestão do projecto e a sua relação com os conhecimentos e competências dos alunos.

Uma questão decisiva é a de saber se o problema escolhido tem, de facto, relevância genuína para os alunos. Para Ormell (1992), deve ser “um problema que os alunos gostariam de resolver... sobre o qual podem falar aos amigos... do qual de facto valha a pena falar” (p. 39). Mas, ao mesmo tempo, o projecto precisa de ser praticável. Se a sua realização está fora do alcance dos alunos, eles não chegarão a apropriar-se do problema, e sem essa apropriação dificilmente se poderá falar de trabalho de projecto.

Por estas razões, Boutinet (1990) refere que um projecto envolve uma primeira fase de diagnóstico e que a “negociação pedagógica”

é a dimensão essencial desta pedagogia. Os objectivos que emergem de um diagnóstico da situação e da subsequente negociação devem ser realizáveis, não se limitando a boas intenções: “o projecto tem por função concretizar e realizar estas intenções” (Boutinet, 1990, p. 180). Por isso, os objectivos devem ser pensados tendo em conta o tempo e os meios de concretização, e os obstáculos a ultrapassar. Neste processo, o professor tem uma responsabilidade fundamental. O seu papel não é o de apoiar a actividade dos alunos pela actividade mas sim ajudar os alunos a converter os seus interesses em projectos, isto é, acções reflectidas e planeadas.

A Experiência do projecto MAT789

O Projecto MAT789 desenvolveu, entre 1988 e 1992, um currículo experimental de Matemática para o ciclo correspondente aos 7º, 8º e 9º anos. A equipa do Projecto foi constituída pelos dois docentes universitários que o conceberam e pelas professoras que leccionaram as turmas experimentais [4]. A experiência decorreu em duas escolas, uma em Lisboa e a outra numa cidade dos arredores, e envolveu quatro turmas, duas funcionando no triénio 1988-91 e as restantes no triénio 1989-92 [5].

O Projecto propunha-se concretizar uma experiência prolongada de desenvolvimento curricular, em condições realistas. O currículo experimental baseou-se numa abordagem que coloca no primeiro plano a actividade intencional dos alunos, isto é, a actividade que é significativa para os alunos, em si mesma e no momento em que decorre, e que é conduzida por objectivos de que eles se apropriam. Além disso, o currículo salienta a natureza interactiva, cooperativa e reflexiva da aprendizagem da Matemática. Aspectos centrais na

concretização desta abordagem foram a natureza problemática das situações de aprendizagem, a importância atribuída às relações entre a Matemática e a realidade e à realização de projectos, a integração dos computadores e das calculadoras, o trabalho de grupo, e ainda a concepção e prática de um sistema de avaliação inovador [6].

A maior parte das actividades propostas aos alunos podem agrupar-se em três tipos principais: (a) sequências temáticas, (b) situações abertas para explorar e investigar, e (c) trabalho de projecto. Nos termos utilizados pelos alunos, as "fichas", os "relatórios" e os "projectos" correspondem aproximadamente a estes tipos de actividades.

A realização de projectos sobre problemas envolvendo relações entre a Matemática e a realidade constituiu um dos traços mais característicos do currículo. Uma ideia inicial era organizar dois projectos em cada ano lectivo. Deveriam combinar trabalho dentro e fora da sala de aula mas não envolveriam inicialmente situações complexas que arrastassem o trabalho por períodos superiores a três ou quatro semanas. Os dois projectos a realizar no mesmo ano deveriam ser diferentes, quer do ponto de vista dos temas matemáticos que mobilizavam quer nos seus objectivos: um consistiria basicamente numa investigação sobre um problema, o outro teria em vista elaborar uma proposta para intervir na realidade social dos alunos (designadamente na escola).

Indicam-se a seguir os projectos realizados nas turmas experimentais, alguns dos quais têm sido comentados em pormenor em diversos textos [7]. Com um asterisco (*) estão assinalados os que foram desenvolvidos pela turma que será referida mais adiante.

No 7º ano:

- Estudar a evolução do número de filhos nascidos nas três últimas gerações. (*)

- Propor a criação de um campo de jogos polivalente na escola.

- Fazer um plano da "sala de aula ideal". (*)

No 8º ano:

- Investigar as opiniões dos alunos sobre o funcionamento do bar da escola.

- Construir um painel de azulejos com base em transformações geométricas. (*)

- Investigar o consumo de água mineral pelos alunos e suas famílias. (*)

- Construir uma maquete de um campo de futebol e uma pista de atletismo. (*)

No 9º ano:

- Construir e experimentar (antigos) instrumentos de navegação. (*)

- Elaborar uma proposta para a instalação de um sistema de semáforos. (*)

Alguns aspectos gerais relativos à orientação dos projectos devem ser referidos. Em primeiro lugar, as propostas partiram das professoras. Havia a preocupação de que constituíssem problemas genuínos susceptíveis de interessar os alunos e, em todos os casos, foram negociados com eles. Era importante garantir que a Matemática emergente seria tratável e que seria possível à professora dar atenção tanto aos métodos matemáticos envolvidos como ao contexto extra-matemático da situação. Mas os alunos eram os principais responsáveis pela direcção dada ao trabalho.

Em segundo lugar, os projectos, mais do que qualquer outro tipo de actividade, geraram oportunidades de cooperação entre a Matemática e outras disciplinas. Essa cooperação assumiu diversas formas: (a) discussão noutra disciplina de resultados obtidos em Matemática; (b) obtenção junto de outro professor de dados sobre a situação em estudo; (c) apoio técnico em aspectos que requeriam conhecimentos específicos; (d) realização de uma parte ou mesmo de todo o projecto como uma actividade relevante em duas disciplinas; (e) abordagem abertamente interdisciplinar.

Em terceiro lugar, os projectos combinaram o modo (habitual) de trabalho em pequenos grupos com momentos de trabalho individual (propostas, relatórios parciais ou finais) e de trabalho ao nível da turma (discussões gerais no início e no fim do projecto ou apresentação pelos grupos de uma versão pré-final do trabalho).

Em quarto lugar, havia sempre um produto final a apresentar (um relatório, uma apresentação oral, um cartaz, uma brochura ou um modelo físico). Os alunos deviam incluir nesse produto uma explicação sobre os métodos matemáticos usados e o professor devia rever pelo menos uma versão preliminar.

○ Caso de uma turma

A turma começou, no 7º ano, com 23 alunos (13 raparigas e 10 rapazes). Era uma turma fraca: 9 alunos já haviam reprovado pelo menos uma vez em anos anteriores e 8 tinham obtido um nível negativo em Matemática no 3º período do ano anterior. No 7º ano, um aluno tinha já 17 anos e outros dois tinham 16. Entre os encarregados de educação, a grande maioria tinha apenas a instrução primária e não havia um único licenciado.

A atitude dos pais era de aceitação do que a escola fazia. Todos aceitaram a experiência e alguns tinham esperança que os filhos começassem (finalmente!) a compreender e a gostar um pouco de Matemática, uma disciplina de que tinham uma imagem negativa. Esta aceitação era obviamente um factor positivo mas, ao mesmo tempo, reflectia uma atitude dominante de baixa expectativa em relação ao futuro escolar dos alunos. Na maioria dos casos, o prosseguimento dos estudos para além do 9º ano não era um objectivo prioritário e, para diversos alunos, era mesmo uma hipótese posta de parte ou muito remota.

As maiores dificuldades iniciais resultaram da falta de experiência dos alunos (a) no trabalho de grupo, (b) na leitura e estudo pessoal, e (c) na produção escrita de respostas e comentários que fossem além da simples indicação de resultados numéricos. Neste último aspecto, as dificuldades não resultavam apenas da fraca capacidade de expressão em Português mas também da expectativa que os alunos tinham sobre o que supunham ser uma resposta apropriada em Matemática.

A orientação dos primeiros relatórios não foi fácil para a professora. Era importante que os alunos produzissem versões melhoradas dos trabalhos iniciais mas era conveniente propor novas tarefas (e evitar a saturação) quando parecia difícil que um aluno ou grupo fosse capaz, no momento, de ir mais além. Por outras palavras, havia duas preocupações que era preciso articular: (1) os trabalhos dos alunos não são definitivos, podem (devem) ser corrigidos ou melhorados; e (2) há (haverá) muitas novas oportunidades para aprender e alunos diferentes aprenderão de maneiras diversas e em ocasiões diversas.

O primeiro projecto — o estudo sobre a evolução do número de filhos nas três últimas gerações — constituiu um marco importante na turma. Era relativamente simples e foi cuidadosamente discutido. A fase inicial foi muito apoiada e a recolha dos dados foneceu um motivo de conversa dos alunos em casa sobre a Matemática. A fase de trabalho em pequenos grupos, de organização e tratamento dos dados, foi realizada em grande parte nas aulas e ainda bastante apoiada, embora com uma razoável autonomia dos grupos. O relatório final, descrevendo o trabalho e interpretando os resultados, foi uma actividade individual e assumiu um carácter pessoal tanto no conteúdo como no estilo. Ainda que os trabalhos tivessem uma qualidade variável, a resposta foi muito boa dos pontos de vista do envolvimento, autonomia e responsabilidade dos alunos. Nestes aspectos, o ambiente da turma começou a evoluir de modo positivo muito rapidamente a partir desta altura.

O 3º período foi igualmente determinante. A unidade de Geometria proporcionou um trabalho prolongado (envolvendo actividades de exploração de situações e problemas, e tarefas de construção com o apoio de materiais concretos) num ambiente de estabilidade dos grupos, contribuindo para dar maior consistência aos hábitos de cooperação. Ao mesmo tempo, um segundo projecto (elaborar uma proposta para a “sala de aula ideal”) foi também baseado nos pequenos grupos e constituiu uma notável experiência interdisciplinar envolvendo a Matemática e a Educação Visual.

O facto mais notável no ambiente da turma, no 8º ano, terá sido o progresso dos alunos na autonomia com que trabalhavam. A meio do ano, observadores independentes (outros professores e estudantes universitários) visitaram a turma e ficaram surpreendidos com o ambiente calmo da aula de Matemática, com os alunos a trabalhar,

normalmente em pequenos grupos, raramente chamando a professora que os ia apoiando de modo bastante discreto. Os alunos podiam realizar actividades diferentes e mesmo em locais diferentes, por exemplo com alguns grupos na sala de aula e outros na sala dos computadores.

Dois factores terão concorrido para este progresso na autonomia dos alunos. Por um lado, o peso dado ao trabalho de projecto no 8º ano, com a realização de três actividades de um tipo no qual os alunos tinham já alguma experiência. Por outro lado, o modo cada vez mais independente como os alunos foram gerindo o uso dos computadores. Um outro aspecto importante na caracterização do ambiente da turma é o que diz respeito à confiança mútua que se foi criando entre a professora e os alunos. Era frequente que a professora emprestasse as suas chaves da sala de aula ou da sala dos computadores aos alunos quando não podia deslocar-se imediatamente com eles. Além disso, a professora pedia por vezes a alguns alunos que se responsabilizassem por aspectos da organização da aula ou que ajudassem colegas na realização de certas tarefas, tirando partido de aptidões específicas que eles tinham entretanto desenvolvido.

O ambiente de liberdade coexistia, no entanto, com o rigor que a professora impunha quanto aos compromissos assumidos. Não eram admitidos trabalhos entregues fora dos prazos acordados se não houvesse uma justificação razoável para o atraso. Esta prática foi seguida desde o 7º ano e o modo como os alunos a reconheciam era bem visível quando se queixavam de falta de tempo ou excesso de trabalho.

O 8º ano terminou num ambiente de entusiasmo em relação à Matemática. Nas últimas aulas, os alunos concluíram os materiais

produzidos nos projectos do 3º período e prepararam, na própria sala, uma exposição desses materiais.

No 9º ano, o grau de iniciativa e autonomia dos alunos aumentou ainda mais. O facto mais significativo neste aspecto foi a escolha do instrumento de navegação que cada grupo deveria estudar e construir no âmbito do projecto Matemática e Descobrimentos. Quando o projecto foi apresentado à turma, havia a intenção de encorajar os alunos a escolherem instrumentos simples (como a balestilha ou o quadrante) e a respeito dos quais houvesse apoio bibliográfico. No entanto, vários grupos decidiram procurar bibliografia por sua iniciativa e acabaram por propor-se trabalhar em modelos não previstos, por exemplo uma ampulheta, uma bússola astral e até um satélite. Na altura foi necessário negociar com eles as escolhas mais ambiciosas mas apenas se conseguiu a substituição do satélite pelo sextante que era bastante complicado mas, apesar de tudo, mais acessível.

Se em relação à autonomia dos alunos o último ano foi uma espécie de confirmação do anterior, no que diz respeito ao trabalho de grupo a evolução terá sido um pouco diferente. No 8º ano, os alunos já não se mostravam tão dependentes da professora mas criavam ainda conflitos entre eles, obrigando a sucessivas mudanças na composição dos grupos. Esta situação evoluiu muito no último período do 8º ano, quando a realização de dois projectos contribuiu fortemente para que deixasse de haver alunos a trabalhar isoladamente ou apenas em pares. Do ponto de vista do ambiente na sala de aula, o 9º ano mostrou uma turma mais madura, na qual os pequenos conflitos já quase não existiam. A (re)composição dos grupos não provocava discussões e, no 3º período, a professora chegou a distribuir os melhores alunos por vários grupos de modo a

ajudarem os colegas com mais dificuldades. A prática de ensinar coisas aos colegas foi-se desenvolvendo gradualmente e, neste aspecto, os computadores tiveram um papel crucial, fornecendo inúmeras oportunidades para que essa prática ocorresse com naturalidade.

Um aspecto interessante do comportamento matemático que os alunos foram desenvolvendo diz respeito à sua atitude perante situações novas. A tendência era procurar um método que funcionasse sem ficar à espera de ajuda pelo facto de o problema suscitar dúvidas. Este comportamento não se desenvolveu ao mesmo tempo em todos os alunos mas, a meio do 9º ano, era generalizado, parecendo haver um efeito contagioso como se para os alunos mais fracos fosse uma questão de sobrevivência num ambiente em que aquela era a norma. Parece ser um comportamento aprendido que evoluiu gradualmente até se tornar um hábito de trabalho próprio das aulas de Matemática, isto é, qualquer coisa que fazia parte integrante do ambiente de aprendizagem nesta disciplina.

O modo mais autónomo como os alunos realizavam actividades em Matemática terá começado, e era mais visível, nos projectos e no trabalho com os computadores, mas acabou por estender-se a todos os tipos de actividades. Neste processo, tiveram influência (a) o facto de se propor situações problemáticas sem dar à partida regras para serem aplicadas, (b) a prática de se valorizar diversas formas de resolver os problemas e não uma resposta ou um método de resolução determinados, e (c) o modo desdramatizado como se encaravam os erros, vistos como fazendo parte de uma primeira versão do trabalho, quer fosse uma ficha de problemas, o relatório de um projecto ou um teste.

Em Junho de 1992, os alunos terminaram o 9º ano e o currículo experimental, num ambiente de entusiasmo em relação à Matemática. No concurso Matemática & Realidade, em que competiram com bons alunos de outras turmas, dois grupos da turma alcançaram os dois primeiros lugares, e os resultados foram conhecidos no mesmo dia em que se soube que os 20 alunos, de 23 que haviam iniciado o 7º ano em 1989, tinham sido todos aprovados. Estes alunos, alguns com um passado de insucesso escolar, decidiram todos continuar a estudar — um deles ia fazer 20 anos e inscreveu-se numa escola profissional, outro foi para a área de Humanidades, e os restantes 18 matricularam-se no 10º ano em áreas em que continuariam a ter a disciplina de Matemática.

Sem dúvida, o ambiente experimental que rodeava a disciplina de Matemática — o interesse de outros professores e de pessoas exteriores à escola, as iniciativas inovadoras, etc. — contribuiu para motivar os alunos. Mas essa motivação (que os levou por exemplo a pintar a sala de aula para a tornar mais agradável) e o ambiente criado na disciplina de Matemática tiveram origem e desenvolveram-se no gosto e no envolvimento dos alunos nas actividades de aprendizagem. Não foi o interesse exterior pela experiência que gerou a motivação dos alunos mas, ao contrário, foi a evolução da turma que foi suscitando um interesse exterior crescente que, de resto, os alunos só notaram a partir de meio do 8º ano.

O ambiente de aprendizagem cooperativa

A evolução no trabalho de grupo não foi rápida nem ocorreu de forma linear e sem sobressaltos. O progresso verificado a partir do

primeiro projecto estava longe de ser definitivo. No 8º ano, persistiam dificuldades de relacionamento entre alunos que, paradoxalmente, pareciam até aumentar em certos períodos — quando na verdade eram apenas mais visíveis à medida que os alunos se organizavam e trabalhavam de um modo mais autónomo.

O que se passou na segunda metade do 8º ano, e especialmente a realização dos dois projectos, terá contribuído para modificar a situação de um modo positivo. Um deles (o estudo sobre o consumo de água mineral) era, na verdade, um projecto de turma que exigia colaboração entre os alunos e uma boa organização. Logo a seguir, o outro projecto (a construção de uma maqueta de um estádio) correspondia a um projecto de pequeno grupo que, pela sua natureza e pelas tarefas que implicava, desaconselhava grupos com menos de quatro alunos. Por estas razões, nesta fase do ano lectivo deixou de haver alunos a trabalhar isoladamente ou apenas em pares. Além disso, o 9º ano começou com uma unidade de Geometria, fortemente baseada nos computadores, em que o trabalho de grupo era natural.

A análise das entrevistas feitas aos alunos no fim de cada ano lectivo mostra diferenças consideráveis entre o 8º e o 9º anos, no que diz respeito ao trabalho de grupo. Em 1991, havia uma aprovação geral mas muitas lamentações relativamente à cooperação com certos colegas. Um ano depois, é visível um maior distanciamento em relação ao que sucedeu neste ou naquele grupo e uma maior maturidade face ao trabalho de grupo em geral. De resto, esta apreciação é consistente com a observação do que se passava nas aulas, a qual sugere um progresso nítido em aspectos do comportamento social, como a disposição para ouvir e aceitar outros pontos de vista ou a tolerância em relação a colegas mais

atrasados, e na valorização da troca de ideias como um factor de aprendizagem.

Em síntese, terá havido três fases na evolução a respeito do trabalho de grupo. (a) uma primeira fase caracterizada por dificuldades em cooperar efectivamente e por uma grande dependência em relação à professora; (b) uma segunda fase, a partir do segundo período do 8º ano, em que os alunos eram capazes de gerir o seu trabalho de modo autónomo e fazer coisas em conjunto, mas em que persistiam dificuldades em ultrapassar problemas de relacionamento; e (c) uma terceira fase, correspondendo aos dois últimos períodos do 9º ano, caracterizada por um salto qualitativo na interajuda dentro dos grupos e por uma maior maturidade na maneira de encarar a cooperação.

O papel do trabalho de projecto

Os projectos desempenharam um papel significativo no ambiente que a turma foi construindo, em especial no desenvolvimento da autonomia dos alunos, da sua disposição para trabalhar em grupo, e da maneira como encaravam as actividades de Matemática. Neste aspecto, os resultados de um questionário feito a estes alunos e aos de três outras turmas não integradas na experiência mostram diferenças muito grandes.

O trabalho de projecto terá contribuído para o desenvolvimento de capacidades e atitudes que são relevantes quando se usa a Matemática em problemas da realidade — como a aptidão para, e o gosto por, (i) assumir responsabilidades, (ii) trabalhar de modo cooperativo, e (iii) enfrentar situações que requerem persistência. A evolução ao longo dos três anos foi um processo gradual, em que

novas experiências pareciam consolidar e complementar aquisições anteriores. Durante muito tempo, diferenças significativas entre os alunos eram nítidas mas parece ter-se desenvolvido um efeito contagioso a partir do momento em que se tornou visível um ambiente dominante caracterizado por um nível superior de autonomia e espírito de cooperação dos alunos.

Um dos elementos do ambiente da turma tem a ver com aspectos de natureza afectiva. De um modo geral, os projectos foram as actividades de Matemática de que os alunos mais gostaram e aquelas de que guardavam uma memória mais persistente, fenómeno sistematicamente verificado ao longo dos três anos através das entrevistas periódicas.

Um outro elemento é o espírito de turma que se foi construindo. Nas entrevistas finais, vários alunos referiram-se aos projectos como um factor de unidade da turma.

[Nas outras turmas], muitos alunos acham a Matemática enfadonha e sem atractivos... Não será da própria matéria mas da maneira como as aulas são dadas e também da falta de trabalhos que unam os alunos como [existem] na nossa turma. (Pedro, 9º ano)

Para o ano não vai haver [projectos] ou, se houver, é iniciativas da escola não propriamente em cada disciplina, quem quiser participa. Não é uma coisa que englobe uma turma, fazerem todos em conjunto, estarem ali todos por um ideal. (Susana, 9º ano)

Um terceiro elemento é a confiança crescente dos alunos nas suas capacidades de enfrentar e resolver problemas de aplicação.

Também este aspecto é associado pelos alunos ao trabalho de projecto.

[Se um colega de outra turma] fosse um dia para a nossa aula, era capaz de não fazer muitas coisas porque só sabe a Matemática em si (...) [e não como] nós fazemos, tipo Matemática na prática como no [trabalho do] campo. (Dora, 8º ano)

Finalmente, um quarto elemento tem a ver com as concepções sobre a Matemática e a aprendizagem. Das suas declarações em entrevistas e questionários e da observação do seu comportamento em várias situações, há evidência de que estes alunos desenvolveram uma visão da Matemática que identificava como inerentes a esta disciplina situações que implicam o uso de conhecimentos e métodos matemáticos em problemas da realidade — que alunos de outras turmas tendem a considerar como pertencendo a outras disciplinas. Os projectos foram referidos por vários alunos como o principal meio de desocultação da Matemática envolvida na realidade.

Geralmente a gente quando pensa em Matemática pensa logo em números (...) Mesmo nesta idade, não nos apercebemos bem da utilidade que a Matemática tem na realidade. Quer dizer, a Matemática está quase em tudo. Por exemplo, as pessoas vão a um campo de futebol, olham para o campo e não pensam “isto foi feito em escalas, teve que se utilizar cálculos”. As pessoas mais ou menos sabem que aquilo foi assim. Mas como foi feito e mesmo a noção do que foi feito, do trabalho que é, não têm bem a noção disso. As pessoas vêem as obras realizadas e esquecem-se da outra

parte que é, pronto, o trabalho dos bastidores. A Matemática está envolvida numa série de coisas, já desde a antiguidade até agora, e ainda mais no futuro estará, e os trabalhos de projecto ajudam bastante a perceber isso. (Susana, 9º ano)

Vários alunos mostraram, ao fim de três anos, uma notável sensibilidade para reflectir sobre o papel do trabalho de projecto no currículo de Matemática. Uma aluna que, quando iniciou o 7º ano com 12 anos, considerava a Matemática difícil, associando-a a “mistério” e “perfeição”, e que revelava dificuldades perante situações novas, sobretudo quando tinha que enfrentar problemas mal definidos (não sabia “o que é que era para fazer”), declarou no fim do 9º ano :

O que mais gostei? Os trabalhos de projecto! Devia haver sempre, pelo menos um por ano. (...) É giro fazer pesquisas, depois desenvolver o material que se tem, resolver os problemas de como apresentar o trabalho. E trabalhar em grupo... É difícil [mas] acho que deviam fazer sempre trabalhos de projecto mesmo sem ser em programas de reforma. (Dora, 9º ano)

A evolução desta aluna [8] foi lenta e gradual e diz respeito, ao mesmo tempo, a uma crescente capacidade e disposição para usar a Matemática em problemas da realidade inicialmente mal definidos e a uma nova visão da Matemática que ela foi construindo. A visão da Matemática como ciência “perfeita” e “misteriosa” foi resistindo muito tempo às potenciais contradições com as actividades dominantes nas aulas que ela encarava no essencial como uma maneira diferente de tentar alcançar os mesmos objectivos. Não se encontram no fim do 9º ano vestígios dessa visão. Curiosamente,

ela sempre se referiu aos conhecimentos de Matemática como uma coisa que se “tem cá dentro” mas há uma enorme diferença entre as suas definições de Matemática:

é algo de muito exacto para responder a perguntas, como um labirinto que só tem uma saída. (Dora, 1989)

é mais o raciocínio do que qualquer outra coisa, [isto é] como apresentar, como dizer (...) esse tipo de coisas que se aplicam a outras disciplinas. (Dora, 1992)

Uma última observação

A evolução destes alunos mostra que o tempo e a paciência são decisivos. Nenhum aspecto significativo da experiência aqui referida teria sido detectado ao fim de alguns meses ou de um ano. O trabalho de projecto pode trazer importantes contributos para a educação matemática dos alunos mas não são de esperar resultados espectaculares em pouco tempo. Infelizmente, não dispomos de uma alternativa mais económica e eficaz. Embora problemas artificiais e situações estruturadas tenham um papel a desempenhar, os alunos devem ter variadas oportunidades de — como argumenta Niss (1992) — enfrentar situações problemáticas autênticas, lidar com todo o processo e trabalhar de um modo activo e independente.

Hans Freudenthal escreveu, em 1973, que a paciência é uma das mais importantes virtudes pedagógicas. A minha experiência confirma que isto diz respeito aos professores e investigadores. Mas eu gostaria de incluir ainda os participantes neste Congresso que tiveram a paciência de me ouvir durante mais de uma hora. Muito obrigado.

Notas

[1] Segundo Leino (1992), o artigo de C. Richards intitulava-se *The curriculum of elementary school* e foi publicado em 1904 na revista “*Teachers College Record*”.

[2] O artigo de Kilpatrick foi publicado na mesma revista “*Teachers College Record*”.

[3] Veja-se por exemplo: Kilpatrick, 1918; Henry, 1989; Boud, 1989; Boutinet, 1990; Pehkonen, 1992; etc.

[4] O Projecto teve o apoio do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, a autorização do Ministério da Educação e um financiamento da Fundação Gulbenkian. A equipa do Projecto foi constituída por Eduardo Veloso, Leonor Cunha Leal, Margarida Silva, Paula Teixeira e Paulo Abrantes.

[5] Mais informação sobre a origem do Projecto, as perspectivas iniciais e a primeira fase do trabalho com as turmas experimentais encontra-se em Veloso, Leal, Silva e Abrantes (1989), Veloso e Abrantes (1991), Abrantes (1989a).

[6] Relativamente às concepções e práticas inovadoras de avaliação, ver Leal (1992), Leal e Abrantes (1991, 1993).

[7] Por exemplo, Silva (1989), Abrantes (1989b, 1992, 1993a, 1993b).

[8] Um estudo de caso da evolução desta aluna encontra-se em Abrantes, 1994.

Referências

- Abrantes, Paulo (1989a). Matemática e Realidade nas aulas do 7º ano num ambiente de inovação curricular. Em *Profmat 5*, 331-342. APM.
- Abrantes, Paulo (1989b). Matemática, realidade e trabalho de projecto na escola secundária. *Educação e Matemática 12*, 3-6.
- Abrantes, Paulo (1992). Pode-se aprender na escola a usar a Matemática em problemas da vida real? *Educação e Matemática 23*, 25-29.
- Abrantes, Paulo (1993a). Project work in school mathematics. Em Jan de Lange et al. (eds), *Innovation in maths education by modelling and applications*, 355-364. Ellis Horwood, Chichester.
- Abrantes, Paulo (1993b). Learning activities involving mathematics in real life situations. Em T. Breiteig et al. (eds), *Teaching and learning mathematics in context*, 103-114. Chichester: Ellis Horwood.
- Abrantes, Paulo (1994). O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática. Universidade de Lisboa: Tese de doutoramento.
- Blumenfeld, P., Soloway, E., Marx, R., Krajcik, J., Guzdial, M. & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: sustaining the doing, supporting the learning. *Educational Psychologist 26* (3&4), 369-398.
- Boud, David (1989). Some competing traditions in experiential learning. Em S. Weil & I. McGill (eds), *Making sense of experiential learning — diversity in theory and practice*. Open University Press, 38-49.
- Boutinet, Jean Pierre (1990). *Anthropologie du projet*. Paris: PUF.
- D'Ambrosio, Ubiratan (1986). *Da realidade à ação — reflexões sobre Educação (e) Matemática*. São Paulo: Summus Editorial.
- Davis, Philip (1988). Applied mathematics as social contract. *ZDM*, 88/1, 10-15.
- Dewey, John (1916/1964). *Democracy and Education*. N. York: Macmillan.
- Henry, Jane (1989). Meaning and practice in experiential learning. Em S. Weil & I. McGill (eds), *Making sense of experiential learning — diversity in theory and practice*. Open University Press, 25-37.
- Kilpatrick, William (1918). The project method. *Teachers College Record*, vol XIX, nº4, 319-335.
- Leal, Leonor (1992). Avaliação da aprendizagem num contexto de inovação curricular. Tese de mestrado. Departamento de Educação da FCUL.
- Leal, L. & Abrantes, P. (1991). Avaliação da aprendizagem, avaliação na aprendizagem. *Inovação vol.3, nº4*, 65-75.
- Leal, L. & Abrantes, P. (1993). Assessment in an innovative curriculum project for mathematics in grades 7-9 in Portugal. Em M. Niss (ed.), *Cases of assessment in mathematics education*, 173-182. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Leino, Jarkko (1992). The importance of project work in teaching mathematics. Em J. Leino (Ed.), *Mathematics teaching through project work*. Hämeenlinna (Finlândia): University of Tampere, Dep. of Teacher Education, 1-6.
- Niss, Mogens (1977). The 'crisis' in mathematics instruction and a new teacher education at grammar school level. *International Journal on Mathematics Education in Science and Technology*, vol 8 (3), 303-321.
- Niss, Mogens (1992). O papel das aplicações e da modelação na Matemática escolar. *Educação e Matemática 23*, 1-2.
- Ornell, Christopher (1992). On the pedagogy of the project. Em Jarkko Leino (ed), *Mathematics teaching through project work*, 35-41. Univ. Tampere, Finlândia.
- Pehkonen, Leila (1992). Project study in school. Em J. Leino (ed), *Mathematics teaching through project work*. Hämeenlinna (Finlândia): Univ. Tampere, 57-65.
- Polya, George (1945). *How to solve it*. Princeton University.
- Keitel, Christine (1993). Implicit mathematical models in social practice and explicit mathematical teaching by applications. Em Jan de Lange et al. (eds), *Innovation in maths education by modelling and applications*, 19-30. Ellis Horwood, Chichester.
- Resnick, Lauren (1987). *Education and learning to think*. Washington: National Academy Press.
- Schoenfeld, Alan (1988). Mathematics, technology and higher order thinking. Em R. S. Nickerson & D. P. Zohdiatoc (eds), *Technology in education: looking toward 2020*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Silva, M. (1989). Estatística nas aulas do 7º ano de escolaridade. *Educação e Matemática 9*, 3-6.
- Veloso, E., Leal, L., Silva, M. & Abrantes, P. (1989). MAT789, uma experiência de inovação curricular em Matemática. Em *Profmat 5*, 377-388. APM.

Veloso, E. & Abrantes, P. (1991). MAT789 Project — an experience of curriculum innovation in mathematics. Em A. Warbecq (ed), *Role and conception of mathematics curricula*, 179-184.

Alguns dados sobre Paulo Abrantes

Nasceu em Lisboa em Janeiro de 1953.
Concluiu a licenciatura em Matemática, na Universidade de Lisboa, em 1977.
Durante 7 anos foi professor de Matemática do Ensino Secundário.
Autor de manuais escolares de Matemática.
Desde 1982, docente do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, leccionando disciplinas da área da Didáctica da Matemática e apoiando o início da prática pedagógica de futuros professores.
Entre 1982 e 1986 foi membro dos Corpos Gerentes da Sociedade Portuguesa de Matemática e coordenador nacional das Olimpíadas da Matemática.
Foi um dos fundadores da Associação de Professores de Matemática de Portugal (APM) em 1986 e presidente desta Associação em 1988/89.
Desde 1994, é o director da revista "Educação e Matemática" (da APM).
Autor do livro "Viagem de Ida e Volta" (sobre resolução de problemas), APM, 1988.
Entre 1990 e 93, representou as associações pedagógicas no Conselho Nacional de Educação.
Tem participado em numerosos congressos. Em muitos, apresentou comunicações. Nalguns, integrou a organização ou do Comitê do Programa — no PROFMAT 90 (Caldas da Rainha, 1990), no I CIBEM (Sevilha, 1990), no 45º CIEAEM (Cagliari, 1993), etc.
Realizou conferências plenárias em diversos congressos, nomeadamente:
• *Mathematics Education in Portugal* — no Simposium Internacional sobre la Renovación en la enseñanza de las Matemáticas (Sevilha, 1988)
• *Educação Matemática e Mudança* — no Profmat-87 (Bragança, 1987)
• *O computador na sala de aula* — no I Encontro Luso-Chinês sobre a Aplicação Pedagógica das Novas Tecnologias da Informática (Macau, 1987)
• *Mathematics 'for each one', is it possible? How the MAT789 Project has been trying to answer yes!* — no 42º CIEAEM (Szczyrk, Polónia, 1990)
• *Is it possible to integrate learning and assessment?* — no 45º CIEAEM (Cagliari, Itália, 1993)
• *Matemática, realidade e trabalho de projecto num ambiente de inovação curricular* — no III Seminário de Investigação em Educação Matemática (Vimeiro, 1994)
• *Trabalho de projecto e aprendizagem da Matemática* — no II CIBEM (Blumenau, SC, 1994).
• *Projectos, Matemática e Aprendizagem* — no 2º Congresso Brasileiro de Ação Pedagógica (Belo Horizonte, MG, 1995)
Membro desde 1986 e vice-presidente desde 1993 da CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Étude et Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*).
Conduziu entre 1988 e 1992 o *Projecto MAT789* — inovação curricular em Matemática.
Com a tese intitulada "O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática", apresentada na Universidade de Lisboa, obteve o grau de doutor em Educação (especialidade de Didáctica da Matemática) em 1994. É actualmente Professor Auxiliar do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências desta Universidade.
Autor ou co-autor de numerosos artigos publicados, entre os quais:
(1987) An experience of project work in a secondary school. Em P. Bowie (ed), *Mathematics for those between 14 and 17, is it really necessary?* (Actas do CIEAEM-38), 255-259. Oxford: Cotswold Press.
(1988) Triângulos dourados. *Educação e Matemática* 6, 11-14.
(1988) What-happens-if versus right-or-wrong. Em Goupille e Thérien (eds), *The role errors play in the learning and teaching of mathematics* (Actas do CIEAEM-39), 366-370. Les Editions de l'Université de Sherbrooke.
(1988) Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática* 8, 7-10, 35.
(1989) Avaliação em Matemática: a necessidade de mudar de óptica. *Aprender* nº7, 9-14.

(1990) Matemática, realidade e trabalho de projecto na escola secundária. *Educação e Matemática* 12, 3-6.
(1990) Avaliação da aprendizagem, avaliação na aprendizagem. *Inovação* vol.3, nº4, 65-75.
(1991) The role of applications in a curriculum project for school mathematics. Em M. Niss et al. (eds), *Teaching of mathematical modelling and applications*, 128-136. Ellis Horwood.
(1991) MAT789 Project — an experience of curriculum innovation in mathematics. Em A. Warbecq (ed), *Role and conception of mathematics curricula* (Actas do CIEAEM-41), 179-184. Frameries, Bélgica.
(1991) Resolução de problemas e Educação matemática: alguns aspectos da experiência portuguesa. Em UNESCO (ed), *Memórias del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 251-254. Paris: UNESCO.
(1992) Algo de novo no reino da Dinamarca: notas e impressões de uma visita. *Educação e Matemática* 22, 19-22.
(1992) Pode-se aprender na escola a usar a Matemática em problemas da vida real? *Educação e Matemática* 23, 25-29.
(1992) Project work in school mathematics: an experience in Portugal. Em J. Leino (ed), *Mathematics teaching through project work*, 42-48. Finlândia: Univ. Tampere.
(1993) Assessment in an innovative curriculum project for mathematics in grades 7-9 in Portugal. Em M. Niss (ed), *Cases of assessment in mathematics education*, 173-182. Kluwer.
(1993) Project work in school mathematics. Em Jan de Lange et al. (eds), *Innovation in maths education by modelling and applications*, 355-364. Ellis Horwood.
(1993) Learning activities involving mathematics in real life situations. Em T. Breiteig et al. (eds), *Teaching and learning mathematics in context*, 103-114. Ellis Horwood.
(1994) Pode haver um currículo de Matemática centrado na resolução de problemas? Em D. Fernandes et al. (eds), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular*, 239-252. Lisboa: IIE.
(1994) Is it possible to integrate learning and assessment? Em Lucia Grugnetti (ed), *Assessment focused on the student* (Actas do CIEAEM 45), 46-56.
(1994) Contagens, Grafos e Matrizes nos nossos programas? Talvez um dia... *Educação e Matemática* 30, 17-20.