

# SEM 538 - Sistemas de Controle II

## Aula 8 - Lugar das Raízes Discreto e PID

Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

- Exemplo
- Lugar das Raízes
- Controlador PID
- Exemplo

- Planta

$$G(s) = \frac{1}{s(10s + 1)}$$

- Especificações de desempenho

- 1- Sobressinal menor que 16% para entrada degrau  $\Rightarrow \zeta \geq 0,5$
- 2- Tempo de acomodação menor que 10 s (sisotool)  
 $\Rightarrow \sigma \geq 0,40$

- Equação Característica

$$1 + KD(z)G(z) = 0$$

- Construção do Lugar das Raízes é idêntico ao caso contínuo

- Especificações no plano  $z$  para  $T_0 = 1$  s
  - 1- Sobressinal:  $\zeta \geq 0,5$
  - 2- Tempo de acomodação:  $r \leq e^{\sigma T_0} = e^{-0.4 \cdot 1} = 0,67$

- Controle Proporcional

$$u_P(k) = Ke(k)$$

- Controle Integral

$$u_I(k) = u(k - 1) + K \frac{T_0}{T_I} e(k)$$

- Controle Derivativo

$$u_D(k) = K \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)]$$

- Controlador PID Contínuo

$$u(t) = K \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

- Para  $T_0$  pequeno

$$u(k) = K \left[ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{v=0}^k e(v) + \frac{T_D}{T_0} (e(k) - e(k-1)) \right]$$



- Forma recursiva

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$$

$$q_0 = K \left( 1 + \frac{T_D}{T_0} + \frac{T_0}{T_I} \right)$$

$$q_1 = -K \left( 1 + \frac{2T_D}{T_0} \right)$$

$$q_2 = K \frac{T_D}{T_0}$$

- Função de transferência

$$D_{PID}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1z^{-1} + q_2z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

$$D_{PID}(z) = \frac{q_0z^2 + q_1z + q_2}{z^2 - z}$$

- Controle PID do Motor

$$G(s) = \frac{3671}{s^2 + 36.39s}$$

- Segurador de Ordem Zero com  $T_0 = 0.030$  s

$$G(z) = \frac{1.184z + 0.8258}{z^2 - 1.336z + 0.3356}$$