**O MOVIMENTO BROWNIANO**

Em 1827, o botânico inglês Robert Brown investigou, através de um microscópio, o movimento de partículas de pólen em suspenção na água, que se agitavam de forma bastante peculiar, em um rápido *zig-zag.*



A princípio ele imaginou tratar-se de seres vivos, mas partículas minúsculas de material inorgânico apresentavam o mesmo tipo de comportamento.

Apenas 50 anos depois é que foi sugerida uma explicação qualitativa do fenômeno, pelo jesuíta belga *Joseph Delsaux*, baseada em colisões provocadas pelas moléculas do líquido.

Finalmente, em 1905, uma descrição quantitativa do fenômeno foi feita por Einstein (em um artigo publicado no mesmo volume do *Annalen der Physik* em que publicou a sua *Teoria da Relatividade Especial*).

As partículas microscópicas do pólen (na faixa de 0,1 a 1 μm, aproximadamente), sendo muito maiores que as moléculas do líquido, seria continuamente bombardeadas por estas.

Como resultado, tem-se o movimento irregular característico em *zig-zag* que foi denominado “**movimento browniano**”.

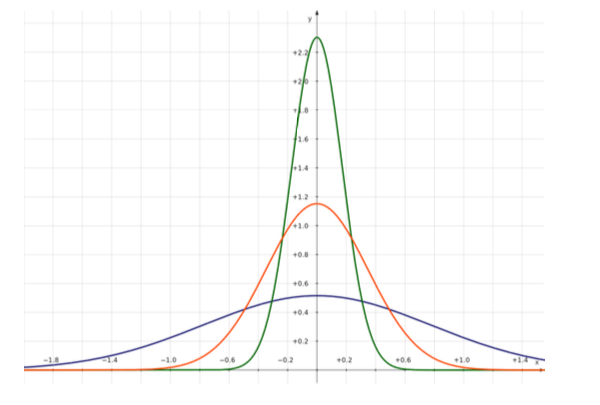
Este mesmo fenômeno serviu de base para se explicar como ocorre a **difusão** das moléculas em fluidos (líquidos ou gasosos).

Einstein propõe que a função de distribuição de probabilidade de encontrar uma partícula na posição no tempo satisfaz a equação diferencial de difusão:

onde uma solução para esta equação é uma distribuição gaussiana onde é o coeficiente de difusão.

Einstein mostrou que o coeficiente de difusão pode ser obtido utilizando o raio da partícula, o coeficiente de viscosidade do meio e a temperatura do sistema, através da expressão:

A figura abaixo mostra exemplo de com diferentes tempos. A distribuição com o tempo menor apresenta a menor largura (curva verde) e a com tempo maior a maior largura (curva azul).



**DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL**

A distribuição binomial é descreve ao sistema que só tem duas respostas: sim/não; direita/esquerda; ligado/desligado; certo/errado; bom/ruim; etc.

Seja a probabilidade de uma resposta e a probabilidade da outra resposta. Isso implica que . Se aplicarmos o teorema da equiprobabilidade temos que , devemos ressaltar que existem situações onde .

Se é o número total de eventos e o número de respostas para , então o número de respostas para será .

A probabilidade de ter respostas em tentativas é dada por:

Esta distribuição binomial tem as seguintes propriedades:

(a) média

(b) média quadrática e variância

(b) no limite de , a distribuição binomial tende a distribuição Gaussiana

onde e .

No movimento Browniano a distância total percorrida é , onde é o tamanho do passo e . Então fazendo a mudança de variável de para temos que também é uma distribuição gaussiana

onde e .

Vamos considerar que é o tempo de cada passo, então o tempo total será .

Se , temos que e , levando estes resultados para o cálculo da posição média, ficamos com

Substituindo estes valores de e na distribuição gaussiana temos:

para esta equação ficar igual a solução da equação de difusão, temos que Então, o coeficiente de difusão é . Isto significa que o coeficiente de difusão é uma característica do sistema que pode ser identificado através de uma caminhada aleatória onde cada passo tem um tamanho de e ocorre num tempo .