

IFUSP – Física – Eletromagnetismo II – 2022_2

Lista de Exercícios 2

1.

(a) Suponha que você incorporou alguma carga livre em um pedaço de vidro. Quanto tempo levaria para a carga fluir para a superfície?

(b) A prata é um excelente condutor, mas é caro. Suponha que você esteja projetando um experimento de micro-ondas para operar a uma frequência de 10^{10} Hz. De qual espessura você faria os revestimentos de prata?

(c) Encontre o comprimento de onda e a velocidade de propagação no cobre para ondas de rádio de 1 MHz. Compare com os valores correspondentes no ar (ou vácuo).
2.

(a) Mostre que a profundidade de penetração em um condutor ruim ($\sigma \ll \omega$) é $(2/\sigma)\sqrt{\epsilon/\mu}$ (independente da frequência). Encontre a profundidade de penetração (em m) para a água (pura). (Use os valores estáticos de ϵ , μ e σ ; as respostas serão válidas, então, apenas em frequências relativamente baixas.).

(b) Mostre que a profundidade de penetração em um bom condutor ($\sigma \gg \omega$) é $\lambda/2\pi$ (onde λ é o comprimento de onda dentro do condutor). Encontre a profundidade de penetração (em nm) para um metal típico ($\sigma \approx 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$) na faixa visível ($\omega \approx 10^{15}/\text{s}$), supondo $\epsilon \approx \epsilon_0$ e $\mu \approx \mu_0$. Por que os metais são opacos?

(c) Mostre que em um bom condutor o campo magnético está 45° atrasado em relação ao campo elétrico e encontre a razão entre suas amplitudes. Para um exemplo numérico, use o “metal típico” do item (b).
3.

(a) Discuta as bases do Modelo de Lorentz (unidimensional) no caso da propagação de uma OEM num dielétrico.

(b) Mostre que, com base nesse modelo, a *polarização* do material pode se expressa por

$$\vec{P} = \frac{N q^2}{m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i \gamma_j \omega} \vec{E},$$

onde ω é a frequência da OEM, q e m a carga e massa do elétron, f_j é o número de elétrons em cada molécula com frequência natural de oscilação ω_j , fator de amortecimento (radiação) γ_j e N é o número de moléculas por unidade de volume.

(c) Mostre que o resultado do item anterior, implica em um número de onda complexo, e determine sua expressão.
4.

O Um modelo simples para um átomo de H consiste em um núcleo pontual (+q) cercado por uma partícula carregada (-q) em órbita circular de raio a , no vácuo. Uma onda EM se aproxima.

(a) Para esse modelo, que frequência natural de oscilação se obtém? Utilize valores reais.

(b) Onde, no espectro eletromagnético, ela se encontra, supondo o raio do átomo $0,5 \text{ \AA}$?

(c) Encontre os coeficientes de refração e dispersão e compare-os com os valores medidos para hidrogênio a 0°C e pressão atmosférica: $A = 1,36 \times 10^{-4}$, $B = 7,7 \times 10^{-15} \text{ m}^2$.

5. Na Mecânica Quântica, uma partícula livre de massa m , viajando na direção x , é descrita pela função de onda

$$\Psi(x, t) = Ae^{i(px-Et)/\hbar}$$

onde p é a quantidade de movimento e $E = p^2/2m$ é a energia cinética.

- (a) Calcule a velocidade de grupo e a velocidade da onda. Qual a relação entre elas?
- (b) Qual deles corresponde à velocidade clássica da partícula?
6. Uma onda de 2,0 m de comprimento de onda e 1000 Hz de frequência propaga-se entre dois planos paralelos refletores longos separados pela distância de 1,2 m.
- (a) Determine a velocidade de fase da onda guiada para $n = 1$.
- (b) Qual o ângulo de incidência entre os planos?
- (c) Qual a frequência de corte para esse guia de ondas?
- (d) Considere agora uma guia com dois conjuntos perpendiculares de planos paralelos, cada par separado por 1,2 m. Qual seria a frequência de corte nesse caso?
7. Dado um guia de ondas retangular, preenchido com ar, sendo $a = 4$ cm e $b = 2$ cm.

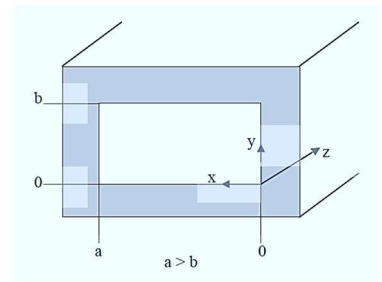
(a) Quais são os 6 primeiros modos de propagação de onda nesse guia?

(b) Calcule a frequência de corte desses modos.

(c) Considere uma onda EM de 15 GHz se propagando nesse guia: Quais os modos de propagação desse sinal no guia considerado?

(d) Qual o comprimento de onda guiado do sinal do item (c) no modo TE_{10} ?

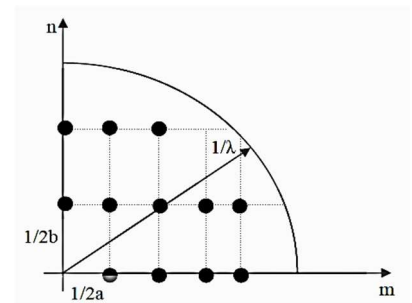
(e) Para essa onda, quais os valores das velocidades de fase e de grupo?



8. Para um guia retangular de dimensões $a = 3,0$ cm e $b = 1,5$ cm:

(a) Determinar quantos e quais modos de onda podem se propagar no guia quando nele incide um sinal de frequência 24 GHz. (sug.: veja o gráfico)

(b) Qual a taxa de energia transportada pela onda no guia no modo fundamental?



9. (a) Calcule a potência média dissipada por um guia de ondas retangular, preenchido com ar, operando no modo TE_{10} , de dimensões $a = 7,2$ cm e $b = 3,4$ cm, feito de *alumínio* (condutividade $\sigma_{Al} = 3,8 \times 10^7$ S/m), e operando com frequência de 3,0 GHz.¹
- (b) Qual a perda em uma seção do guia de comprimento 45 cm?

¹ Para um filme fino de espessura t , comprimento L e largura W , com $t \ll L, W$, a relação entre R_s e a resistividade ρ é $\rho = R_s t$.

10. Considere uma cavidade ressonante produzida ao se fechar as duas extremidades de um guia de onda retangular (de dimensões transversais a e b), em $z = 0$ e $z = d$, dando origem a uma caixa vazia perfeitamente condutora. Mostre que as frequências de ressonância tanto para os modos TE quanto TM são dadas por

$$\omega_{lmn} = c\pi \sqrt{\left(\frac{l}{d}\right)^2 + \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2},$$

onde l , m e n são inteiros. Determine os campos elétricos e magnéticos associados aos modos TE e TM.