Lista de Exercícios II

① Considere um oscilador harmônico amortecido de massa M e constante elástica k, sujeito a uma força externa $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$.

(a) Encontre a solução $x(t)$ da equação de movimento considerando que no instante $t = 0$ o oscilador encontra-se parado na posição $x(0) = x_0$.

(b) Esboce a solução particular e a solução homogênea para o caso de amortecimento sub-crítico. Qual solução domina para pequenos valores de t? Qual domina para valores maiores de t?

② Considere um corpo de massa m, conectado a uma mola de constante elástica k, sujeito a uma força $F(t) = \alpha t$. A quantidade α é uma constante positiva com as dimensões apropriadas, e o comprimento de repouso da mola pode ser considerado desprezível. No instante $t = 0$ o corpo encontra-se na posição x_0 com uma velocidade v_0. Calcule a solução da equação de movimento impondo as condições iniciais dadas. Preste atenção: que tipo de solução particular você deve escolher nesse caso? O que mudaria considerando um comprimento de repouso da mola ℓ não desprezível?

③ Considere o seguinte sistema,

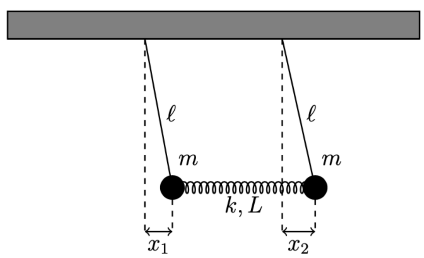

Figura 1: Pêndulos acoplados.

composto por dois pêndulos simples idênticos de comprimento ℓ, acoplados por uma mola de constante elástica k e comprimento de repouso L. Para permitir uma abordagem analítica ao problema, vamos considerar apenas *pequenas oscilações entorno das posições de equilíbrio do dois pêndulos, desprezando o movimento vertical das massas.*

(a) Escreva as equações de movimento dos dois corpos;

(b) Resolva as equações de movimento do item (a) para condições iniciais genéricas;

(c) Fixe agora as condições iniciais $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = x_0$, $\dot{x}_1(0) = 0$ e $\dot{x}_2(0) = 0$ e esboce o gráfico da solução.

④ Considere o deslocamento ondulatório representado por

$$y(x, t) = 0,5 \text{ sen}(0,1x - 0,4t),$$

com todas as quantidades no SI.

(a) Determine a amplitude, o período, o comprimento de onda e a velocidade de propagação dessa onda;

(b) Determine a velocidade $\frac{\partial y}{\partial t}(x,t)$ e a aceleração $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)$ deste deslocamento;

(c) Esboce os gráficos de $y(x,0)$, $\frac{\partial y}{\partial t}(x,0)$ e $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,0)$.

⑤ Uma onda é representada por

$$y_1(x,t) = 10\cos(5x + 25t),$$

onde x é medido em metros e t em segundos. Mostre que $y_1(x,t)$ satisfaz a equação de onda e deduza seu comprimento de onda, frequência, velocidade e direção de propagação. Uma segunda onda

$$y_2(x,t) = 20\cos(5x + 25t + \pi/3),$$

interfere com $y_1(x,t)$. Deduza a amplitude e fase da onda resultante.

⑥ Uma corda uniforme de massa m e comprimento l está pendurada no teto.

(a) Mostre que a velocidade de uma onda transversal na corda é uma função de y, a distância de um ponto na corda medida a partir do ponto mais baixo, e dada por $v = \sqrt{gy}$.

(b) Mostre que o tempo que uma onda transversal leva para atravessar o comprimento da corda é $t = 2\sqrt{l/g}$.

(c) A massa da corda influi nos resultados obtidos? Por que?

⑦ Mede-se a velocidade v de propagação de ondas transversais num fio com uma extremidade presa a uma parede, que é mantido esticado pelo peso de um bloco que se encontra suspenso na outra extremidade através de uma polia. Forneça uma expressão para a velocidade v.