Espaço-tempo de Minkowski ($\mathcal{E} = \mathbb{M}$)

→ $\mathbb{V}_p \equiv \mathbb{V}$, $p \in \mathbb{M}$

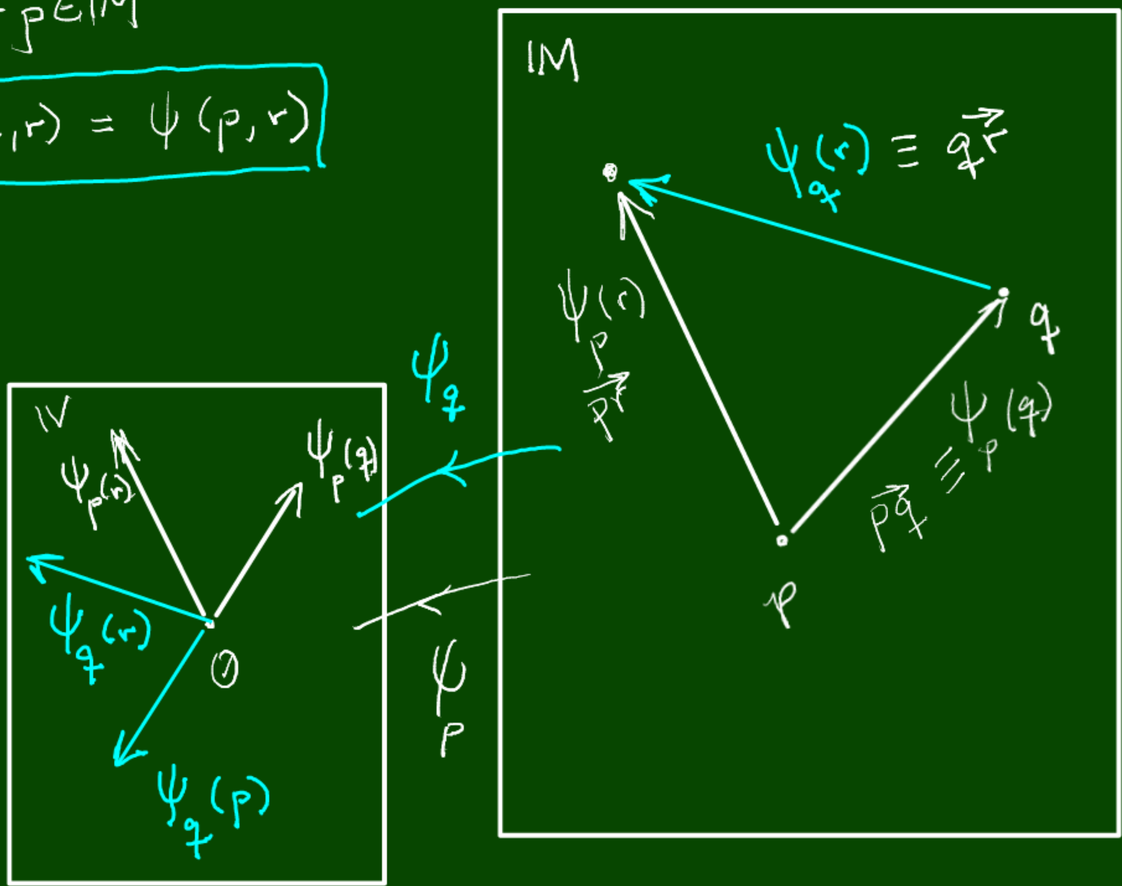
→ $\psi_p : \mathbb{M} \to \mathbb{V}$, $\psi_p(q) \equiv \psi(p,q)$, $\psi : \mathbb{M} \times \mathbb{M} \to \mathbb{V}$

Espaço afim

ψ_p é bijetor $\mathbb{M} \overset{1-1}{\longleftrightarrow} \mathbb{V}$

$\psi(p,p) = 0$, $\forall p \in \mathbb{M}$

$$\boxed{\psi(p,q) + \psi(q,r) = \psi(p,r)}$$



- **Métrica Lorentziana**

$g : \mathbb{V} \times \mathbb{V} \to \mathbb{R} \;/\; \mathbb{u}, \mathbb{v} \in \mathbb{V} \mapsto g(\mathbb{u}, \mathbb{v}) \in \mathbb{R}$

(i) $g(\mathbb{w}, \mathbb{u} + \lambda \mathbb{v}) = g(\mathbb{w}, \mathbb{u}) + \lambda g(\mathbb{w}, \mathbb{v})$, $\mathbb{u}, \mathbb{v}, \mathbb{w} \in \mathbb{V}$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ (Linearidade)

(ii) $g(\mathbb{u}, \mathbb{v}) = g(\mathbb{v}, \mathbb{u})$ (simetria)

(iii) $g(\mathbb{u}, \mathbb{v}) = 0$, $\forall \mathbb{v} \in \mathbb{V} \Rightarrow \mathbb{u} = \mathbb{0}$ (não-degenerescência)

(iv) $\exists\, \mathbb{u}_0 \in \mathbb{V} \;/\; g(\mathbb{u}_0, \mathbb{u}_0) < 0$. Além disso, se $\mathbb{v} \neq \mathbb{0}$ satisfaz $g(\mathbb{u}_0, \mathbb{v}) = 0$, então $g(\mathbb{v}, \mathbb{v}) > 0$.

(Obs: Se $g(\mathbb{u}, \mathbb{u}) \gtrless 0$, então $g(\lambda \mathbb{u}, \lambda \mathbb{u}) \gtrless 0$, $\lambda \neq 0$)

→ <u>Intervalo invariante</u>: $I : \mathbb{M} \times \mathbb{M} \to \mathbb{R}$, $I(p,q) = g(\psi_p(q), \psi_p(q))$ $\left(\text{"="}\; \|\psi_p(q)\|^2 \right)$

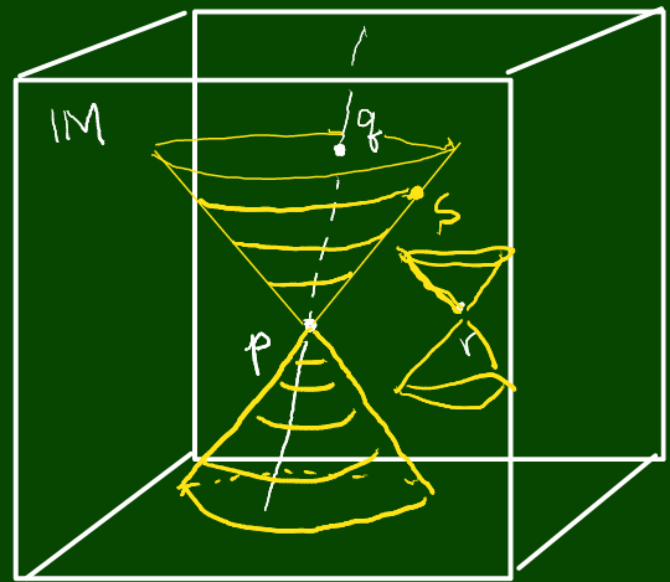
se fosse Euclidiano

Fato:

(I) Se $I(p,q) < 0$, existe um observador inercial p/ o qual p e q são eventos que ocorrem no mesmo ponto do espaço e o intervalo de tempo entre eles vale $\Delta\tau(p,q) = \sqrt{|I(p,q)|}/c$;

(II) Se $I(p,q) > 0$, existe um referencial inercial no qual p e q são simultâneos e a distância entre eles é dada por $D(p,q) = \sqrt{I(p,q)}$;

(III) Se $I(p,q) = 0$, mas $p \neq q$, existe uma linha-de-mundo de luz conectando esses eventos.



$I(p,q) < 0$

$I(p,r) > 0$

$I(p,s) = 0$

Cone de luz de $p = \{ s \in \mathbb{M}$

$I(p,s) = 0 \}$