SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECÂNICA DE ENERGIA

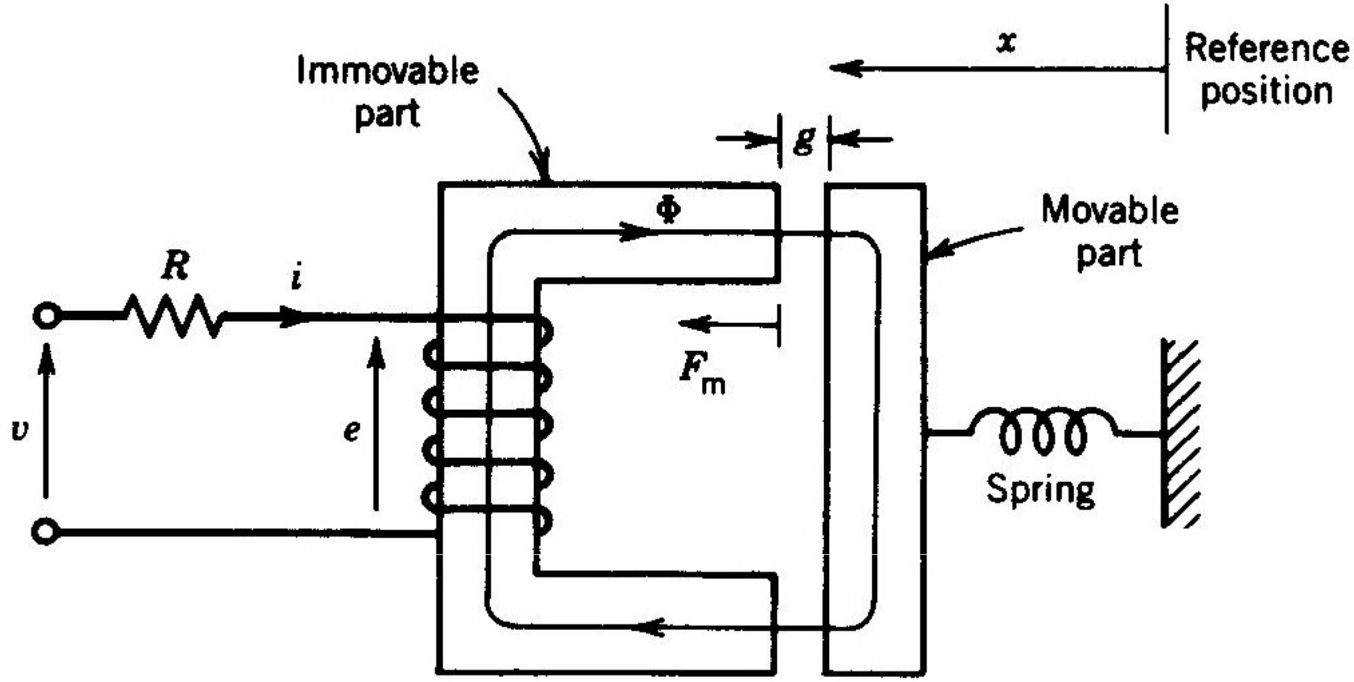
Princípios de Conversão de Energia

(Parte 2)

(livro guia P. C. SEN pag95-120)

Cálcula de Força Magnética

Força Magnética



- Considere que a parte móvel desloca-se da uma posição inicial ($x=x_1$) para outra posição ($x=x_2$) de forma que o entreferro na posição x_2 seja menor do que em x_1;

Força Magnética

Caso 1: Corrente invariável

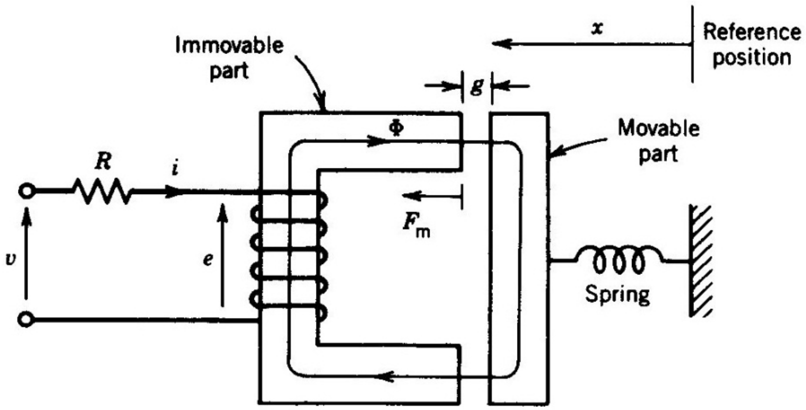
Ocorre quando o movimento é lento, assim as variações no fluxo são insuficientes para induzir tensão no enrolamento:

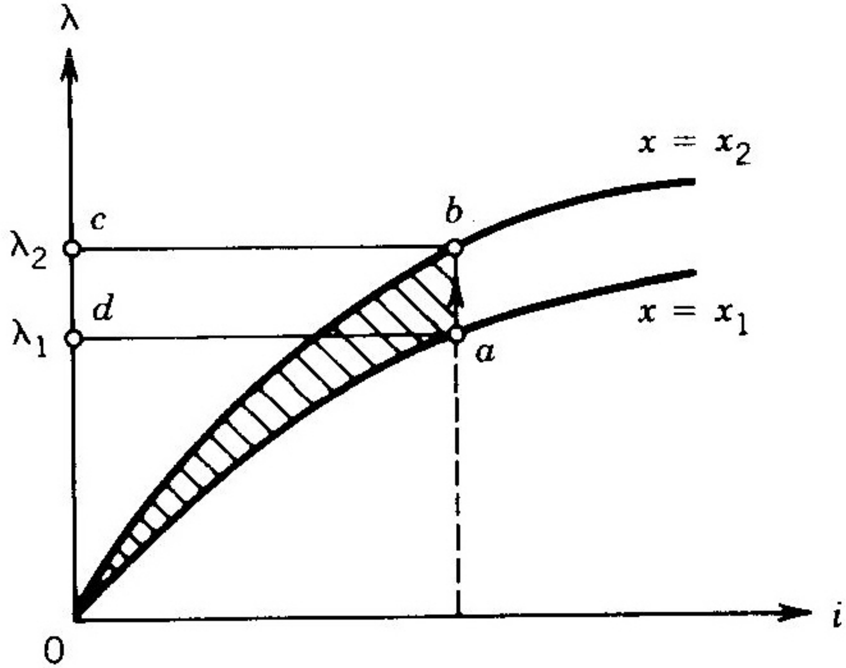
→ $e = d\lambda/dt \approx 0$

→ $v = Ri + e$

→ $i = (V - e)/R$

→ $i \approx V/R$ (cte)



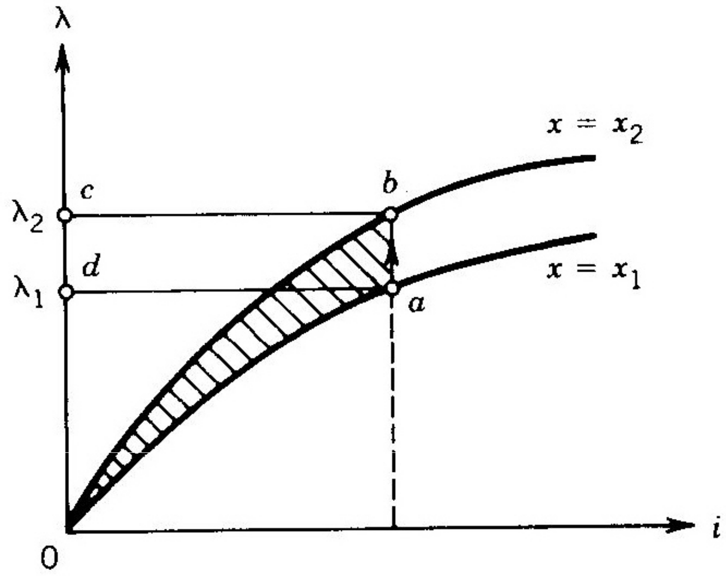


(a)

Força Magnética

Assim, a variação da co-energia é que produz a força mecânica causadora do movimento

$$f_m \mathrm{dx} = \mathrm{dW}_{\mathrm{mec}} = \mathrm{dW}'_{campo}$$



(a)

daí:

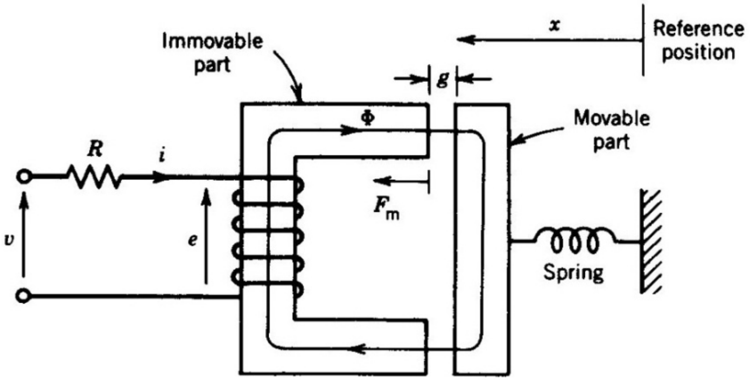
$$f_m = \frac{\mathrm{dW}'_{campo}}{\mathrm{dx}}\Big|_{i=\mathrm{constante}}$$

➢Através da variação da co-energia pode-se determinar a força mecânica responsável pelo pelo trabalho realizado no deslocamento da parte móvel.

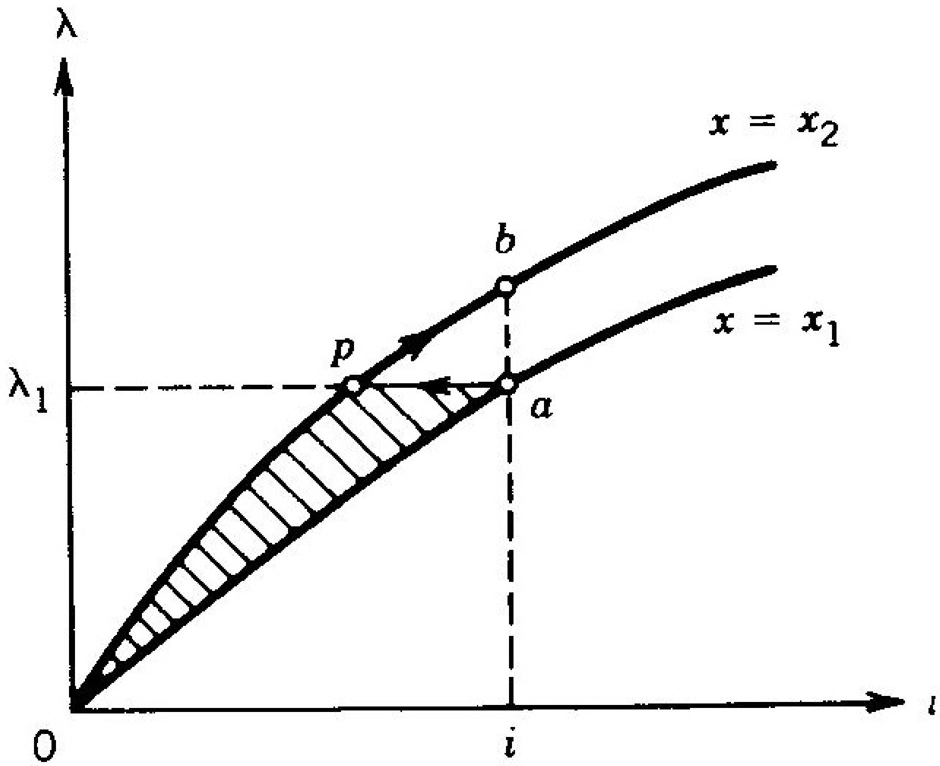
Força Magnética

Caso 2: Fluxo Magnético Constante

Ocorre quando o deslocamento da parte móvel é rápido ($dt \rightarrow 0$) e assim o fluxo concatenado permanece constante



Neste caso o novo ponto de equilíbrio será em **<u>p</u>**



Força Magnética

Como o fluxo é constante, a energia

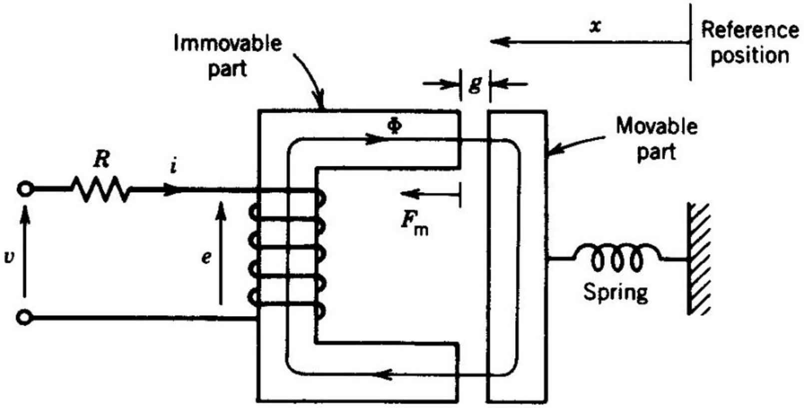
elétrica fornecida não varia:

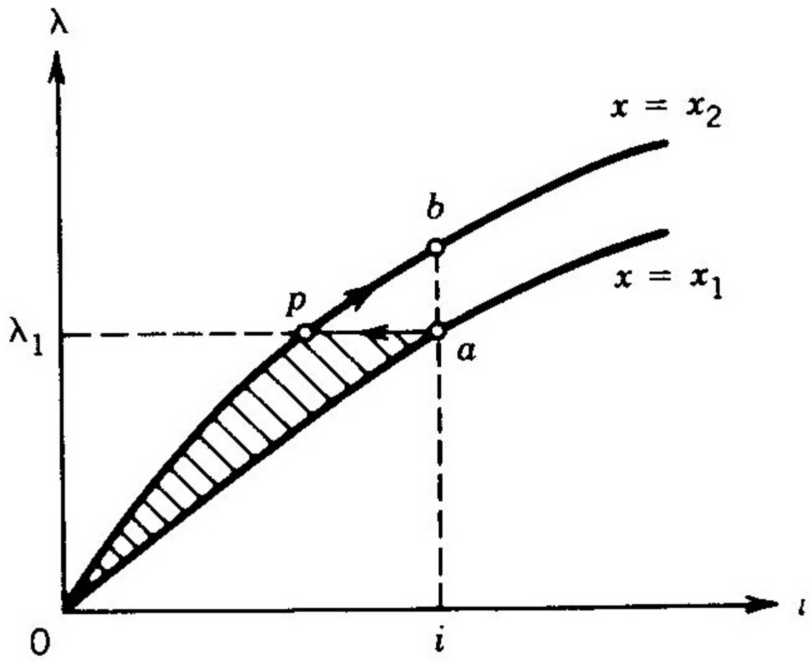
$$dW_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_1} i\,d\lambda = 0$$

E assim:

$$dW_e = dW_{mec} + dW_{campo} = 0$$
$$dW_{mec} = -\,dW_{campo}$$

- A energia mecânica necessária para produzir a força é totalmente retirada do campo magnético

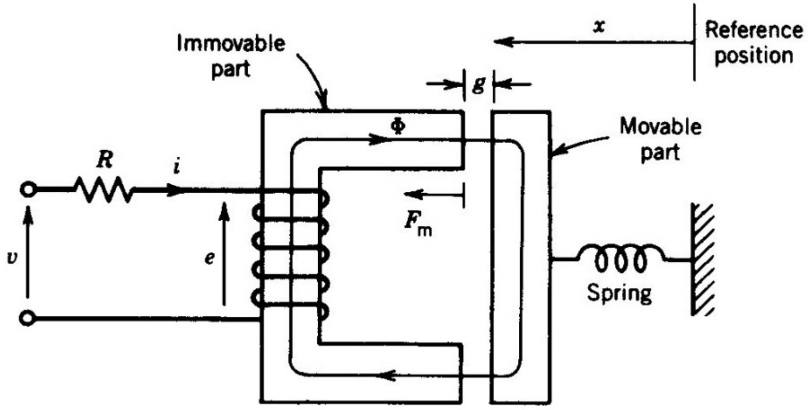




Força Magnética

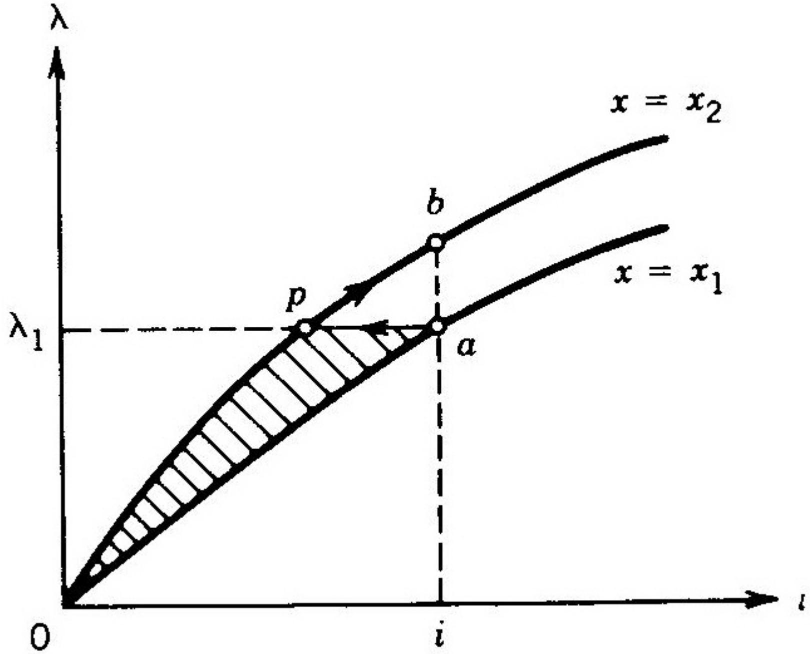
A força mecânica é dada por:

$$f_m dx = dW_{mec} = -dW_{campo}$$



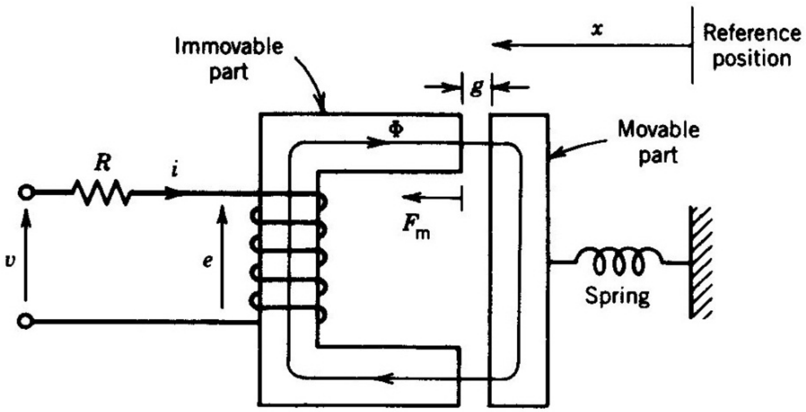
E assim:

$$f_m = -\frac{dW_{campo}}{dx}\bigg|_{\lambda=\text{constante}}$$



- O deslocamento da parte móvel ocorre graças à diminuição da energia armazenada no campo magnético

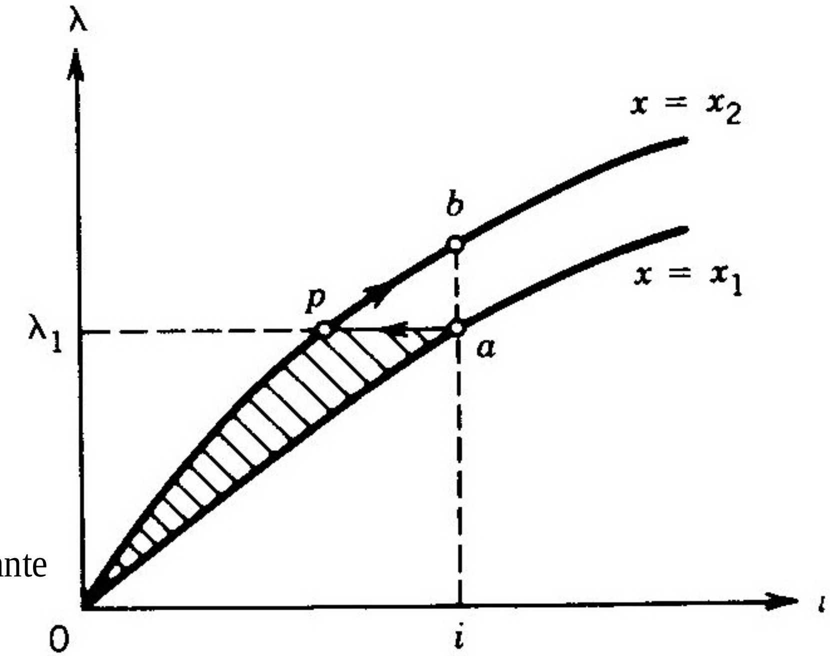
Força Magnética



A variação da energia mecânica é dada por:

$$dW_{mec} = \text{Área Oap}$$

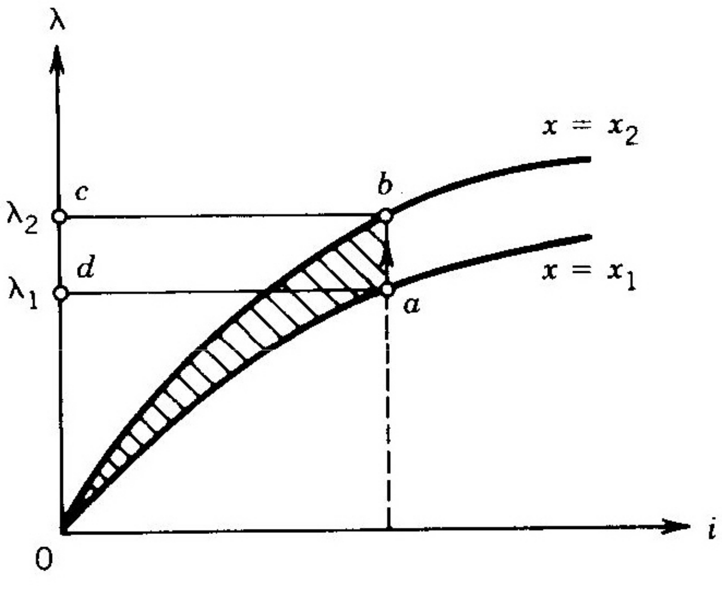
➢Quando o deslocamento dx é suficientemente pequeno, as áreas Oap e Oab são aproximadamente iguais. Assim, a força pode ser calculada tanto em função do aumento incremental da co-energia, quanto através da diminuição incremental da energia.



$$f_m = \frac{dW'_{campo}}{dx}\bigg|_{i=\text{constante}} \qquad f_m = -\frac{dW_{campo}}{dx}\bigg|_{\lambda=\text{constante}}$$

Força Magnética

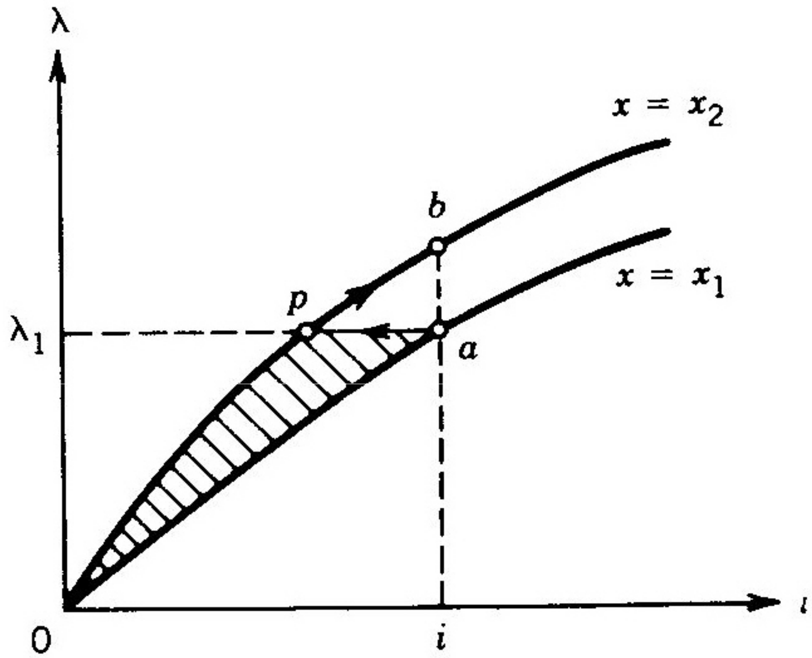
Força usando Co-Energia



(a)

$$f_m = \frac{dW'_{campo}}{dx}\Big|_{i=\text{constante}}$$

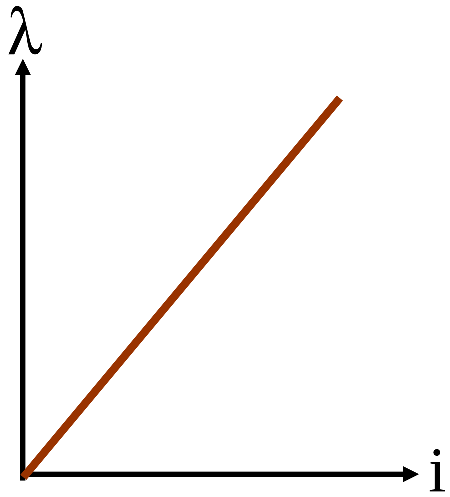
Força usando Energia



$$f_m = -\frac{dW_{campo}}{dx}\Big|_{\lambda=\text{constante}}$$

Sistema Eletromagnético Linear

- Se a relutância do núcleo for desprezível comparada com a relutância do entreferro, a relação λ-i torna-se linear.



Com isso: $\lambda = L(x).i$

- L(x) é a indutância do enrolamento e depende do comprimento do entreferro.

$$L = \frac{N^2}{R_g}$$

Sistema Eletromagnético Linear

$$W_{campo} = W'_{campo} = (\lambda\, i)/2$$

$$W'_{campo} = (L(x)\, i^2)/2$$

$$f_m = \frac{dW'_{campo}}{dx}$$

(Obtido anteriormente para corrente constante)

$$\boxed{f_m = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}}$$

Sistema Eletromagnético Linear

Para um circuito magnético com um entreferro equivalente, l_g :

$$W_{\text{campo}} = \frac{B_g^2}{2\mu_o} Vol_{entreferro}$$

$$\boxed{W_{\text{campo}} = (B_g^{\,2})/(2\mu o) \times A \times l_g}$$

Para um sistema linear, $W_{\text{campo}} = W'_{\text{campo}}$:

$$f_m = \frac{\mathrm{d}W'_{campo}}{\mathrm{d}x}$$

Sendo $x = l_g$

$$\boxed{f_m = (B_g^{\,2})/(2\mu o) \times A_{\,g}}$$

Sistema Eletromagnético Linear

Para um circuito magnético com um entreferro equivalente, l_g :

$$f_m = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

$$L(x) = N^2 \mu o A_g / l_g$$

$$\boxed{f_m = -i^2(\mu o \times A_g \times N^2)/(2 l_g^2)}$$

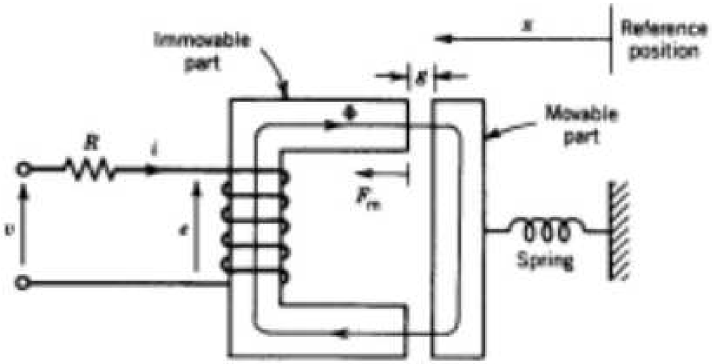
Exemplos

Exemplo 1

Dada a relação λ-i por:

$$i = \left(\frac{\lambda g}{0{,}09}\right)^2 \qquad \lambda = \frac{0{,}09 i^{1/2}}{g}$$

Válida para 0 < i < 4 A; e 3 < g < 10 cm



1. Para corrente de 3A e entreferro de 5cm encontre a força mecânica sobre a parte móvel, usando a energia e a co-energia do campo.

A co-energia é:

$$W'_{campo} = \int_0^i \lambda di = \int_0^i \frac{0{,}09 i^{1/2}}{g} di = \frac{0{,}09}{g}\frac{2}{3} i^{3/2} \text{ J}$$

Exemplo 1

A energia é:

$$W_{campo} = \int_0^{\lambda} i\,d\lambda = \int_0^{\lambda} \left(\frac{\lambda g}{0{,}09}\right)^2 d\lambda = \frac{g^2}{0{,}09^2}\frac{\lambda^3}{3}\ \mathrm{J}$$

A força é dada por:

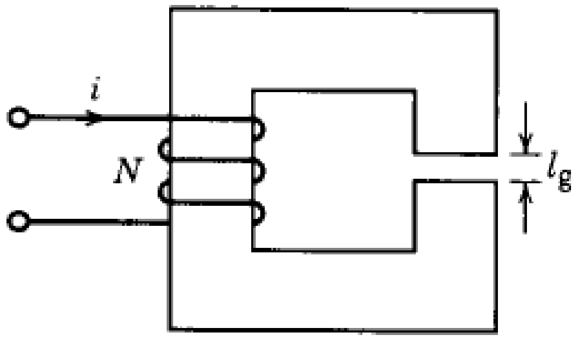
$$f_m = -\frac{dW_{campo}}{dg}\Big|_{\lambda=cte} = -\frac{d}{dg}\left(\frac{g^2}{0{,}09^2}\frac{\lambda^3}{3}\right) = -\frac{2g}{0{,}09^2}\frac{\lambda^3}{3}\ \mathrm{N}$$

$$\boxed{f_m = -124{,}7\ \mathrm{N}}$$

Exemplo 2

Para o circuito magnético mostrado na figura abaixo, N=500, i=2A, comprimento do entreferro = 2cm; profundidade do entreferro = 2cm; comprimento = 1mm.
Desprezando a relutância do núcleo, o fluxo concatenado e efeito de espraiamento.

a) Força de atração
b) Energia no entreferro



1

a) Força de atração

$$B_g = \frac{\mu_0 N i}{l_g}$$

$$f_m = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g$$

$$= \mu_0 \frac{N^2 i^2}{2 l_g^2} A_g$$

$$= \frac{4\pi 10^{-7}(500 \times 2)^2}{2 \times 1 \times 1 \times 10^{-6}} \times 2.0 \times 2.0 \times 10^{-4}$$

$$= 251.33 \text{ N}$$

Exemplo 2

2

b) Energia do campo magnético no entreferro

$$W_f = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times V_g$$

$$= \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g \times l_g$$

$$= 251.33 \times 10^{-3}\ \mathrm{J}$$

$$= 0.25133\ \text{joules}$$

Exemplo 3

Para o sistema ao lado:

N=300 espiras

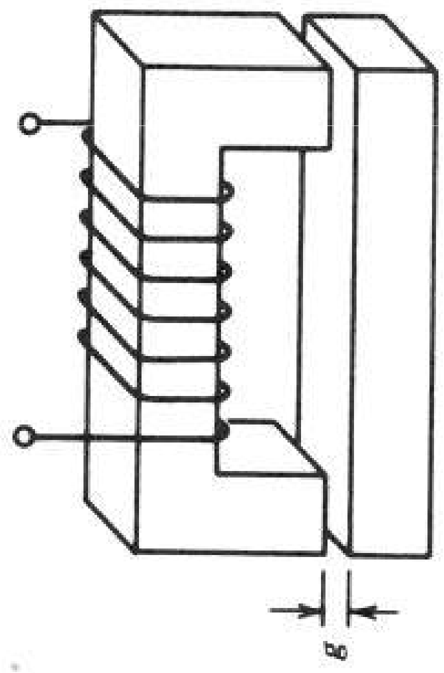
R=6 Ω; V=120 Volts DC

A_g=6cm*6cm; g= 5mm,

Desprezando a relutância do núcleo, calcule:

a) A energia armazenada no entreferro;

b) A força sobre a parte móvel;



$l_g = 2\ g = 10$ mm (entreferro total)

Exemplo 3

$$V = Ri + e$$

$$e = \frac{d\lambda}{\mathrm{dt}} = 0 \quad \text{para } \mathrm{V}_{\mathrm{DC}}$$

$$i = \frac{V}{R} = 120/6 = 20\ A$$

$$B_{ar} = \frac{\mu_o N i}{2g} = 0{,}754\ \mathrm{T}$$

Exemplo 3

a) A energia armazenada no entreferro;

$$W_{campo} = (B_g^{\,2})/(2\mu o) \times A \times l_g$$

$$W_{campo} = 8{,}1434 \text{ J}$$

b) Cálculo da Força usando parâmetros magnéticos:

$$f_m = (B_g^{\,2})/(2\mu o) \times A_{\ g}$$

$$\boxed{f_m = 1628{,}7 \text{ N}}$$

Exemplo 3

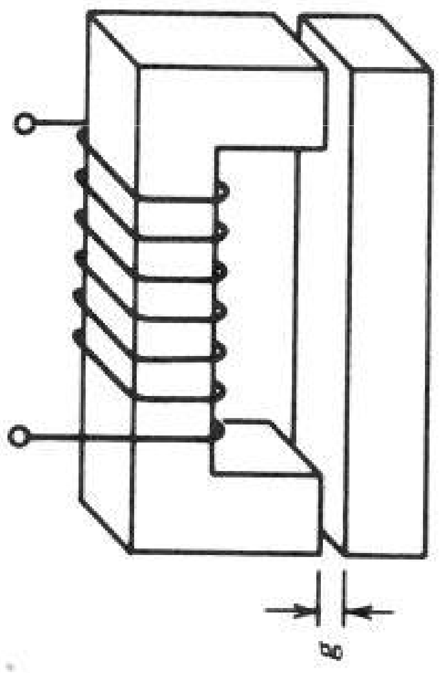
Considerando o mesmo sistema, porém

V=120 Volts AC

e desprezando a relutância do núcleo, calcule:

a) A energia armazenada no entreferro;

b) A força sobre a parte móvel;



Exemplo

$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{\mu_o A_g N^2}{2g} = 40{,}7\ \mathrm{mH}$$

$$da\acute{\imath}: \quad Z = R + j\omega L = 6 + j\,15{,}34\,\Omega$$

$$I_{RMS} = \frac{V}{|Z|} = 7{,}29\,A$$

$$B_{RMS,g} = \frac{\mu_o N i}{2g} = 0{,}2748\ \mathrm{T}$$

Exemplo

a) A energia armazenada no gap;

$$W_{campo} = (B_g^2)/(2\mu o) \times A \times l_g$$

$$\boxed{W_{campo} = 1{,}082\ J}$$

a) Força

$$f_m = (B_g^2)/(2\mu o) \times A_{\ g}$$

$$f_m = 216{,}3N$$

A força em AC é 1/8 vezes a força em DC

Exercício Proposto:

Refazer o calculo da força para diferentes entreferros:

g1=5mm

g2=10mm

g3=15mm

g4 = 20mm

Traçe uma figura de entreferro x Força e entreferro x corrente para o caso de corrente contínua a corrente alternada.