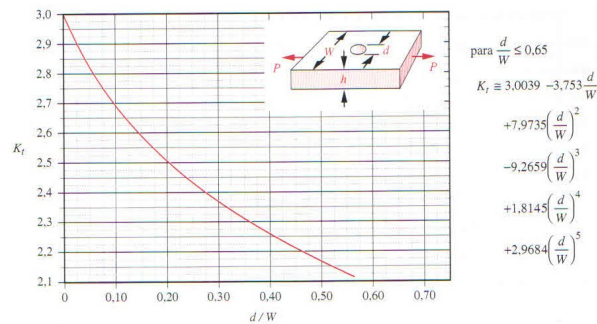




Nome: _____ N° USP: _____

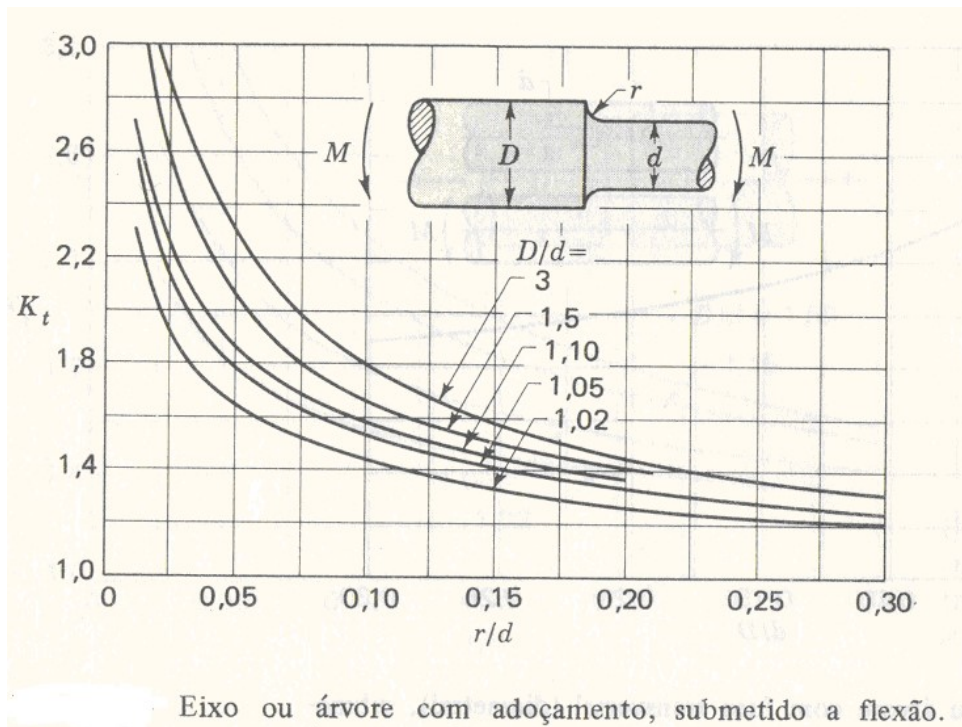
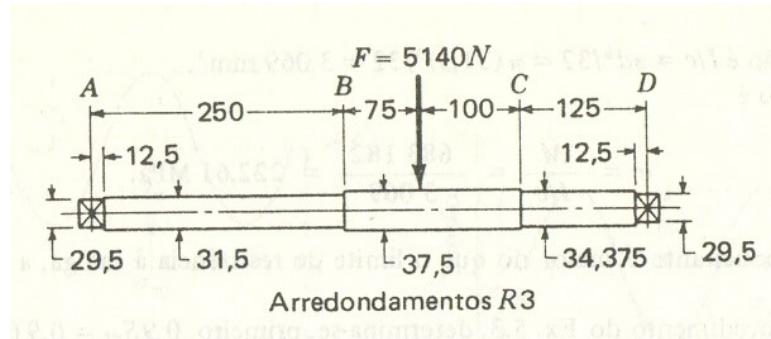
Questão 1 (6,0 pontos) - Uma barra com seção transversal de 22 mm x 30 mm (altura x largura) é carregada axialmente com uma força variável no tempo entre os valores $F_{\min} = 8$ kN e $F_{\max} = 24$ kN. Um orifício de diâmetro 10 mm atravessa o centro do lado de 30 mm. Encontre o fator de segurança para uma vida infinita utilizando o critério de Goodman e de Gerber se o material tem $S_{ut} = 500$ MPa.

Assumir: Acabamento usinado, confiabilidade de 99,999% e temperatura de trabalho de 37°C.



Fator geométrico de concentração de tensão

Questão 2 (4,0 pontos) - A figura abaixo mostra um eixo rotativo apoiado em rolamentos de esferas em **A** e **D** e carregado pela força vertical **F**. O eixo gira e a carga é estacionária. O material é aço UNS G10350 ($S_{ut} = 709,67 \text{ MPa}$ e $S_y = 496,08 \text{ MPa}$) com acabamento usinado. Considerando confiabilidade de 50%, estime a vida da peça. Admita como seção crítica a seção **B**.



Bom trabalho!



Formulário:

Tensões

$$\sigma_{xx} = \frac{N_x(x)}{A(x)} \quad \text{Tensão normal devido à força normal}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{M_x(x) r}{J_p} \quad \text{Tensão de cisalhamento devido ao momento torsor}$$

$$\sigma_{xx} = -\frac{M_z(x) y}{I_{zz}} \quad \text{Tensão normal devido ao momento fletor}$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{V_y(x) Q_{zp}(y)}{I_{zz} b(y)} \quad \text{Tensão de cisalhamento devido à força cortante}$$

Crítérios de falha por fadiga para tensões uniaxiais variadas

Goodman modificado

Gerber

$$\sigma_a = S_n \left(1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}} \right)$$

$$\sigma_a = S_n \left(1 - \frac{\sigma_m^2}{S_{ut}^2} \right)$$

Fadiga dos Materiais

Para o diagrama S-N

$$S_n = a N^b \quad \text{com} \quad b = \frac{1}{\log N_1 - \log N_2} \log \frac{S_m}{S_e} \quad \log a = \log S_m - b \log N_1$$

$$S_m = 0,9 S_{ut} \Rightarrow \text{flexão}$$

$$S_m = 0,75 S_{ut} \Rightarrow \text{força normal}$$

$$N_1 = 10^3 \text{ ciclos}$$

$$N_2 = 10^6 \text{ ciclos}$$

Fatores de Correção

p/ aços:

$$S_{e'} \cong 0,5 S_{ut} \quad S_{ut} < 1400 \text{ MPa}$$

$$S_{e'} \cong 700 \text{ MPa} \quad S_{ut} \geq 1400 \text{ MPa}$$

$$S_e = C_{\text{carreg}} C_{\text{tamanho}} C_{\text{superf}} C_{\text{temp}} C_{\text{conf}} S_{e'}$$

$$S_f = C_{\text{carreg}} C_{\text{tamanho}} C_{\text{superf}} C_{\text{temp}} C_{\text{conf}} S_{f'}$$

- Efeito do carregamento

Flexão alternada: $C_{carreg} = 1$

Força normal alternada: $C_{carreg} = 0,7$

Torção alternada: $C_{carreg} = 1$

- Efeito do tamanho

Para peças cilíndricas

$$d \leq 0,3 \text{ in } (8 \text{ mm}) \quad C_{tamanho} = 1$$

$$0,3 \text{ in} \leq d \leq 10 \text{ in} \quad C_{tamanho} = 0,869 d^{-0,097} \text{ (em in)}$$

$$8 \text{ mm} \leq d \leq 250 \text{ mm} \quad C_{tamanho} = 1,189 d^{-0,097} \text{ (em mm)}$$

$$d \geq 10 \text{ in} \quad C_{tamanho} = 0,6$$

* Somente esforço axial $C_{tamanho} = 1$

As falhas não são sensíveis ao tamanho

- Efeito da superfície

$$C_{superf} \cong A(S_{ut})^b$$

Se $C_{superf} > 1,0$

utilize $C_{superf} = 1,0$

Fonte: Shigley e Mischke, *Mechanical Engineering Design*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 1989, p. 283, com permissão.

Acabamento superficial	MPa		kpsi	
	A	b	A	b
Retificado	1,58	-0,085	1,34	-0,085
Usinado ou estirado a frio	4,51	-0,265	2,7	-0,265
Laminado a quente	57,7	-0,718	14,4	-0,718
Forjado	272	-0,995	39,9	-0,995

- Efeito da temperatura

$$T \leq 450^{\circ}\text{C} (840^{\circ}\text{F}) \quad C_{temp} = 1$$

p/ aços: $450^{\circ}\text{C} < T \leq 550^{\circ}\text{C} \quad C_{temp} = 1 - 0,0058(T - 450)$

$$840^{\circ}\text{F} \leq T \leq 1020^{\circ}\text{F} \quad C_{temp} = 1 - 0,0032(T - 840)$$

- Efeito de confiabilidade

Fatores de confiabilidade para
 $S_d = 0,08\mu$

Confiabilidade % C_{conf}	
50	1,000
90	0,897
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659



Concentração de Tensão

$$\sigma = K_f \sigma_{nom}$$

$$\tau = K_{fs} \tau_{nom}$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

com

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

Constante de Neuber para aços

S_{ut} (ksi)	$\sqrt{a}$ (in ^{0.5})
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

Material dúctil (Dowling, 1993): define-se K_{fm} - fator de concentração de tensão relativo à tensão média em fadiga

1ª Possibilidade $\sigma_{máx} < S_y$

$$K_{fm} = K_f$$

2ª Possibilidade $\sigma_{máx} > S_y$ e $|\sigma_{mín}| < S_y$

$$K_{fm} = \frac{S_y - K_f \sigma_{a_{nom}}}{|\sigma_{m_{nom}}|}$$

3ª Possibilidade $\Delta\sigma_{máx} > 2S_y$

$$K_{fm} = 0$$

INTRODUÇÃO AOS ELEMENTOS DE MÁQUINAS

Resolução Primeira Prova – 2015/1

Questão 1 (6,0 pontos):

1) Dados do problema:

Barra Seção Transversal 22 mm x 30 mm (altura x largura)

$$\text{Diâmetro} = 10 \text{ mm}$$

$$S_{ut} = 500 \text{ MPa}$$

Forças atuantes:

$$F_{\min} = 8 \text{ kN} ; F_{\max} = 24 \text{ kN}$$

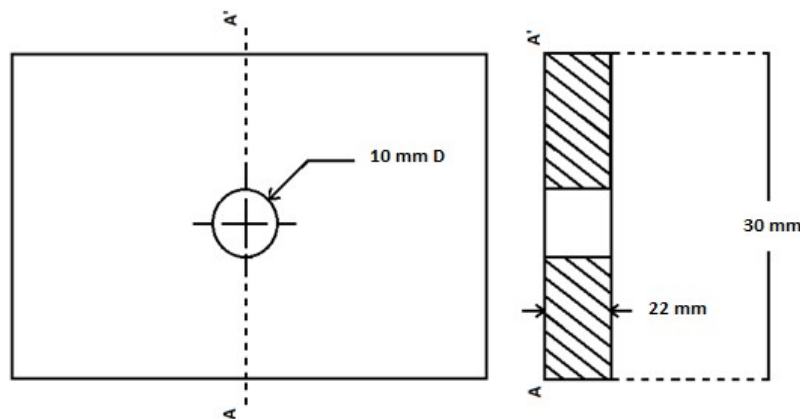
Acabamento usinado; Confiabilidade de 99,999%; Temperatura de 37°C

2) Tensões atuantes:

$$\text{Tensão Nominal} = \sigma = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_{\min} = \frac{F_{\min}}{A} ; \sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{A}$$

Mas que área é utilizada? Para manter a abordagem conservadora, utilizaremos a área na seção crítica, representada por A-A':



Portanto:

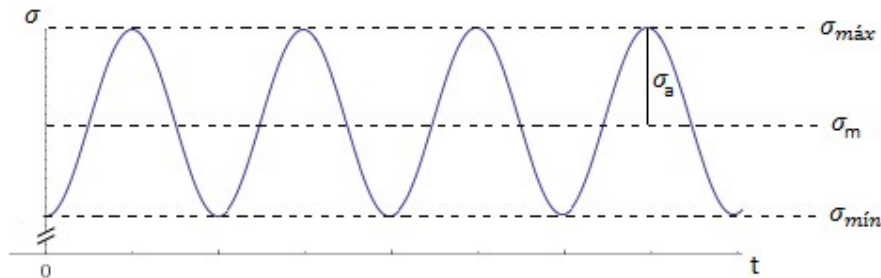
$$A = 22 \times (30 - 10) = 22 \times 20 = 440 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\min} = \frac{8000}{440} = 18,18 \text{ MPa} \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{24000}{440} = 54,54 \text{ MPa}$$



O comportamento da tensão nominal nesta barra de aço, em relação ao tempo, pode ser descrito através do gráfico a seguir:



Repare que a oscilação pode ser caracterizada por uma tensão média e uma tensão alternada (σ_m e σ_a). Para utilizarmos os critérios de Goodman Modificado e Gerber, é necessário calcular estes termos. Através das relações das tensões no gráfico:

$$\sigma_m^{nom} = \frac{\sigma_{máx} + \sigma_{mín}}{2} = \frac{54,54 + 18,18}{2} = 36,36 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a^{nom} = \frac{\sigma_{máx} - \sigma_{mín}}{2} = \frac{54,54 - 18,18}{2} = 18,18 \text{ MPa}$$

Guardaremos estes valores nominais para quando aplicarmos os critérios.

3) Limite de Fadiga da Peça

$$S_{ut} = 500 \text{ MPa} (< 1400 \text{ MPa})$$

$$S_e' = \text{Limite de fadiga do corpo de prova para aços} = \frac{S_{ut}}{2} = 250 \text{ MPa}$$

Para calcularmos o Limite de Fadiga da peça, precisamos aplicar a correção a seguir:

$$S_e = C_{carreg} C_{tam} C_{superf} C_{temp} C_{conf} \times S_e'$$

Temos força normal alternada, portanto:

$$C_{carreg} = 0,7$$

Temos esforço axial, então:

$$C_{tam} = 1,0$$

Utilizando a tabela de confiabilidade:

Fatores de confiabilidade para

$S_d = 0,08\mu$

Confiabilidade % C_{conf}

50	1,000
90	0,897
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659

$$C_{conf} = 0,659$$

Como a temperatura é menor que 450°C:

$$C_{temp} = 1,0$$

Acabamento “usinado ou estirado a frio”. Então:

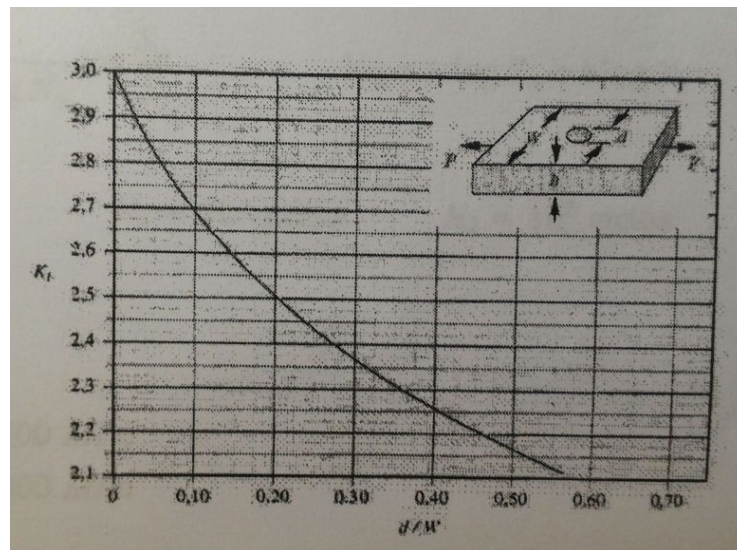
$$C_{superf} = 4,51 \times S_{ut}^{-0,265} = 4,51 \times (500)^{-0,265} = 0,869$$

Finalmente, podemos calcular uma estimativa do Limite de Fadiga da Peça:

$$Se = 0,7 \times 0,869 \times 0,659 \times 250 = \mathbf{100,2 MPa}$$

4) Fator de Concentração de Tensão em Fadiga

Este fator ajuda a estimar o aumento de tensão em regiões de descontinuidades, entalhes, deformações, e demais mudanças.



Utilizando a referência acima, é possível calcular um valor de Fator de Concentração de Tensão ESTÁTICO.

$$d = 10 \text{ mm}; W = 30 \text{ mm}$$



$$\frac{d}{W} = 0,33 \rightarrow \text{através do gráfico} \rightarrow K_t = 2,33$$

Lembrando que t subscrito significa estático. A letra f subscrita significa em fadiga, que é o que buscamos nesta etapa.

Constante de Neuber para aços	
S_u (ksi)	$\sqrt{a}$ (in ^{0.25})
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

Através da tabela ao lado, iniciamos o passo a passo para transformar K_t em K_f .

$$S_{ut} = 500 \text{ MPa}$$

Convertendo para ksi:

$$S_{ut} = 500 \times 0,145038 = 72,52 \text{ ksi}$$

Interpolando entre 70 e 80 ksi:

$$\sqrt{a} = 0,0897 \sqrt{\text{in}}$$

Além disto,

$$\sqrt{r} = \sqrt{\frac{10\text{mm} \times \frac{1}{25,4} \frac{\text{in}}{\text{mm}}}{2}} = \sqrt{\frac{0,3937}{2}} = 0,4437 \sqrt{\text{in}}$$

Agora podemos calcular o valor de q:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} = \frac{1}{1 + \frac{0,0897}{0,4437}} = 0,8318$$

Finalmente, aplica-se os valores de q e K_t para calcularmos o fator de concentração de tensão em fadiga:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,8318 \times (2,33 - 1) = 2,11$$

Lembrando que, em teoria, esse valor valeria apenas para a tensão alternada (σ_a). Entretanto, assumiremos que o valor de K_{fm} (que vale para σ_m) também é 2,11. Admitimos que as tensões não atingem o limite de escoamento do material.

5) Critério de Goodman Modificado

$$\sigma_a = S_n \left(1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}} \right), \text{ sendo } \sigma_a = K_f \sigma_a^{\text{nom}} \text{ e } \sigma_m = K_{fm} \sigma_m^{\text{nom}}$$

$$\sigma_a = 2,11 \times 18,18 = 38,36 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = 2,11 \times 36,36 = 76,72 \text{ MPa}$$

$$S_n = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} = \frac{38,36}{1 - \frac{76,72}{500}} = 45,31 \text{ MPa}$$

Se S_n é menor que o Limite de Fadiga da Peça, conclui-se que temos “vida infinita”. O coeficiente de segurança é calculado através da expressão a seguir:

$$N_f(\text{Goodman Modificado}) = \frac{S_e}{S_n} = \frac{100,2}{45,31} = \mathbf{2,21}$$

6) Critério de Gerber

$$\sigma_a = S_n \left(1 - \frac{\sigma_m^2}{S_{ut}^2} \right) \rightarrow S_n = \frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m^2}{S_{ut}^2} \right)} = \frac{38,36}{\left(1 - \frac{76,72^2}{500^2} \right)} = 39,28 \text{ MPa}$$

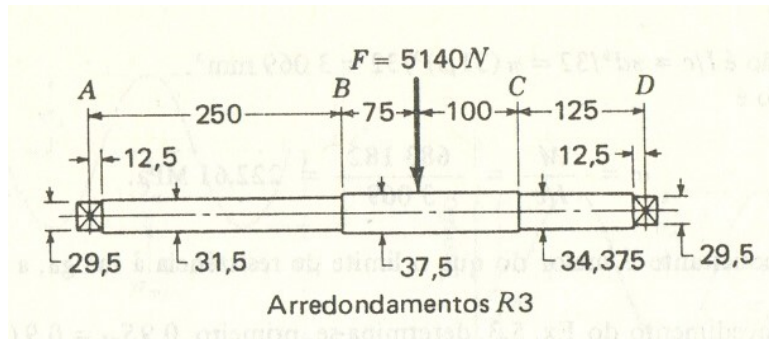
Calculando o coeficiente de segurança:

$$N_f(\text{Gerber}) = \frac{S_e}{S_n} = \frac{100,2}{39,28} = \mathbf{2,55}$$

Conclusão: Com coeficiente de segurança menor, o Critério de Goodman Modificado se apresenta como mais conservador entre os dois.

Questão 2 (4,0 pontos):

1) Diagrama do eixo



2) Dados do problema

Aço UNS G10350:

$$S_{ut} = 709,67 \text{ MPa} ; S_y = 496,08 \text{ MPa}$$

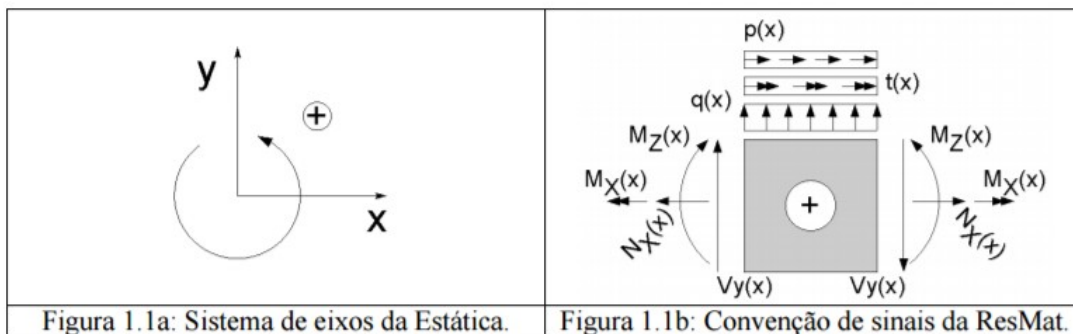
Acabamento usinado

Confiabilidade de 50%

Seção crítica = Seção B (250 mm)

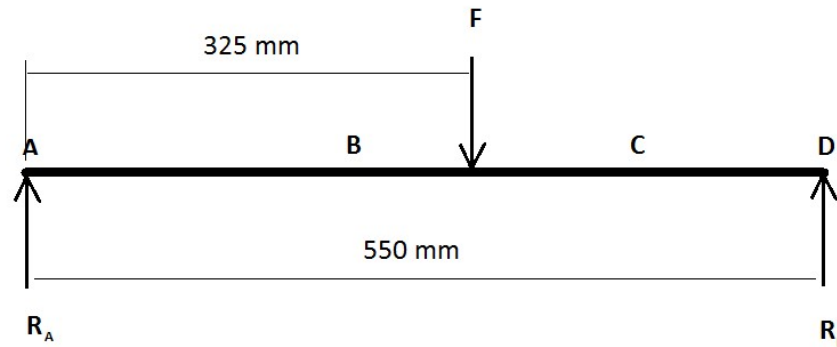
Os números 3-9 são puramente um problema de Resistência dos Materiais. O conteúdo de Elementos de Máquinas começa em seguida.

3) Convenções da Mecânica e da Resistência dos Materiais



4) Cálculo das forças nos apoios (R_A e R_D)

Para calcularmos as forças nos apoios do eixo, precisamos fazer uma análise estática das forças que atuam no eixo:



Considerando o sistema em repouso,

$$\sum M_z = 0$$

$$R_D \times 550 - F \times 325 = 0$$

$$R_D = 5140 \times \frac{325}{550} = \mathbf{3037,3 \text{ N}}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_A + R_D - F = 0$$

$$R_A = F - R_D = 5140 - 3037,3 = \mathbf{2102,7 \text{ N}}$$

5) Representando o carregamento no eixo

Força pontual é representada na equação do carregamento da seguinte maneira:

$$q(x) = F \langle x - a \rangle^{-1}, \text{ na qual: } F \text{ é o módulo da força; } a \text{ é o ponto onde a força é aplicada}$$

Portanto, a equação do carregamento neste eixo é:

$$q(x) = -5140 \langle x - 325 \rangle^{-1}$$

Observação 1: Forças de contorno não entram na equação do carregamento.

Observação 2: Antes de chegar ao ponto "a", o termo $\langle x-a \rangle$ não é aplicado.

6) Integrando para encontrar a equação de força cortante e de momento fletor

As relações entre carregamento, força cortante e momento fletor são apresentadas a seguir:

$$V_y(x) = \int q(x)dx$$

$$M_z(x) = \int V_y(x)dx$$

Integrando a equação do carregamento:

$$V_y(x) = \int q(x)dx = -5140 < x - 325 >^0 + C_1$$

Integrando a equação da força cortante:

$$M_z(x) = \int V_y(x)dx = -5140 < x - 325 >^1 + C_1x + C_2$$

Agora, utilizando as condições de contorno do problema:

$$V_y(0) = 2102,7 \text{ N}$$

$$M_z(550) = 0$$

$$V_y(0) = C_1 = 2102,7 \text{ N}$$

$$M_z(550) = -5140(550 - 325) + 2102,7 \times 550 + C_2 = 0$$

$$C_2 = 5140(550 - 325) - 2102,7 \times 550$$

$$C_2 = 0 \text{ N.m}$$

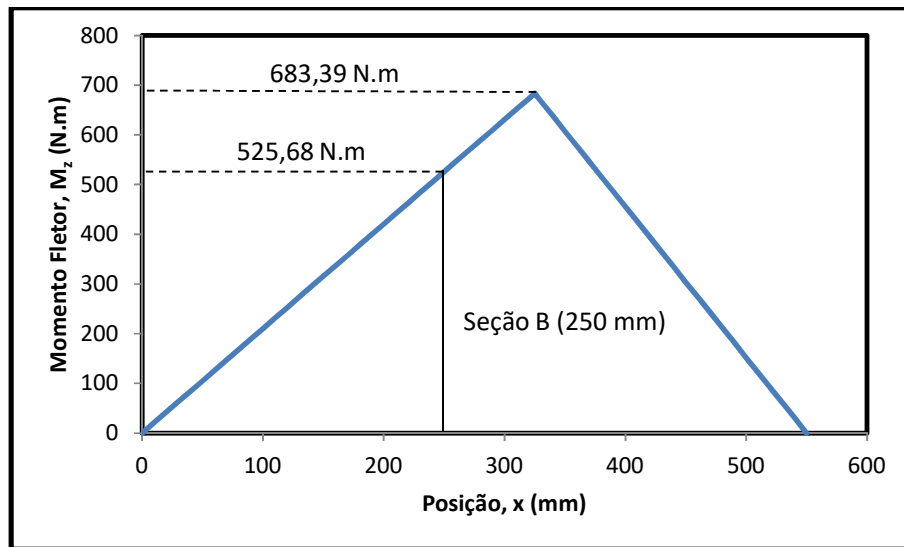
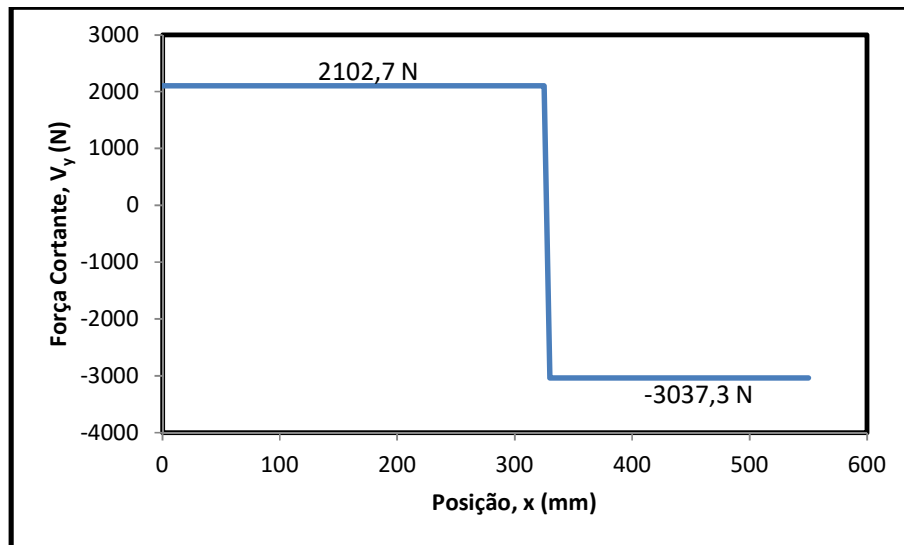
7) Equações Finais

$$V_y(x) = -5140 < x - 325 >^0 + 2102,7 \text{ [N]}$$

$$M_z(x) = -5140 < x - 325 >^1 + 2102,7 \text{ [N.mm]}$$

$$M_z(x) = -5,14 < x - 325 >^1 + 2,1027x \text{ [N.m]}$$

8) Diagramas



9) Cálculo da Tensão que atua na seção crítica

O momento na seção B é calculado pela equação do momento fletor:

$$M_z(250) = -5,14 < 250 - 325 >^1 + 2,1027 \times 250 = 525,68 \text{ N.m}$$

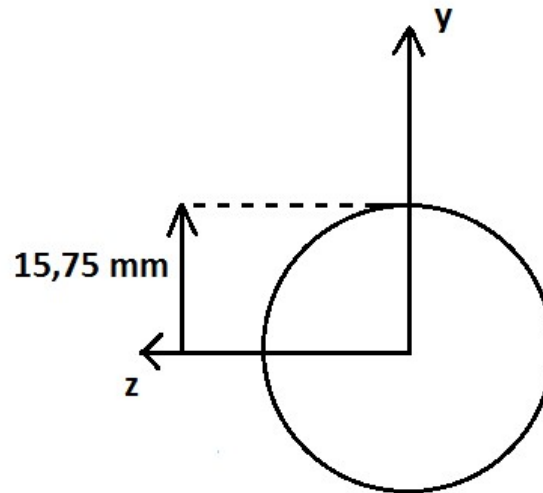
O cálculo de I_{zz} é dado pela fórmula abaixo:

$$I_{zz} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi (31,5)^4}{64} = 48329,5 \text{ mm}^4$$

Observação: Utiliza-se o diâmetro menor por ser o ponto mais crítico.



Para obtermos o valor de y precisamos analisar a figura abaixo:



O ponto de maior tensão acontece na extremidade do eixo. Portanto, o valor de y é metade do menor diâmetro, isto é, o menor raio.

$$y = 15,75 \text{ mm}$$

Utilizando a fórmula da tensão:

$$\sigma_{xx} = -\frac{M_z \cdot y}{I_{zz}} = \frac{525,68 \times 10^3 \times 15,75}{48329,5} = 171,3 \text{ MPa} \left(\frac{N}{\text{mm}^2} \right)$$

10) Cálculo do Limite de Fadiga do Corpo de Prova

$$S_{ut} = 709,67 \text{ MPa} (< 1400 \text{ MPa})$$

$$S'_e = \frac{S_{ut}}{2} = \frac{709,67}{2} = 354,83 \text{ MPa}$$

11) Cálculo do Limite de Fadiga do Eixo

Para calcular o limite de fadiga da peça (neste caso, o eixo), é necessário corrigir o valor do limite de fadiga do corpo de prova através dos coeficientes abaixo:

$$S_e = C_{carr} C_{tam} C_{superf} C_{temp} C_{conf} \times S'_e$$

- Coeficiente de carregamento:

Por ser um caso de flexão alternada,

$$C_{carr} = 1,0$$

- Coeficiente do tamanho:

Utiliza-se a equação para o diâmetro menor:

$$C_{tam} = 1,189 \times d^{-0,097} = 1,189 \times (31,5)^{-0,097} = 0,8508$$

- Coeficiente de superfície:

Acabamento “usinado ou estirado a frio”. Então:

$$C_{superf} = 4,51 \times S_{ut}^{-0,265} = 4,51 \times (709,67)^{-0,265} = 0,76$$

- Coeficiente de temperatura:

Nada é falado sobre a temperatura do eixo, portanto:

$$C_{temp} = 1,0$$

- Coeficiente de confiabilidade:

Fatores de confiabilidade para $S_d = 0,08\mu$	
Confiabilidade % C_{conf}	
50	1,000
90	0,897
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659

Então,

$$C_{conf} = 1,0$$

Aplicando na equação do limite de fadiga da peça:

$$S_e = 0,8508 \times 0,76 \times 354,83 = \mathbf{229,49 MPa}$$

12) Coeficiente de Concentração de Tensão em Fadiga

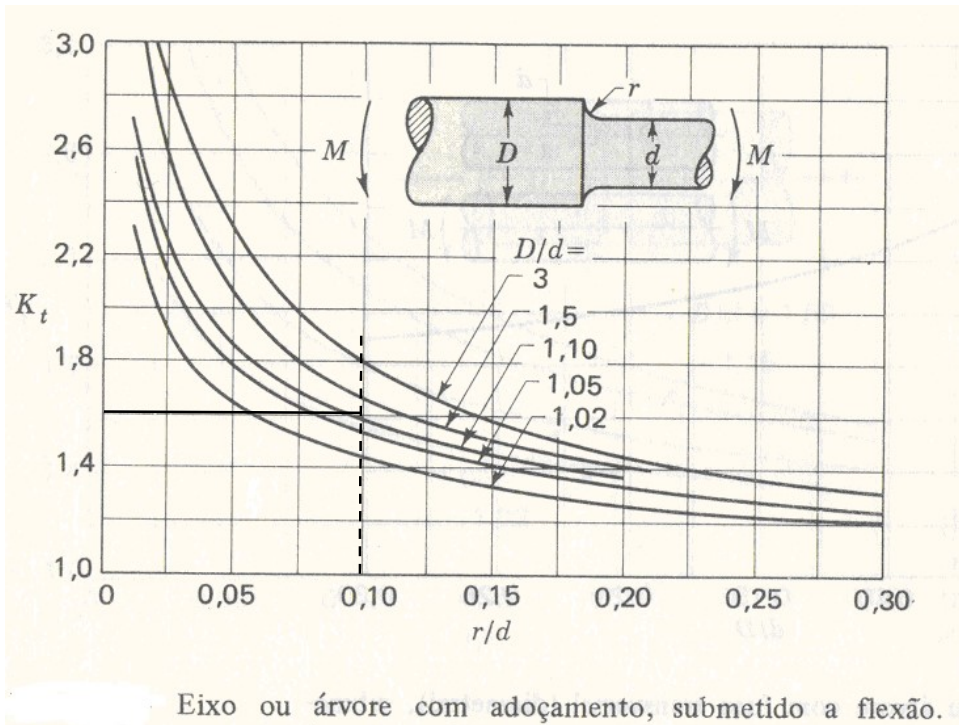
É dado que o arredondamento é R3, portanto:

$$r = 3 mm$$

Para utilizarmos o diagrama dado no enunciado, precisamos calcular:

$$\frac{D}{d} = \frac{37,5}{31,5} = 1,19$$

$$\frac{r}{d} = \frac{3}{31,5} = 0,095$$



Através do diagrama acima, conseguimos o valor de K_t :

$$K_t = 1,6$$

Lembrando que t subscrito significa estático. A letra f subscrita significa em fadiga, que é o que buscamos nesta etapa.

S_u (ksi)	$\sqrt{a}$ (in ^{0.25})
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

Através da tabela ao lado, iniciamos o passo a passo para transformar K_t em K_f .

$$S_{ut} = 709,67 \text{ MPa}$$

Convertendo para ksi:

$$S_{ut} = 709,67 \times 0,145038 = 102,93 \text{ ksi}$$

Interpolando entre 100 e 110 ksi:

$$\sqrt{a} = 0,060 \sqrt{\text{in}}$$

Além disto,

$$\sqrt{r} = \sqrt{\frac{3 \text{ mm}}{25,4 \frac{\text{mm}}{\text{in}}}} = \sqrt{0,1181} = 0,3437 \sqrt{\text{in}}$$

Agora podemos calcular o valor de q:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} = \frac{1}{1 + \frac{0,060}{0,3437}} = 0,851$$

Finalmente, aplica-se os valores de q e K_t para calcularmos o fator de concentração de tensão em fadiga:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,851 \times (1,6 - 1) = \mathbf{1,51}$$

13) Tensão no entalhe

$$\sigma = K_f \sigma_{nom} = 1,51 \times 171,3 = 258,66 \text{ MPa} > S_e (229,49 \text{ MPa})$$

Como a tensão no entalhe é maior que o Limite de Fadiga da peça, conclui-se que teremos vida finita.

14) Cálculo dos coeficientes a e b

$$b = \frac{1}{\log N_1 - \log N_2} \log \left(\frac{S_m}{S_e} \right)$$

$$\log(a) = \log(S_m) - b \cdot \log N_1$$

Onde,

$$N_1 = 10^3 \text{ ciclos}$$

$$N_2 = 10^6 \text{ ciclos}$$

$$S_m = 0,9 \times S_{ut} = 0,9 \times 709,67 = 638,7 \text{ MPa}$$

$$S_e = 229,49 \text{ MPa}$$

Portanto,

$$b = \frac{1}{3 - 6} \log \left(\frac{638,7}{229,49} \right) = \mathbf{-0,1482}$$

$$\log(a) = \log(638,7) + 0,1482 \times 3 = 3,2498$$

$$a = 10^{3,2498} = \mathbf{1777,58}$$

15) Cálculo da vida do Eixo

$$S_n = aN^b$$

$$258,66 = 1777,58 \times N^{-0,1482}$$

$$N^{-0,1482} = 0,1455$$

$$N = 0,1455^{-\frac{1}{0,1482}} = \mathbf{445347 \text{ ciclos} = 4,4 \times 10^5 \text{ ciclos}}$$