

PMR3404 – Controle I  
Projeto de Laboratório

MICRO-MESA

1. Descrição

O consiste numa mesa sustentada por um par de molas-lâminas que permitem, num pequeno curso, um movimento de translação da mesa. A força de reação da mola é proporcional ao deslocamento da mesa. Sobre essa mesa é empilhada uma segunda mesa, igualmente apoiada sobre molas de lâminas. O acionamento é feito através de um par bobina-ímã permanente. Circulando corrente na bobina o ímã pode ser atraído ou repelido. O objetivo do sistema de controle é posicionar a sub-mesa de acordo com o comando requerido e assim mantê-la mesmo na presença de distúrbios e erros de modelagem.

2. Modelo matemático

A Figura 1 ilustra o sistema. A mesa possui massa  $M_1$ , apoiada sobre molas de constante  $k_{m1}$ . A sub-mesa apoiada possui massa  $M_2$ , ligada à primeira mesa por molas de constante  $k_{m2}$ .

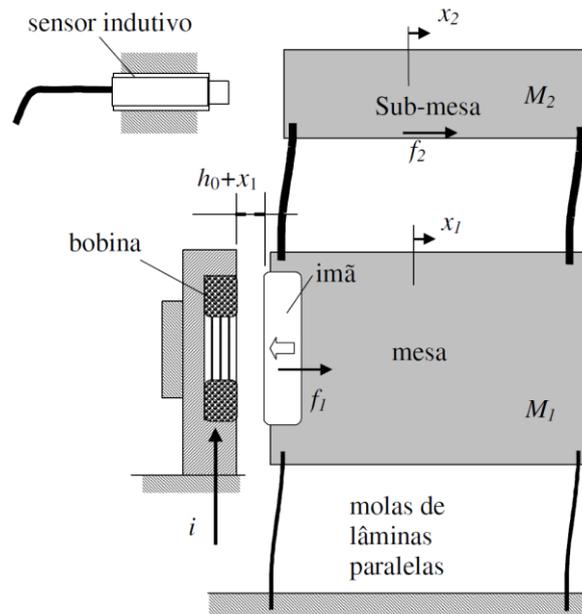


Figura 1 - Esquema da micro-mesa

2.1. Equações de movimento

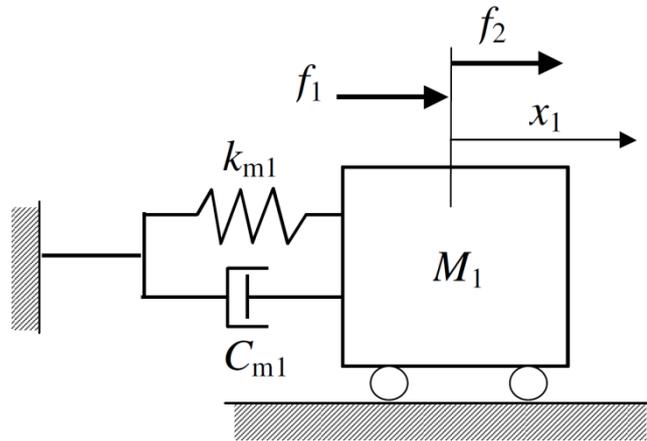
O equilíbrio de forças na mesa 1 é derivado a partir da Figura 2:

$$f_1(t) = M_1 \ddot{x}_1(t) + C_{m1} \dot{x}_1(t) + f_2(t) + k_{m1} x_1(t)$$

O deslocamento da mesa 1 é dado por  $x_1(t)$ , a força na bobina atuante sobre a mesa 1 é dada por  $f_1(t)$ . O sistema possui um amortecimento de constante  $C_{m1}$ . A força de reação da sub-mesa pode ser modelada por

$$f_2(t) = C_{m2}(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) + k_{m2}(x_1(t) - x_2(t))$$

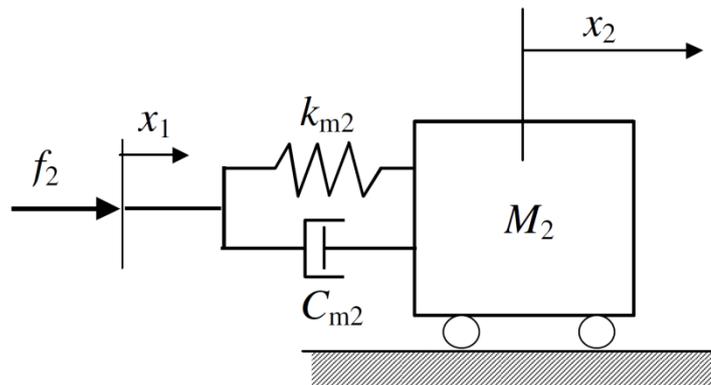
Na qual o deslocamento da mesa 2 é dado por  $x_2(t)$  e  $C_{m2}$  é o amortecimento entre as duas mesas.



**Figura 2 - Equilíbrio de forças na mesa**

O equilíbrio de forças da sub-mesa é derivado então da Figura 3:

$$M_2\ddot{x}_2(t) = f_2(t)$$



**Figura 3 – Equilíbrio de Forças na sub-mesa**

## 2.2. Dinâmica do Atuador

A força magnética do atuador é dada por

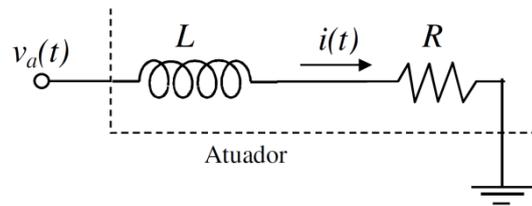
$$f_1(t) = k_{mag} \frac{i(t)}{(h_0 + x_1(t))^2}$$

Onde  $h_0$  é o entreferro quando a corrente da bobina  $i(t)$  é nula e as mesas se encontram em repouso,  $k_{mag}$  é uma constante eletromagnética que converte a corrente em força de empuxo.

A equação dinâmica do circuito elétrico é dada por

$$v_a(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) + v_{cem}(t)$$

Na qual  $v_a(t)$  é a tensão nos terminais da bobina e  $i(t)$  é a corrente na bobina.



**Figura 4 - Circuito do atuador**

$v_{cem}(t)$  é a tensão induzida na bobina pelo movimento relativo do ímã e proporcional à velocidade do ímã, conforme a equação a seguir:

$$v_{cem}(t) = k_{cem} \dot{x}_1(t)$$

Na qual  $k_{cem}$  é uma constante de proporcionalidade.

A tensão nos terminais da bobina é fornecida por um amplificador de potência, cuja entrada é um sinal de tensão  $u$  e o fator de amplificação é  $k_{amp}$ :

$$v_a = k_{amp} u$$

### 2.3. Resposta do sensor

A posição da sub-mesa é medida por um sensor indutivo, que fornece uma tensão  $v_s(t)$  proporcional ao deslocamento da mesa:

$$v_s(t) = k_s x_2(t)$$

### 2.4. Parâmetros

Parâmetro	Valor
Massa da mesa $M_1$	0.01 kg
Massa da sub-mesa $M_2$	0.004 kg
Constante de mola $k_{m1}$	$1 \times 10^3 N/m$
Constante de mola $k_{m2}$	$12 \times 10^3 N/m$
Constante de amortecimento $C_{m1}$	18 N.s/m
Constante de amortecimento $C_{m2}$	26 N.s/m
Ganho do amplificador de potência $k_{amp}$	10 V/V
Constante eletromagnética $k_{mag}$	14 N.m <sup>2</sup> /A
Constante contra-eletromotriz $k_{cem}$	0.003 V.s/m
Entreferro em repouso $h_0$	0.0005 m

Ganho do sensor $k_s$	$1 \times 10^3 \text{ V/m}$
Resistência ôhmica do atuador $R$	$30 \Omega$
Indutância do atuador $L$	$0.02 \text{ H}$
Máxima corrente no atuador	$15 \times 10^{-9} \text{ A}$
Curso útil	$0.1 \text{ mm}$
Carga máxima sobre a submesa	$0.001 \text{ kg}$

### 3. Requisitos de desempenho

O sistema de controle deve levar a submesa para a posição desejada e mantê-la em equilíbrio com as seguintes características em malha fechada:

- Erro de regime igual a zero para o comando de referência variando na forma de degrau;
- Sem sobressinal
- Tempo de assentamento de 2% compatível com a dinâmica do sistema para o comando de referência variando na forma de degrau (estabeleça claramente o valor);
- Margem de ganho maior do que 10 dB;
- Margem de fase maior do que  $45^\circ$ ;
- Rejeição completa de qualquer perturbação constante.
- Robustez à presença de carga na submesa
- Esforço de controle compatível com o valor máximo de corrente permitido na bobina.