

---

# Física Moderna II

## Aula 08

---

***Marcelo G. Munhoz***

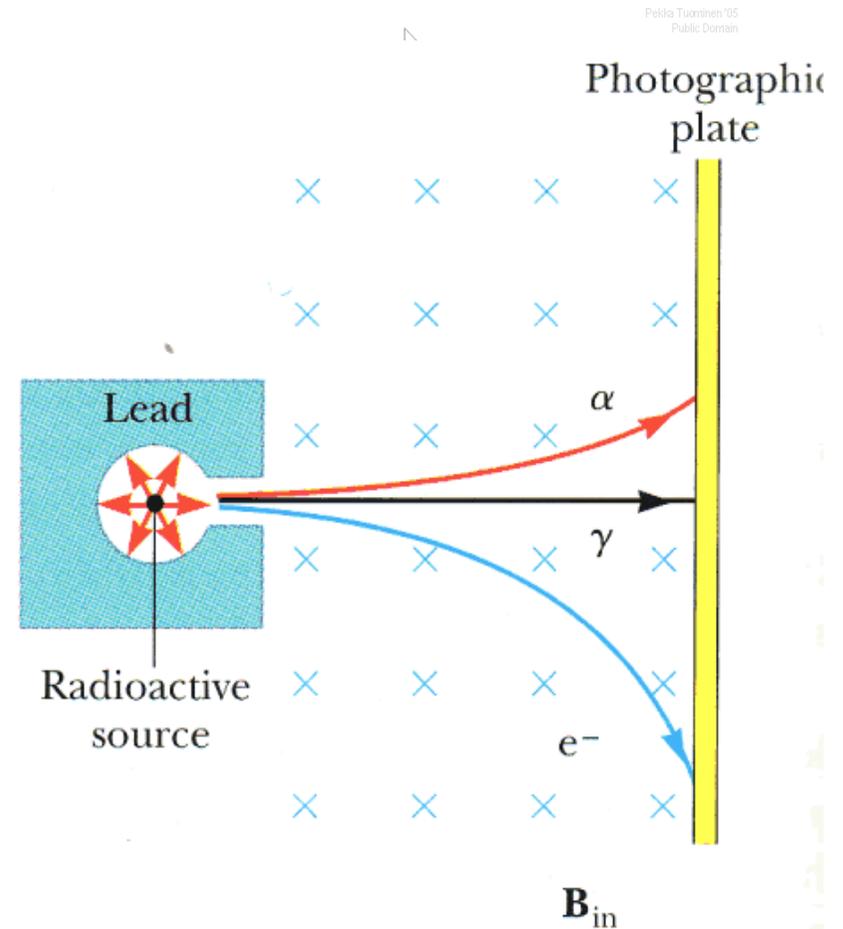
munhoz@if.usp.br

Edifício HEPIC, sala 212

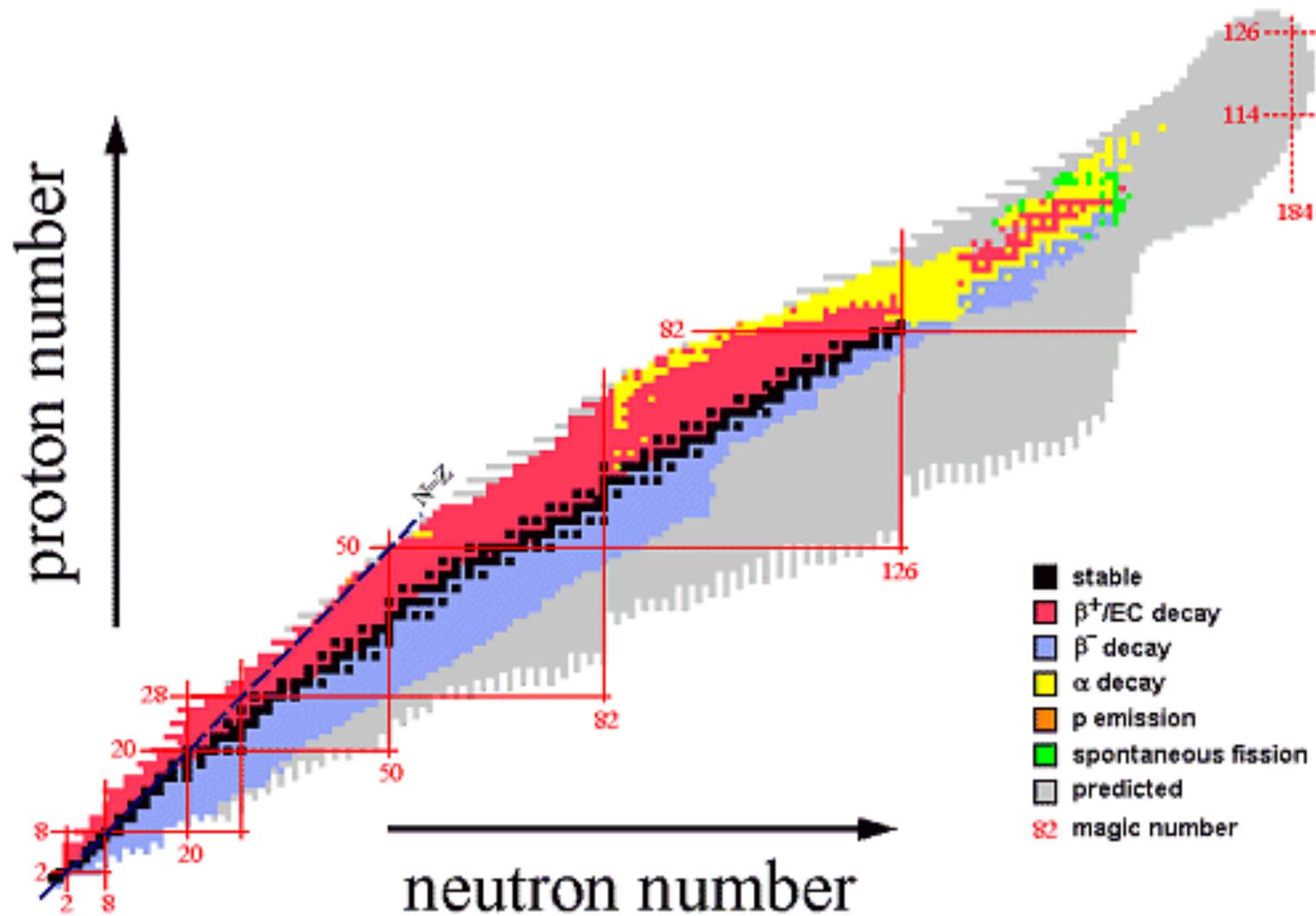
ramal 916940

# Vários tipos de radiação são observados

- **1899**: E. Rutherford mostra que existe dois tipos de radiação:  $\alpha$  e  $\beta$
- **1900**: Villard mostra que existe ainda um outro tipo de radiação:  $\gamma$
- **1902**: Pierre and Marie Curie mostram que a radiação  $\beta$  são elétrons
- **1908**: E. Rutherford mostra que a radiação  $\alpha$  é equivalente ao elemento He;



# Instabilidade Nuclear: tipos



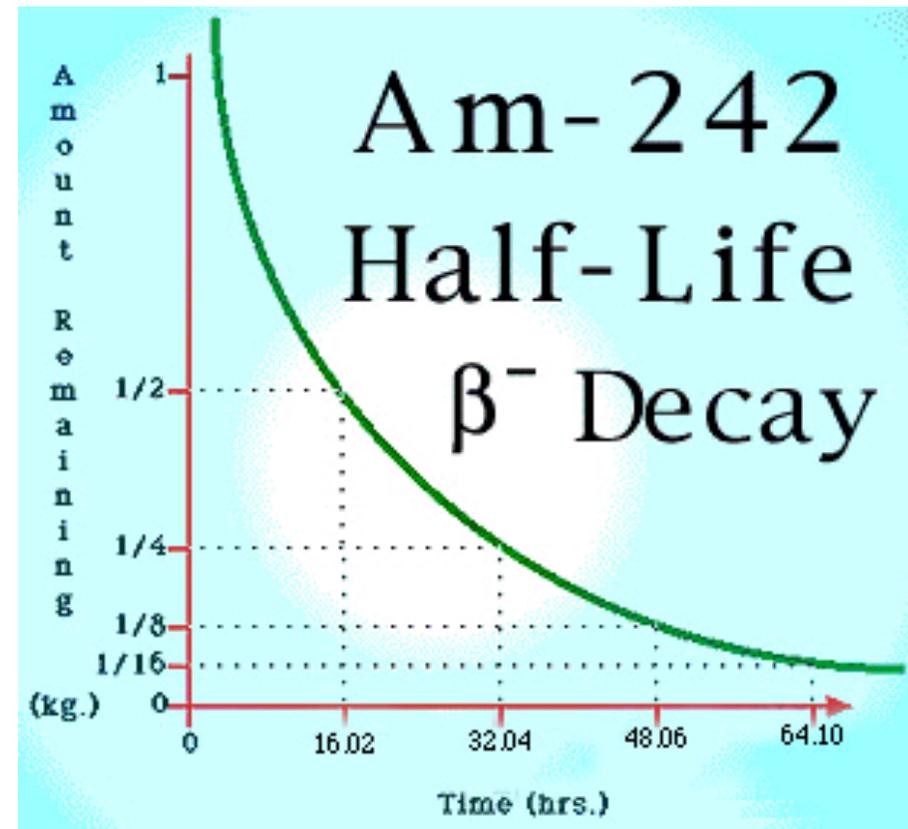
---

# Quantificando um decaimento

- Para compreendermos um decaimento, além do tipo (qualitativo), precisamos também quantificá-lo.
- O que podemos quantificar em um decaimento?
  - O tempo que um núcleo leva para decair;
- Porém, experimentalmente, observamos que esse tempo não é fixo para diferentes “indivíduos” de um mesmo elemento.
  - Como caracterizar o decaimento de um elemento então?

# Quantificando um decaimento

- Se temos uma amostra de um certo elemento, o número de elementos originais diminui (decai) exponencialmente com o tempo.
- Essa observação leva a uma interpretação probabilística do decaimento nuclear.



---

# Lei do Decaimento Radioativo

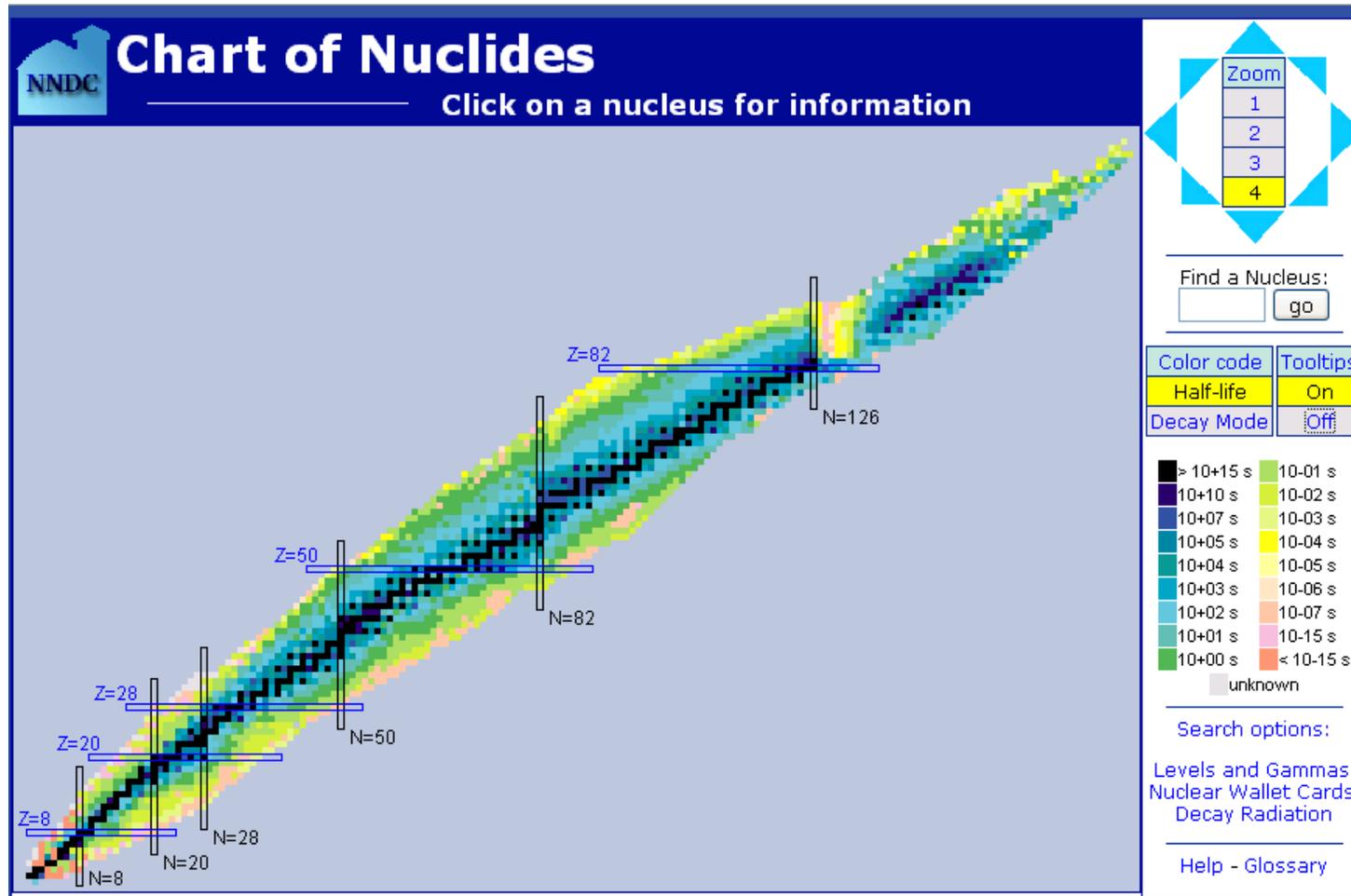
- Hipóteses básicas:
  - O decaimento de um núcleo é um processo estatístico, ou seja, impossível de prever exatamente o instante em que ele ocorrerá. Portanto, temos que lidar com uma probabilidade;
  - A probabilidade de um decaimento independe da idade do elemento.
- Como escrever isso matematicamente?

---

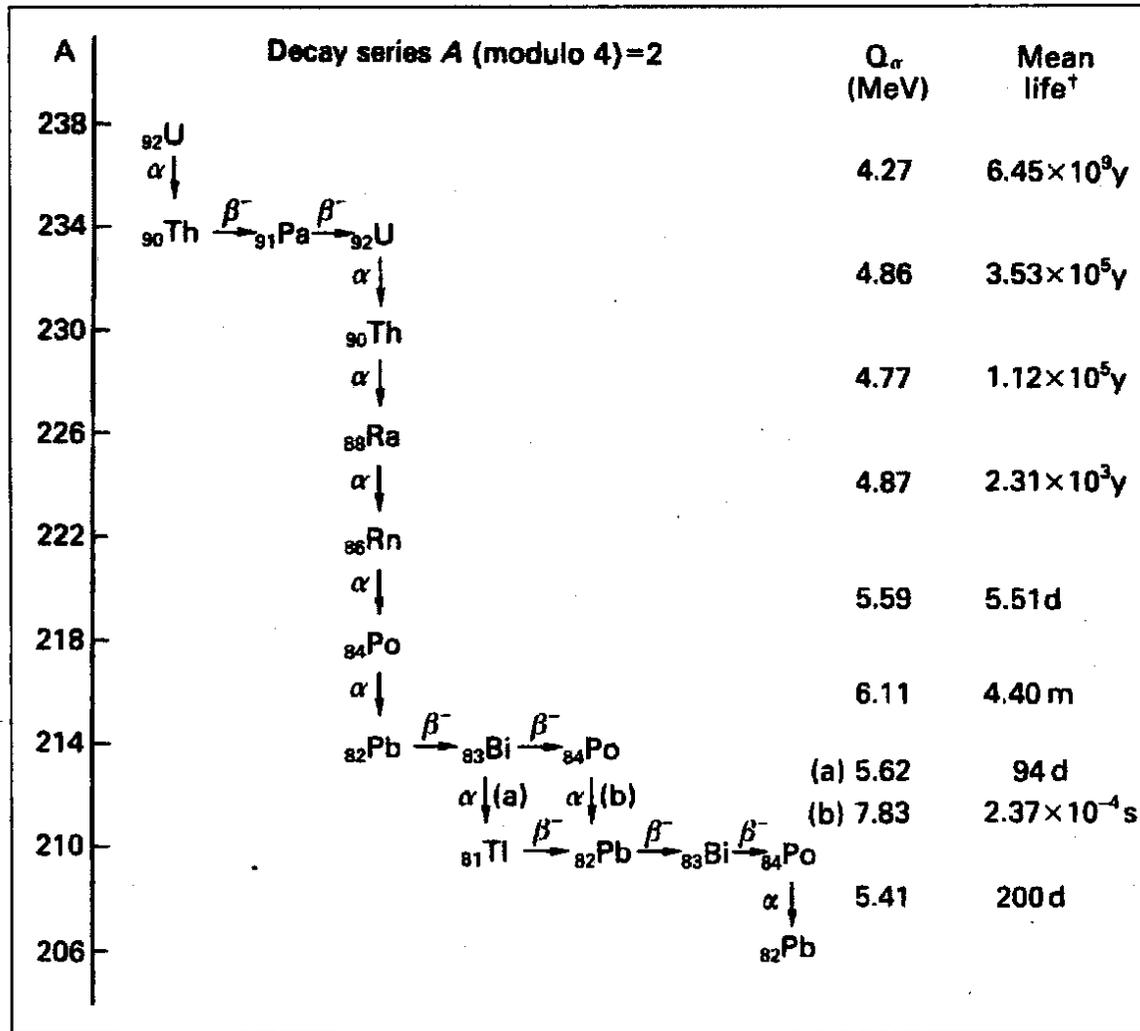
# Quantificando um decaimento

- Para compreendermos um decaimento, além do tipo (qualitativo), precisamos também quantificá-lo.
- O que podemos quantificar em um decaimento?
  - ❑ ~~O tempo que um núcleo leva para decair~~
  - ❑ **A meia-vida (*half-life*) ou vida-média (*mean lifetime*) do elemento ou constante de decaimento (*decay constant*)**

# Instabilidade Nuclear: meia-vida



# Decaimentos sucessivos



---

# Datação radioativa

- Utilização da radioatividade para a medida da idade de objetos naturais;
- Conhecendo-se a constante de decaimento de um elemento que compõem o objeto é possível obter sua idade;
- Um tipo de datação bastante conhecida é a de fósseis usando o elemento  $^{14}\text{C}$ . A principal hipótese neste procedimento é a constante produção de  $^{14}\text{C}$  na atmosfera por raios cósmicos.

# Unidades da radioatividade

- Atividade de uma fonte radioativa:
  - SI: Becquerel (Bq) = decaimentos por segundo
  - Mais comum: Curie (Ci) =  $3.7 \times 10^{10}$  decaimentos/s
- Medidas do efeito da radiação:
  - **Exposição** ( $X$ ): carga ionizada por unidade de massa ( $C/kg$ ). A unidade mais usada é o roentgen ( $R$ ) =  $2.58 \times 10^{-4} C/kg$
  - **Dose absorvida** ( $D$ ): energia absorvida por ionização. No SI:  $J/kg = Gray (Gy)$ . Também é usado o  $rad = 100 \text{ ergs/g}$ .

# Unidades da radioatividade

## ■ Medidas do efeito da radiação:

- É importante medir o risco que a radiação pode trazer para tecidos vivos. Para isso, definiu-se a **dose equivalente**. Ela consiste em se multiplicar um *fator de qualidade* à dose de uma fonte segundo o potencial da radiação em danificar tecidos vivos:

$DE = D \cdot QF$ , onde  $QF = 1$  para raios-X, radiação  $\beta$  e  $\gamma$  e  $QF = 20$  para radiação  $\alpha$

- No SI, a unidade de medida é o sievert (Sv). Também é usado o *rem* quando  $D$  é dado em *rad*.

---

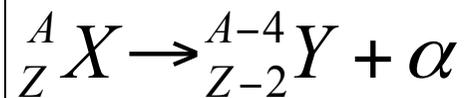
## Por que partículas- $\alpha$ ?

- Por que existe o decaimento de partículas- $\alpha$  enquanto a emissão de nucleons é bem mais rara e de núcleos mais leves, como dêuterons, nem existe?
- A resposta está no fato de partículas- $\alpha$  terem uma energia de ligação bastante alta (é bem ligada) favorecendo a sua emissão em um balanço de energia entre núcleos próximos.

# Condições para o decaimento- $\alpha$

- Conservação de energia ( $X \rightarrow Y + \alpha$ )

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_\alpha c^2 + K_\alpha$$



$$Q = [m_X(A, Z) - m_Y(A-4, Z-2) - m_\alpha] \cdot c^2 > 0$$
$$= [\Delta_X(A, Z) - \Delta_Y(A-4, Z-2) - \Delta_\alpha] \cdot c^2 > 0$$

$\Delta$  (MeV)

- Lembrando que:

$$\Delta = (M - A) \cdot c^2$$



n	8.071
${}^1\text{H}$	7.289
${}^2\text{H}$	13.136
${}^4\text{He}$	2.425
${}^6\text{Li}$	14.087

# Condições para o decaimento- $\alpha$

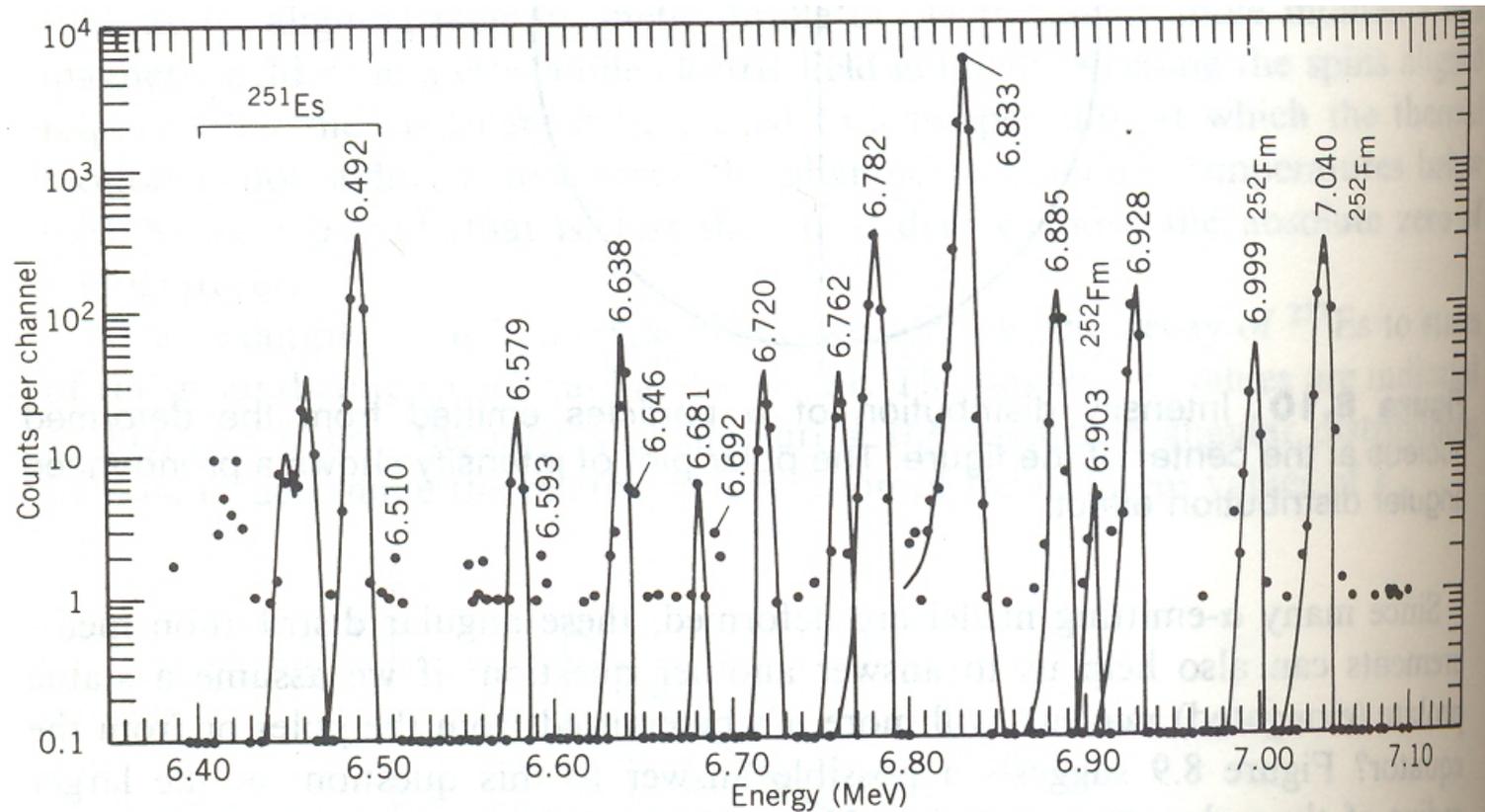
- Conservação de momento ( $X \rightarrow Y + \alpha$ )

$$\vec{p}_X = \vec{p}_Y + \vec{p}_\alpha = 0 \Rightarrow |\vec{p}_Y| = |\vec{p}_\alpha|$$

$$\begin{array}{l} \boxed{\begin{array}{l} {}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + \alpha \\ Q = K_Y - K_\alpha > 0 \end{array}} \end{array}$$

- Como:  $K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K_\alpha = \frac{Q}{\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_Y}\right)}$

# Distribuição de energia das partículas- $\alpha$ emitidas



---

# Tempo de decaimento das partículas- $\alpha$ emitidas

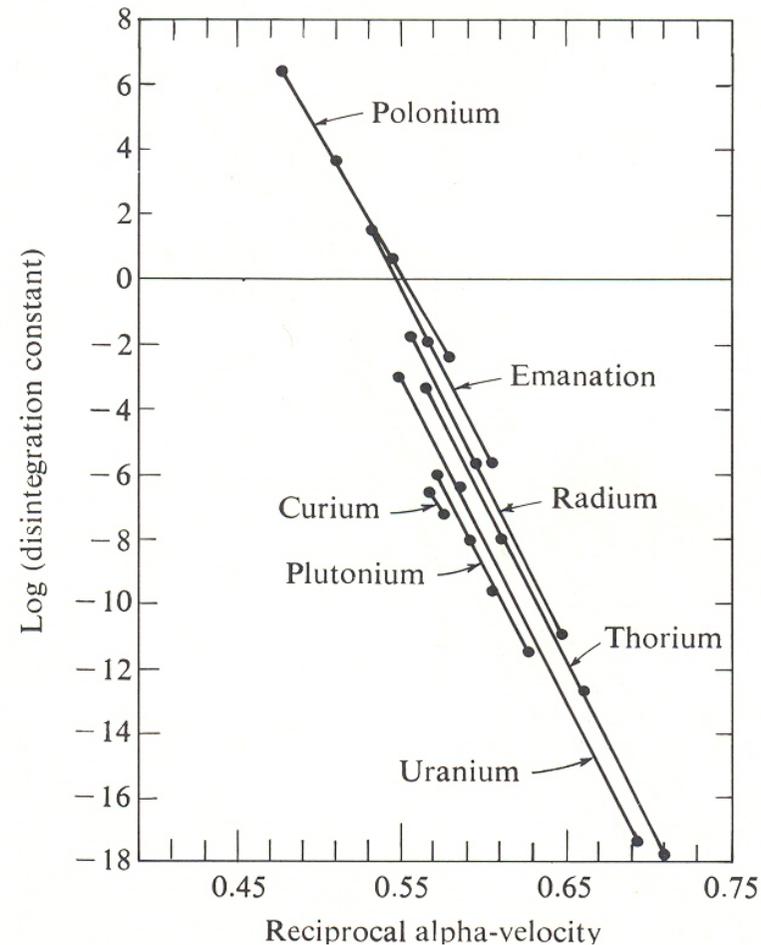
- Observou-se que quanto maior a energia da partícula  $\alpha$  emitida, menor o tempo de meia vida do elemento (ou maior sua taxa de decaimento).
- Estudos sistemáticos foram primeiros relatados por Geiger e Nuttall em 1911. Eles observaram que uma simples mudança de um fator 2 ou 3 na energia da partícula  $\alpha$  emitida, mudava a constante de decaimento do elemento de um fator  $10^{24}$ !!!

# Tempo de decaimento das partículas- $\alpha$ emitidas

- A relação quantitativa observada foi:

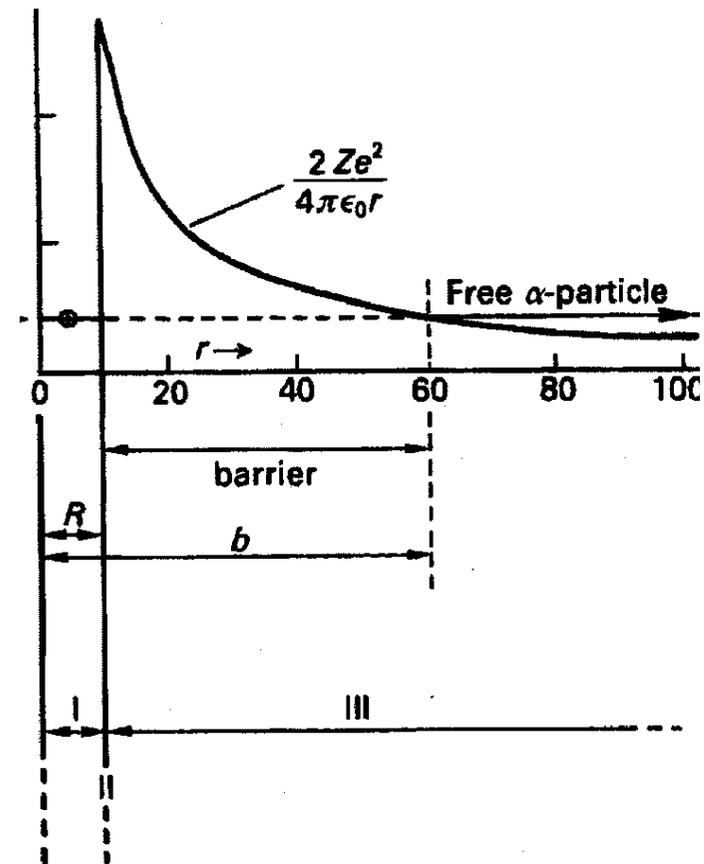
$$\log(\lambda) = \frac{a}{v} + b$$

para  $Z$  constante e onde  $v$  é a velocidade da partícula  $\alpha$  emitida.



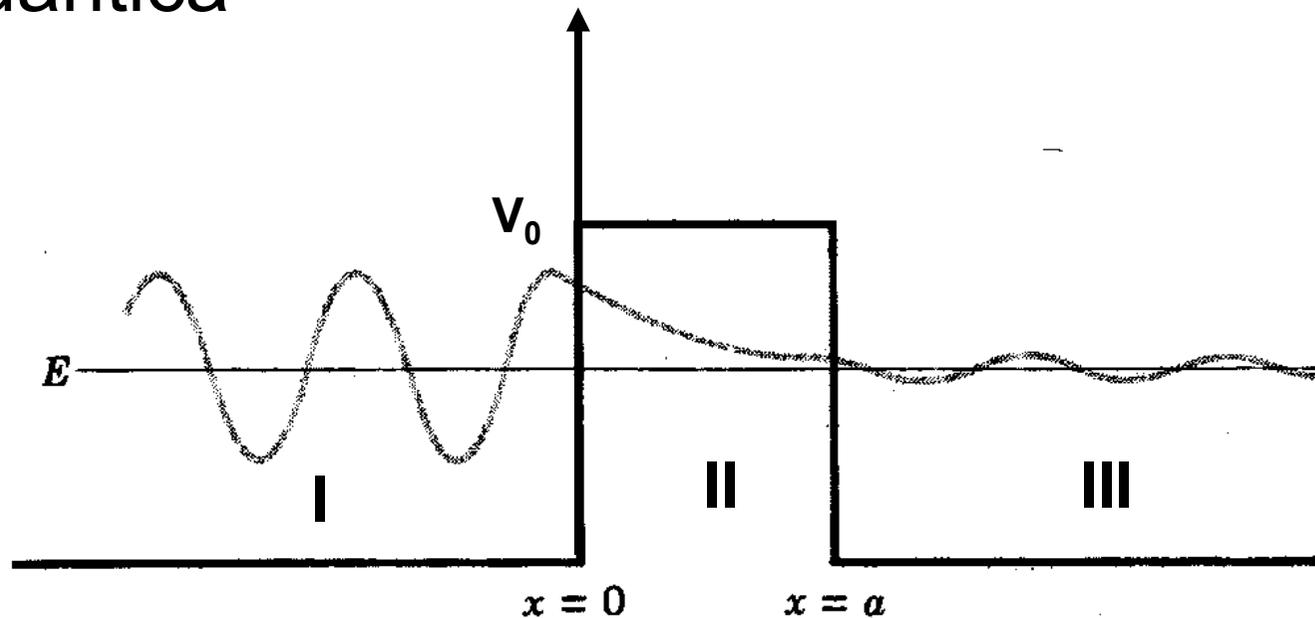
# Um modelo simples para o decaimento de partículas- $\alpha$

- Hipóteses do modelo:
  - A partícula- $\alpha$  já existe dentro do núcleo;
  - Tratamos apenas uma única dimensão ( $r$ );
  - O potencial é composto de duas partes que se combinam: um poço atrativo e a parte Coulombiana repulsiva



# Um modelo simples para o decaimento de partículas- $\alpha$

- Temos que resolver o problema da barreira de potencial unidimensional da mecânica quântica



---

## Comparação dos resultados do modelo com os dados experimentais

- Apesar de extremamente simples, este modelo consegue prever o comportamento geral do decaimento de partículas  $\alpha$  para núcleos com número par de prótons e nêutrons;
- Núcleos com outras configurações (número ímpar de prótons e/ou nêutrons) já apresentam um comportamento diferente, indicando que há outros efeitos presentes nesses núcleos.

# Comparação dos resultados do modelo com os dados experimentais

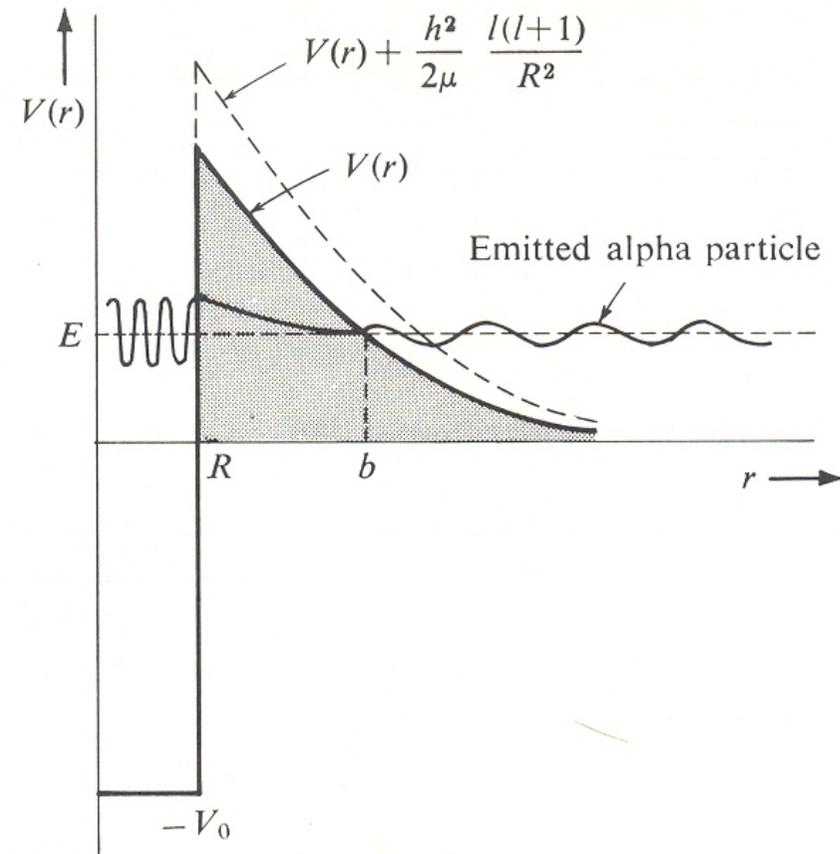
- Sabendo que a taxa de decaimento é dada por:

$$\lambda = t \cdot \omega$$

onde  $\omega$  é a frequência com que a partícula- $\alpha$  atinge a barreira, obtém-se que:

$$\log(\lambda) = \frac{a}{v} + b$$

como observado.



---

# Tipos de decaimento- $\beta$

- Há três tipos de decaimento- $\beta$ :
  - Emissão de elétrons ( $\beta^-$ );
  - Emissão de pósitrons ( $\beta^+$ );
  - Captura de elétrons extra-nucleares (CE).
- Como não pode existir elétrons ou pósitrons dentro do núcleo, estes devem ser criados ( $\beta^-$  ou  $\beta^+$ ) ou aniquilados (CE) nesses processos.

# Como é possível ocorrer esses decaimentos- $\beta$ ?

- Conservação de energia ( $X \rightarrow Y + e$ )

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_e c^2 + K_e$$

$$\begin{array}{l} {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- \\ Q = [m(Z) - m(Z+1) - m_e] \cdot c^2 > 0 \end{array}$$

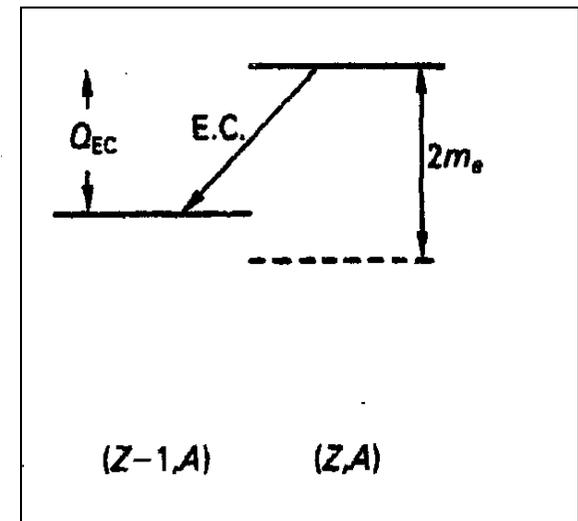
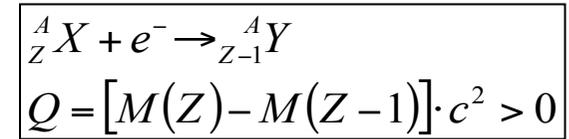
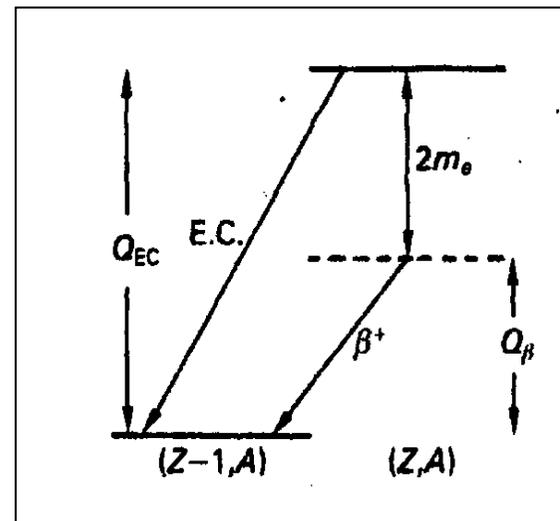
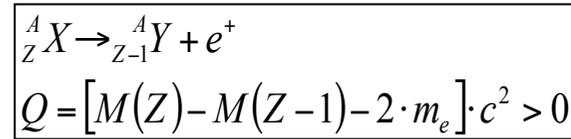
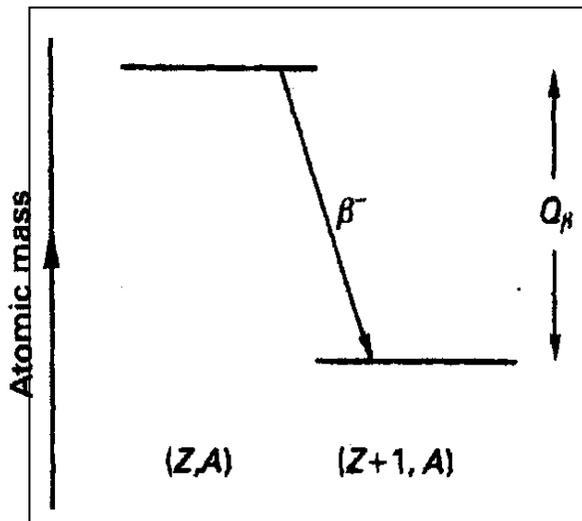
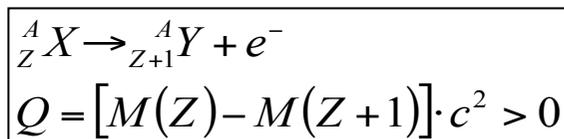
$$\begin{array}{l} {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ \\ Q = [m(Z) - m(Z-1) - m_e] \cdot c^2 > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} {}^A_Z X + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} Y \\ Q = [m(Z) + m_e - m(Z-1)] \cdot c^2 > 0 \end{array}$$

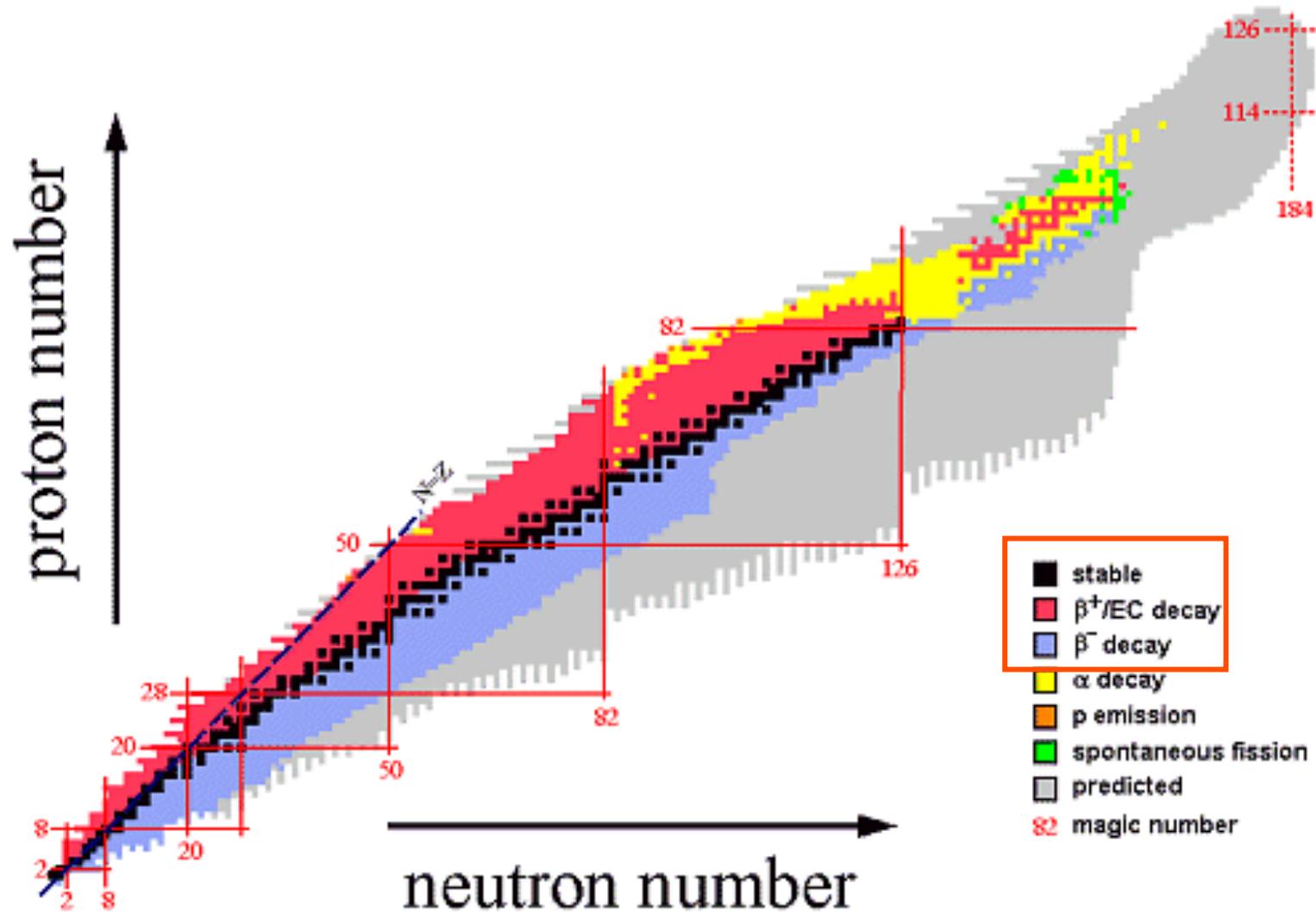
# Como é possível ocorrer esses decaimentos- $\beta$ ?

- Conservação de energia ( $X \rightarrow Y + e$ )

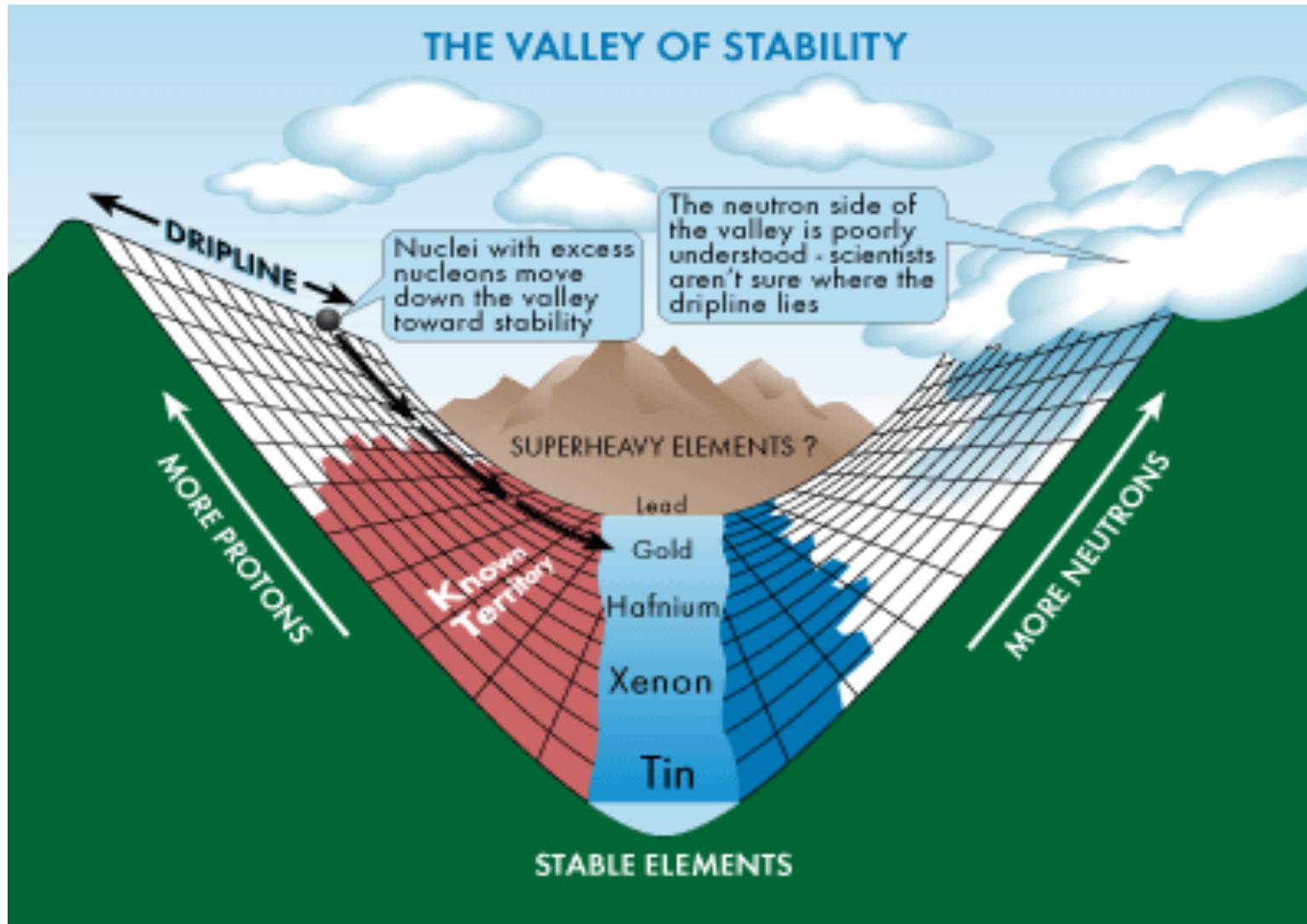
$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_e c^2 + K_e$$



# Decaimento- $\beta$ : levando à estabilidade

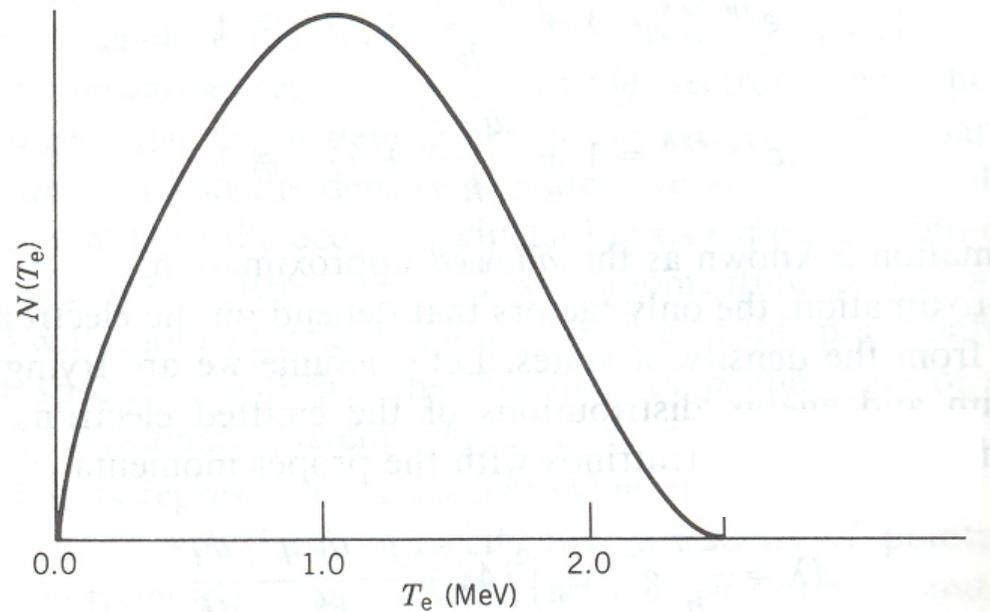


# Decaimento- $\beta$ : levando à estabilidade



# Quantificando o decaimento- $\beta$ : distribuição de energia dos $e^-/e^+$

- O espectro de energia dos  $e^-$  ou  $e^+$  emitidos é contínuo ao invés de discreto como para o decaimento- $\alpha$ .



---

## Quantificando o decaimento- $\beta$ : distribuição de energia dos $e^-/e^+$

- O espectro de energia dos  $e^-$  ou  $e^+$  emitidos é contínuo ao invés de discreto como para o decaimento- $\alpha$ .
- Esse fato viola os princípios de conservação de energia, momento linear e momento angular;
- Como explicar essa observação então?

---

# A hipótese do neutrino

- Em 1930, Pauli sugeriu que outra partícula era emitida em um decaimento  $\beta$ . Fermi chamou essa partícula de **neutrino**.
- Portanto, segundo essa hipótese, um decaimento  $\beta^-$ , ao invés do processo:

$$n \rightarrow p + e^-$$

seria,

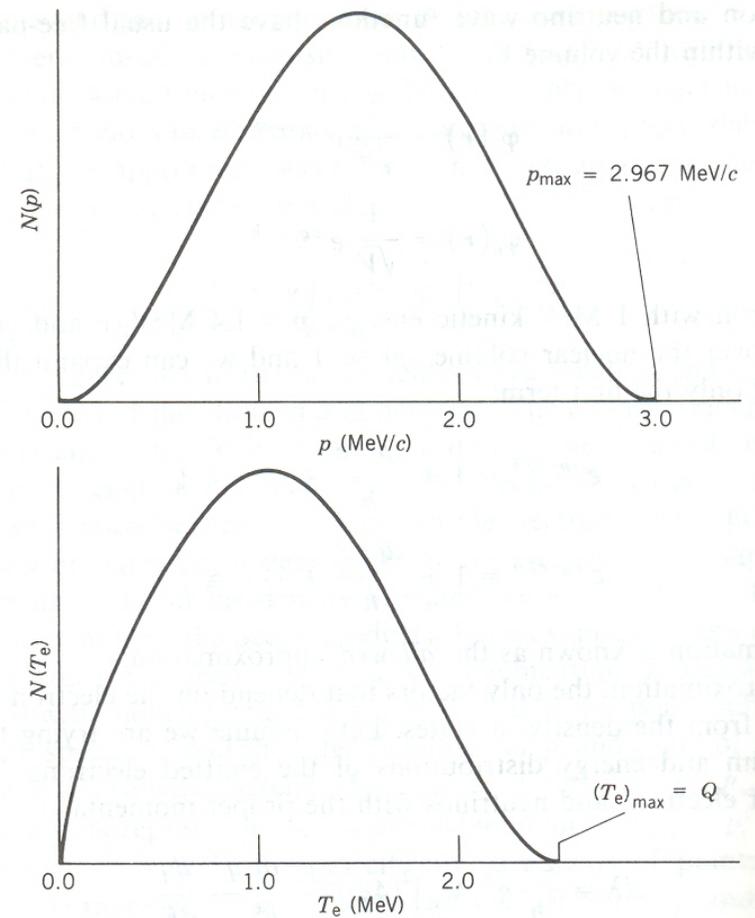
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

# Quantificando o decaimento- $\beta$ : distribuição de energia dos $e^-/e^+$

- O valor máximo de energia do elétron é obtido quando o neutrino possui seu valor mínimo de energia (desprezando a energia de recuo do próton):

$$Q = T_p + T_e + T_\nu$$
$$\cong T_e + T_\nu$$

Portanto, se  $T_\nu = 0 \Rightarrow$   
 $T_e^{max} = Q$



---

# Teoria de Fermi

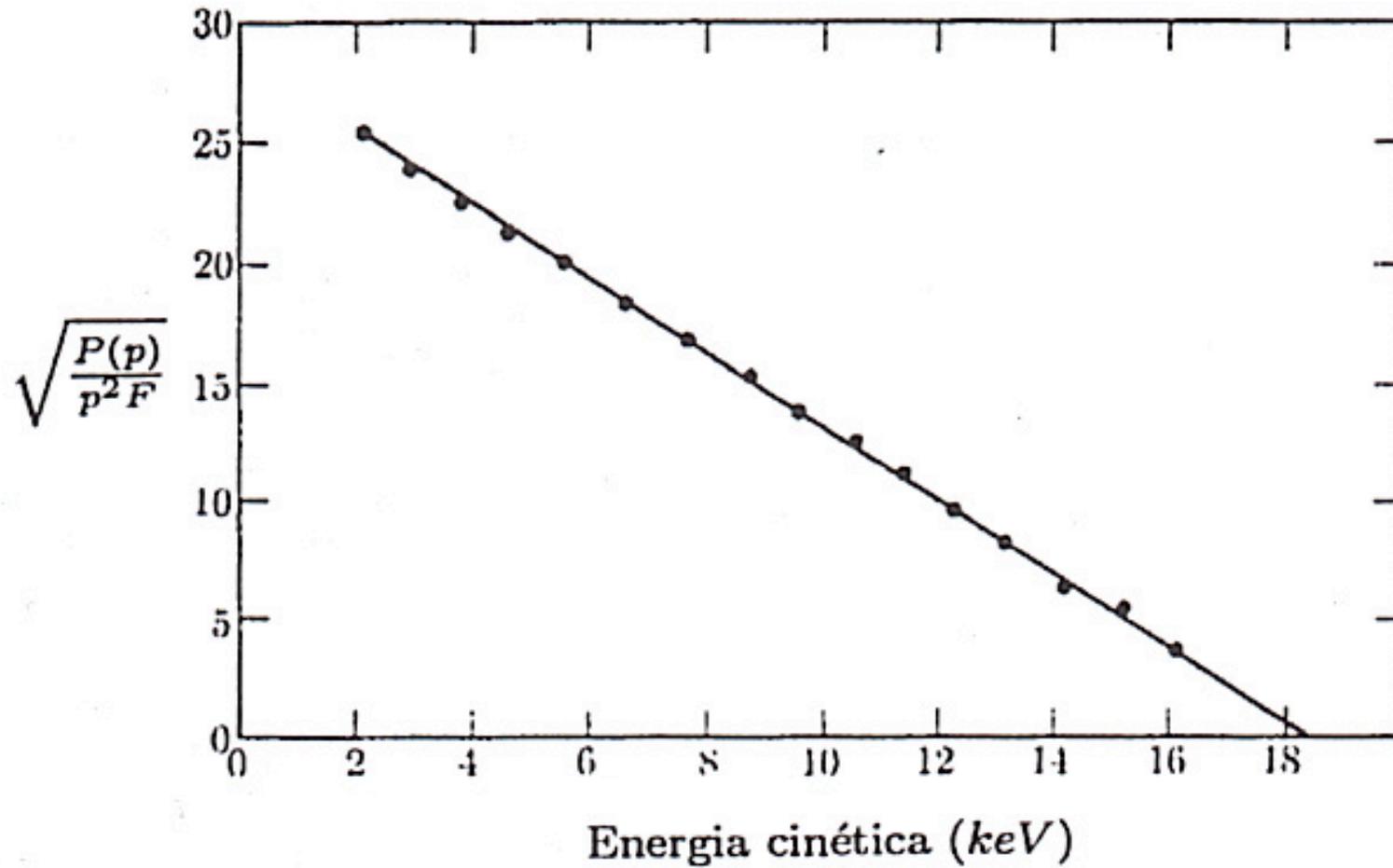
- Fermi adotou uma abordagem quântica para explicar o decaimento  $\beta$ :
  - O elétron e o neutrino são criados no momento da desintegração (não podem existir dentro do núcleo) a partir da transformação do nêutron em próton;
  - Essa transformação se dá devido a uma interação muito fraca e de curto alcance;
  - Ele desenvolve uma “regra de ouro” para esse tipo de interação baseado na teoria de perturbação.

---

# Distribuição de energia dos $e^-/e^+$

- Portanto, os fatores que aparecem nos espectros de energia de elétrons e pósitrons são:
  - ❑ O fator estatístico  $p^2(Q-T_e)^2$ , obtido do número de estados finais acessíveis;
  - ❑ O elemento da matriz de transição  $|M_{if}|^2$  que depende dos estados inicial e final do núcleo;
  - ❑ O termo Coulombiano representado pela função de Fermi  $F(Z,p)$

# Comparação com os dados



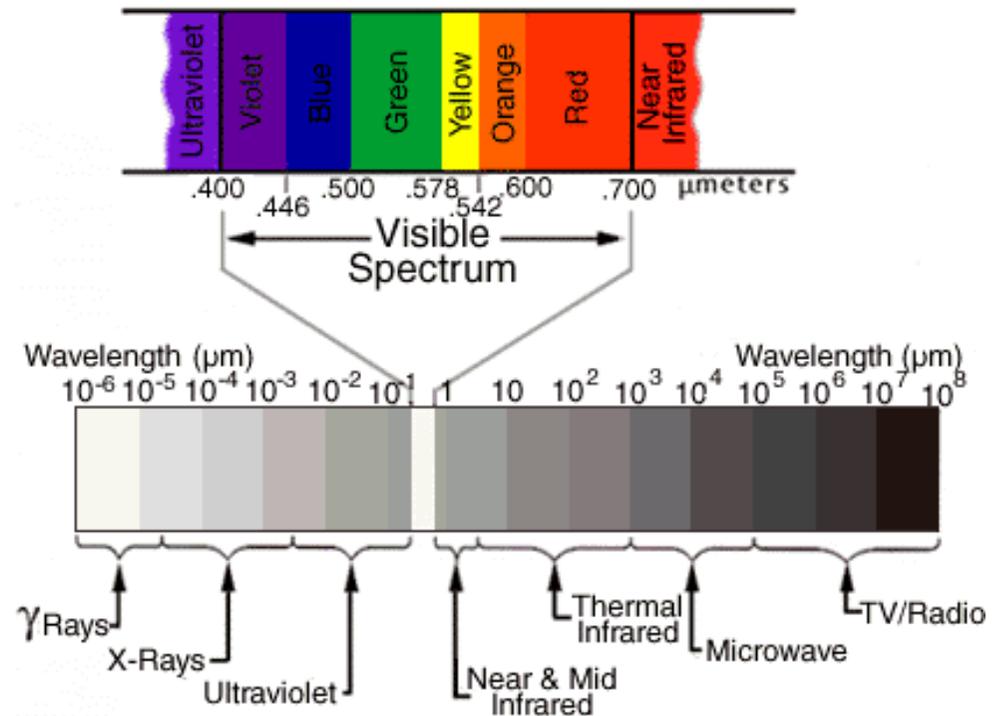
---

# Captura de elétrons

- Corresponde à captura de um elétron orbital pelo núcleo;
- Este processo pode ser tratado formalmente da mesma maneira que a emissão  $\beta$  com algumas diferenças:
  - A função de onda do elétron não pode ser tratada como uma partícula livre;
  - Somente um neutrino é emitido, portanto devemos considerar apenas a densidade de níveis dessas partículas.
- Este processo compete com a emissão de pósitrons é necessário se atingir a estabilidade com a diminuição de  $Z$ .

# Radiação $\gamma$

- A radiação  $\gamma$  é uma onda eletromagnética de extrema energia ou frequência;
- Espontaneamente, a emissão de radiação  $\gamma$  é um processo que ocorre após decaimentos  $\alpha$  e  $\beta$ ;



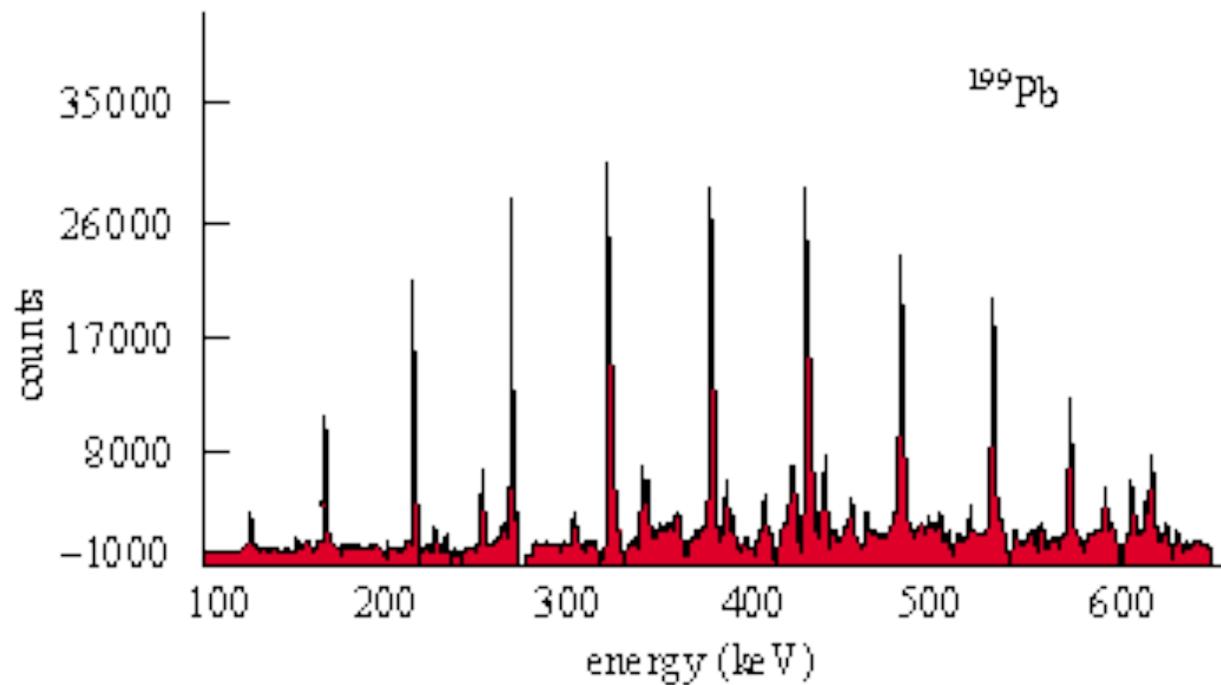
---

# Qual a origem dessa radiação?

- Como podemos saber que a origem dessa radiação é um processo nuclear?
  - Devido a sua energia, da ordem de *keV-MeV*. Processos atômicos envolvem energias bem menores, da ordem de *eV*;
- A emissão de radiação eletromagnética por processos atômicos está relacionada com transições de elétrons entre diferentes níveis de energia. O mesmo ocorre para a radiação  $\gamma$  ?

# Espectro de energia

- O espectro de energia da radiação  $\gamma$  emitida pode ser discreto, como no caso atômico



---

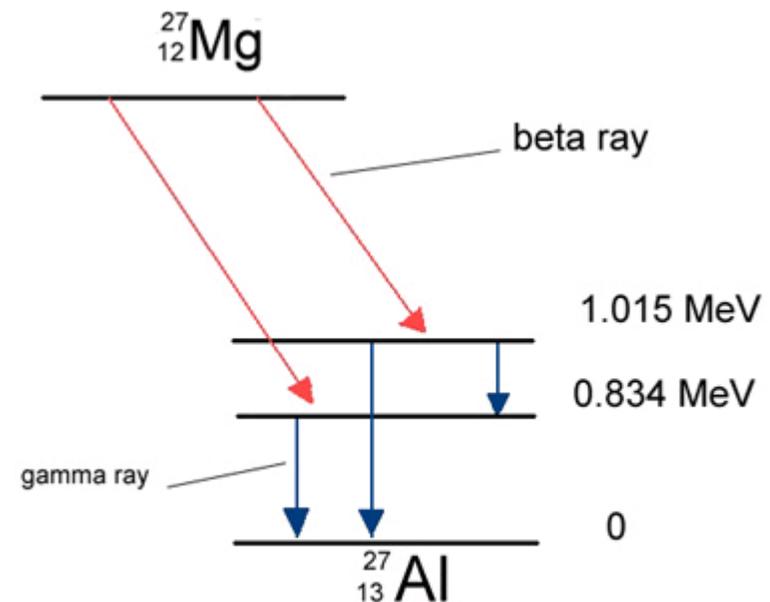
# Espectro de energia

- Portanto, a radiação  $\gamma$  deve corresponder a transição de níveis de energia no núcleo, ou seja, o núcleo também deve apresentar níveis de energia como a eletrosfera;
- A energia da radiação  $\gamma$  deve corresponder à diferença de energia entre dois níveis do núcleo:

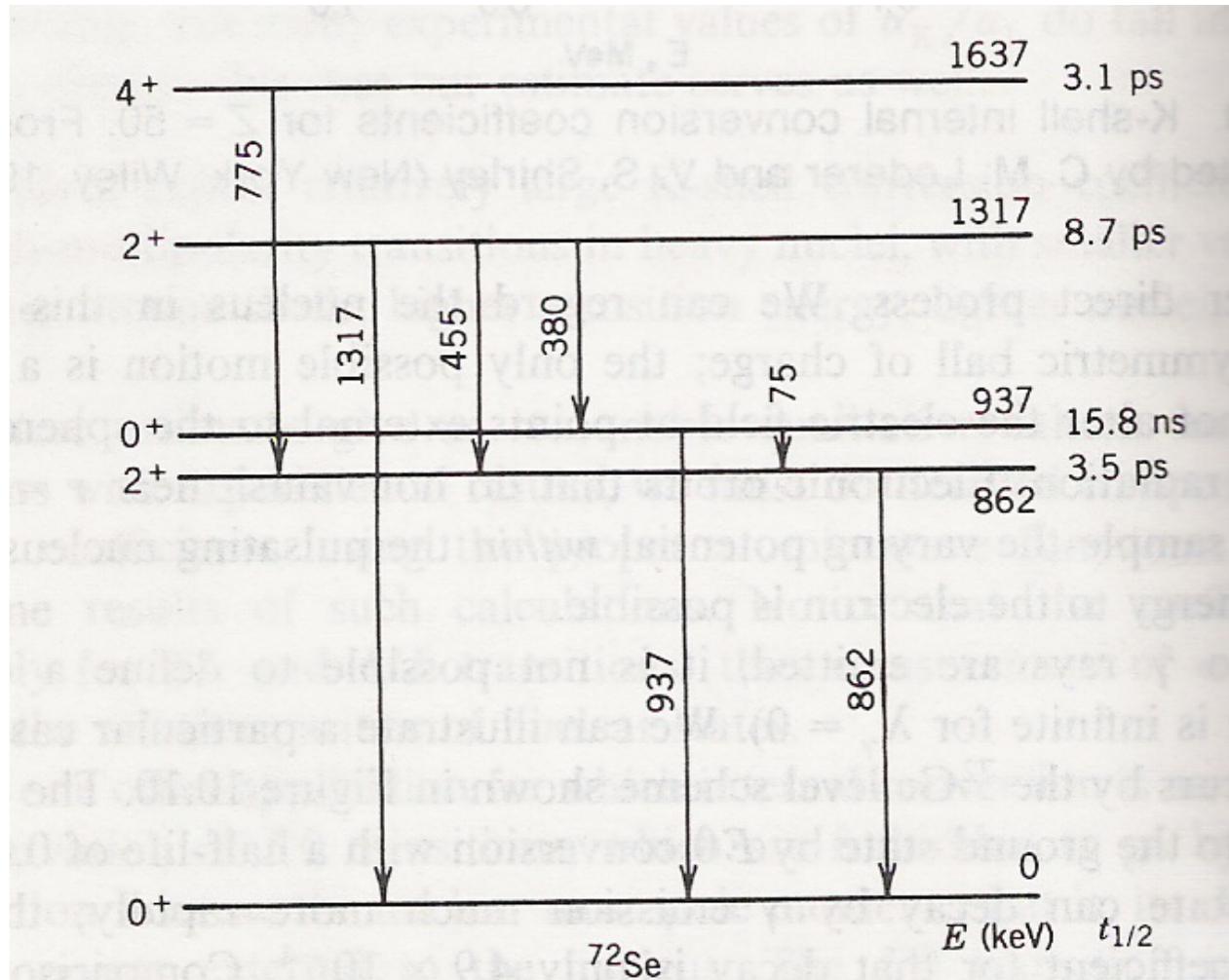
$$h\nu = \Delta E = E_i - E_f$$

# Decaimento $\gamma$

- Essas observações são fortes evidências da estrutura de níveis do núcleo, como ocorre no átomo;
- E, a partir delas, é possível construir o esquema de níveis de um determinado núcleo;



# Tempo de decaimento

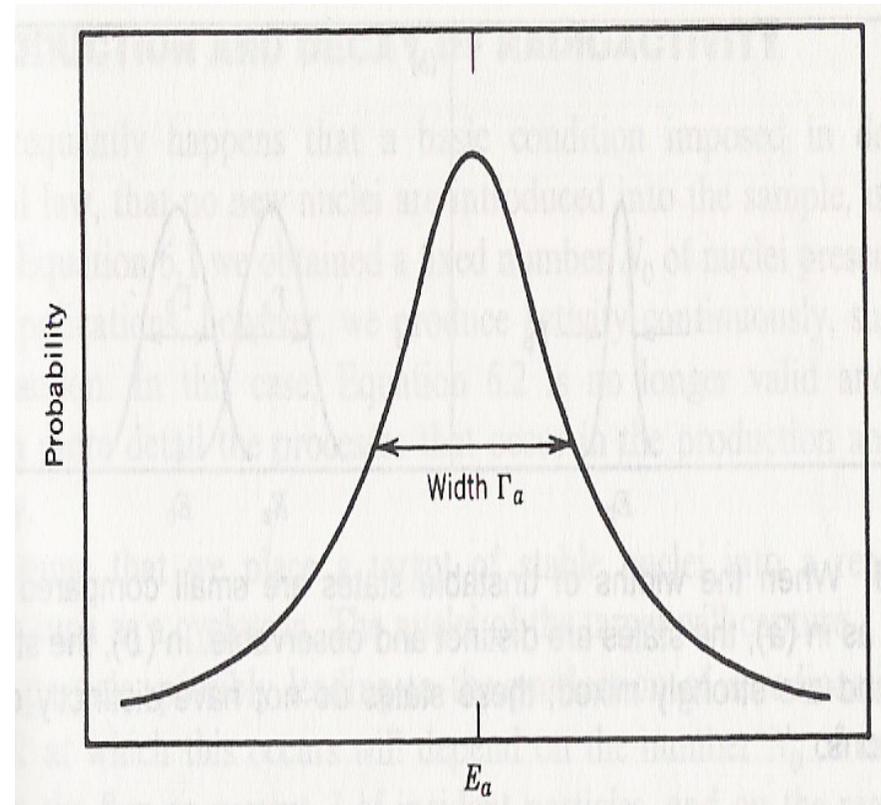


# Teoria Quântica do Decaimento Radioativo

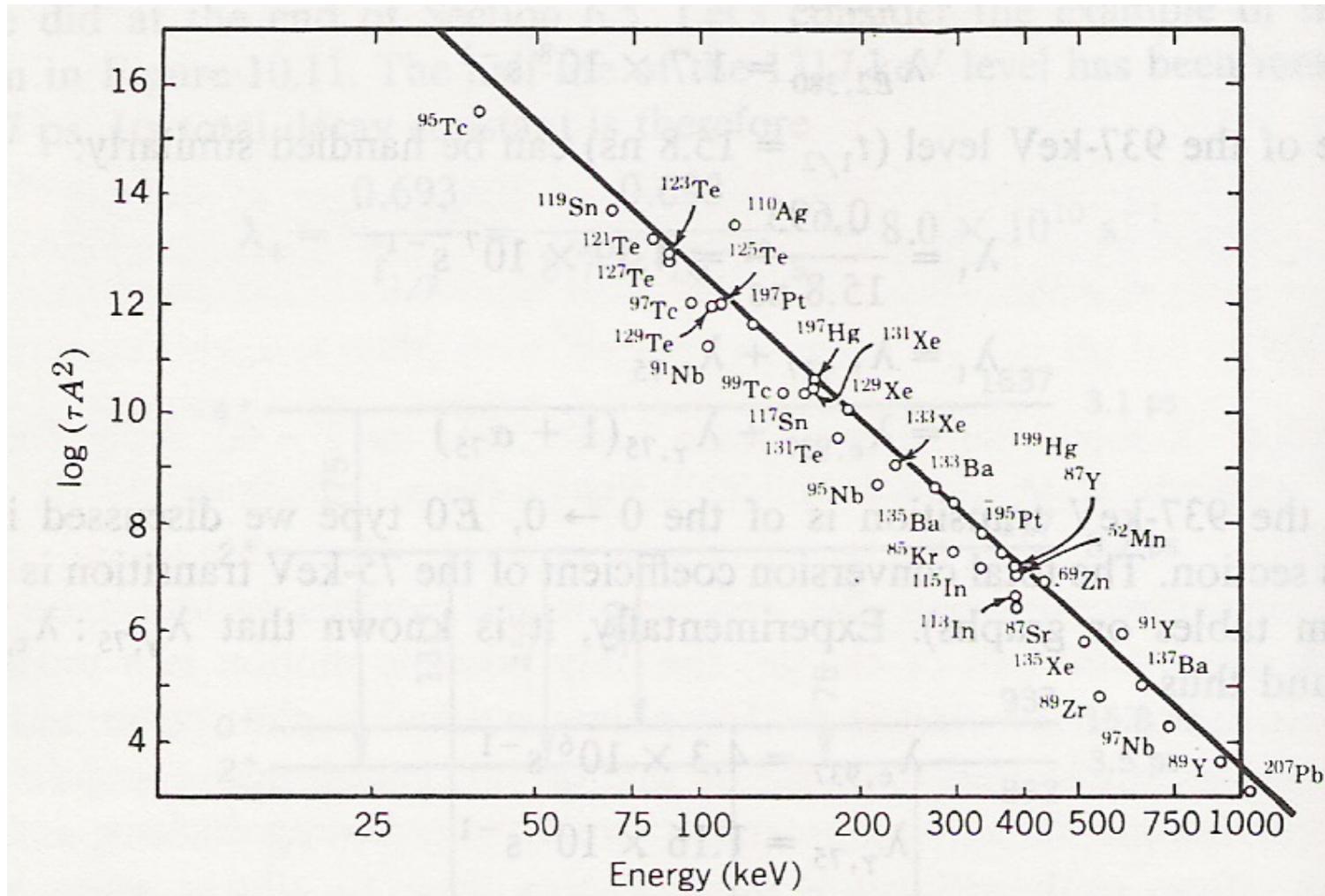
- Se considerarmos estados quase estacionários, podemos obter a probabilidade de ocupação de um estado em função da energia que é dada por:

$$P(E)dE = \frac{dE}{(E - E_a)^2 + \Gamma_a^2/4}$$

onde:  $\Gamma_a = \hbar/\tau_a$



# Tempo de decaimento



---

# Como explicar a emissão de radiação eletromagnética pelo núcleo?

- Eletromagnetismo clássico:
  - Variações temporais de multipolos elétricos e magnéticos;
- Mecânica quântica:
  - Mudança de estado devido aos operadores de multipolo elétricos e magnéticos

# Regras de seleção

- Conservação do momento angular:
  - O momento angular do núcleo final combinado com a radiação  $\gamma$  deve ser compatível com o momento angular do núcleo inicial:

$$\vec{I}_i - \vec{I}_f = \vec{L}$$

$$(I_i + I_f) \geq L \geq |I_i - I_f|$$

- É importante notar que não há transições com  $L = 0$ ;

# Regras de seleção

- Conservação da paridade ( $\pi$ ):
  - A paridade do núcleo final combinado com a paridade da radiação  $\gamma$  deve ser compatível com a paridade do núcleo inicial;
  - Pode ser demonstrado que:
$$\pi(\text{ML}) = (-1)^{L+1}$$
$$\pi(\text{EL}) = (-1)^L$$
  - Portanto:
    - se  $\pi_i \neq \pi_f \Rightarrow$  EL ímpar ou ML par
    - se  $\pi_i = \pi_f \Rightarrow$  EL par ou ML ímpar

---

# Regras de seleção

- Por exemplo, vamos supor a emissão de radiação  $\gamma$  de um núcleo com momento angular  $I_i = 3/2^+$  e  $I_f = 5/2^+$ .
- Portanto,  $L = 1, 2, 3$  ou  $4$  e, como não há troca de paridade, as possíveis transições multipolares são  $M1, E2, M3$  e  $E4$ .