Álgebra Booleana ou de Chaveamento

PCS3115 - Sistemas Digitais I

Glauber De Bona
Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais
Escola Politécnica
Universidade de São Paulo

São Paulo, 2018

Nas aulas passadas vimos...

- Como representar números em diferentes bases.

Nas aulas passadas vimos...

- Como representar números em diferentes bases.
- Como somar, subtrair e multiplicar binários em complemento a 2.

Nas aulas passadas vimos...

- Como representar números em diferentes bases.
- Como somar, subtrair e multiplicar binários em complemento a 2.
- Como implementar portas lógicas com transistores CMOS.

Nas aulas passadas vimos...

- Como representar números em diferentes bases.
- Como somar, subtrair e multiplicar binários em complemento a 2.
- Como implementar portas lógicas com transistores CMOS.
- **Próximo passo**: Projetar circuitos digitais.

Mas antes disso...

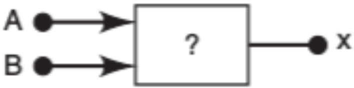
- Precisamos de métodos para análise e síntese de circuitos digitais.

Mas antes disso...

- Precisamos de métodos para análise e síntese de circuitos digitais.
- Em circuitos digitais combinatórios (sem memória), a entrada determina a saída.

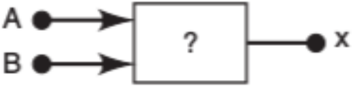
Mas antes disso...

- Precisamos de métodos para análise e síntese de circuitos digitais.
- Em circuitos digitais combinatórios (sem memória), a entrada determina a saída.



Mas antes disso...

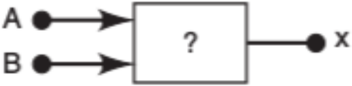
- Precisamos de métodos para análise e síntese de circuitos digitais.
- Em circuitos digitais combinatórios (sem memória), a entrada determina a saída.



- Circuitos digitais tipicamente abstraem tensões para 2 faixas de valores (ALTO e BAIXO).

Mas antes disso...

- Precisamos de métodos para análise e síntese de circuitos digitais.
- Em circuitos digitais combinatórios (sem memória), a entrada determina a saída.



- Circuitos digitais tipicamente abstraem tensões para 2 faixas de valores (ALTO e BAIXO).
- **Álgebra Boolena** ou **Álgebra de Chaveamento** é o que precisamos!

Tópicos da aula de hoje

Álgebra de Chaveamento (ou Álgebra Booleana)

- Fundamentos da Álgebra Booleana

Tópicos da aula de hoje

Álgebra de Chaveamento (ou Álgebra Booleana)

- Fundamentos da Álgebra Booleana
- Axiomas e Operadores

Tópicos da aula de hoje

Álgebra de Chaveamento (ou Álgebra Booleana)

- Fundamentos da Álgebra Booleana
- Axiomas e Operadores
- Alguns Teoremas

Tópicos da aula de hoje

Álgebra de Chaveamento (ou Álgebra Booleana)

- Fundamentos da Álgebra Booleana
- Axiomas e Operadores
- Alguns Teoremas
- Simplificação de Expressões via Teoremas.

Um roubo no Museu de Aleatoriedades

- Um detetive investiga o roubo do primeiro Sudoku em papel higiênico do Museu de Aleatoriedades do País Fictício.

Um roubo no Museu de Aleatoriedades

- Um detetive investiga o roubo do primeiro Sudoku em papel higiênico do Museu de Aleatoriedades do País Fictício.
- 3 suspeitos depõem, e sabe-se que pelo menos 2 estão mentindo.

Um roubo no Museu de Aleatoriedades

- Um detetive investiga o roubo do primeiro Sudoku em papel higiênico do Museu de Aleatoriedades do País Fictício.
- 3 suspeitos depõem, e sabe-se que pelo menos 2 estão mentindo.
- **Aurélio**: "Eu sou inocente, detetive. "

Um roubo no Museu de Aleatoriedades

- Um detetive investiga o roubo do primeiro Sudoku em papel higiênico do Museu de Aleatoriedades do País Fictício.
- 3 suspeitos depõem, e sabe-se que pelo menos 2 estão mentindo.
- **Aurélio**: “Eu sou inocente, detetive. ”
- **Bruna**: “O Carlos é o culpado.”

Um roubo no Museu de Aleatoriedades

- Um detetive investiga o roubo do primeiro Sudoku em papel higiênico do Museu de Aleatoriedades do País Fictício.
- 3 suspeitos depõem, e sabe-se que pelo menos 2 estão mentindo.
- **Aurélio**: "Eu sou inocente, detetive. "
- **Bruna**: "O Carlos é o culpado."
- **Carlos**: "Eu sou inocente."

Um roubo no Museu de Aleatoriedades

- Um detetive investiga o roubo do primeiro Sudoku em papel higiênico do Museu de Aleatoriedades do País Fictício.
- 3 suspeitos depõem, e sabe-se que pelo menos 2 estão mentindo.
- **Aurélio**: “Eu sou inocente, detetive. ”
- **Bruna**: “O Carlos é o culpado.”
- **Carlos**: “Eu sou inocente.”
- Quem o detetive prendeu?

Um roubo no Museu de Aleatoriedades

- Um detetive investiga o roubo do primeiro Sudoku em papel higiênico do Museu de Aleatoriedades do País Fictício.
- 3 suspeitos depõem, e sabe-se que pelo menos 2 estão mentindo.
- **Aurélio**: “Eu sou inocente, detetive. ”
- **Bruna**: “O Carlos é o culpado.”
- **Carlos**: “Eu sou inocente.”
- Quem o detetive prendeu?
- Resolveremos ainda hoje com **Álgebra Booleana**!

Álgebra

- **Árabe**: Al-jebr = "reunir as partes quebradas"

Álgebra

- **Árabe**: Al-jebr = “reunir as partes quebradas”
- Ou “colocar as coisas no lugar”

Álgebra

- **Árabe**: Al-jebr = “reunir as partes quebradas”
- Ou “colocar as coisas no lugar”
- **Matemática**: Estudo de símbolos e sua manipulação.

Álgebra

- **Árabe**: Al-jebr = "reunir as partes quebradas"
- Ou "colocar as coisas no lugar"
- **Matemática**: Estudo de símbolos e sua manipulação.
- $y = 6 - 2y$

Álgebra

- **Árabe**: Al-jebr = “reunir as partes quebradas”
- Ou “colocar as coisas no lugar”
- **Matemática**: Estudo de símbolos e sua manipulação.
- $y = 6 - 2y$, $y + 2y = 6$

Álgebra

- **Árabe**: Al-jebr = "reunir as partes quebradas"
- Ou "colocar as coisas no lugar"
- **Matemática**: Estudo de símbolos e sua manipulação.
- $y = 6 - 2y$, $y + 2y = 6$, $3y = 6$

Álgebra

- **Árabe**: Al-jebr = "reunir as partes quebradas"
- Ou "colocar as coisas no lugar"
- **Matemática**: Estudo de símbolos e sua manipulação.
- $y = 6 - 2y$, $y + 2y = 6$, $3y = 6$, $y = \frac{6}{3}$

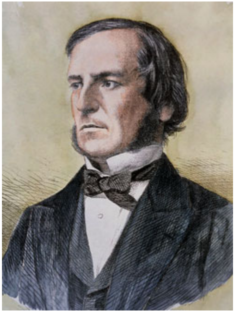
Álgebra

- **Árabe**: Al-jebr = “reunir as partes quebradas”
- Ou “colocar as coisas no lugar”
- **Matemática**: Estudo de símbolos e sua manipulação.
- $y = 6 - 2y$, $y + 2y = 6$, $3y = 6$, $y = \frac{6}{3}$, $y = 2$

Álgebra

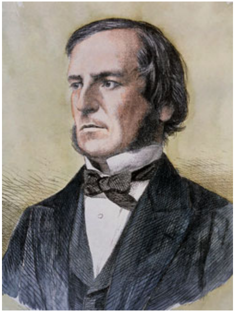
- **Árabe**: Al-jebr = "reunir as partes quebradas"
- Ou "colocar as coisas no lugar"
- **Matemática**: Estudo de símbolos e sua manipulação.
- $y = 6 - 2y$, $y + 2y = 6$, $3y = 6$, $y = \frac{6}{3}$, $y = 2$
- Uma história sobre algebristas...

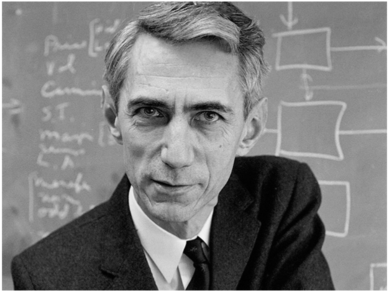
- George **Boole** (1847): álgebra com número finito de valores.



Booleana ou de Chaveamento

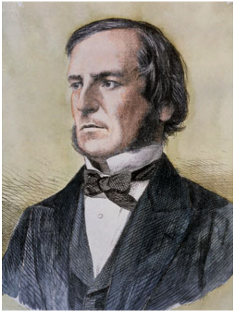
- George **Boole** (1847): álgebra com número finito de valores.
- Claude E. **Shannon** (1938): álgebra com 2 valores e circuitos a relés.

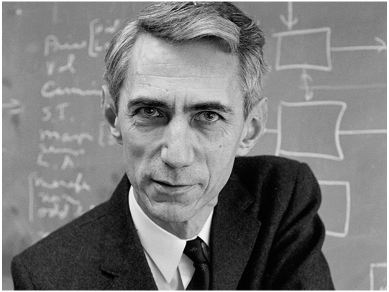




Booleana ou de Chaveamento

- George **Boole** (1847): álgebra com número finito de valores.
- Claude E. **Shannon** (1938): álgebra com 2 valores e circuitos a relés.
- **Convenção**: Álgebra Booleana = Álgebra de Chaveamento.





Os valores da Álgebra Booleana

- Apenas dois valores, **0** e **1** (**constantes**).

Os valores da Álgebra Booleana

- Apenas dois valores, **0** e **1** (**constantes**).
- Várias interpretações:

Os valores da Álgebra Booleana

- Apenas dois valores, **0** e **1** (**constantes**).
- Várias interpretações:
  - BAIXO e ALTO

Os valores da Álgebra Booleana

- Apenas dois valores, **0** e **1** (**constantes**).
- Várias interpretações:
  - BAIXO e ALTO
  - FALSO e VERDADEIRO

Os valores da Álgebra Booleana

- Apenas dois valores, **0** e **1** (**constantes**).
- Várias interpretações:
  - BAIXO e ALTO
  - FALSO e VERDADEIRO
  - DESLIGADO e LIGADO

Os valores da Álgebra Booleana

- Apenas dois valores, **0** e **1** (**constantes**).
- Várias interpretações:
  - BAIXO e ALTO
  - FALSO e VERDADEIRO
  - DESLIGADO e LIGADO
  - ABERTO e FECHADO

Os valores da Álgebra Booleana

- Apenas dois valores, **0** e **1** (**constantes**).
- Várias interpretações:
  - BAIXO e ALTO
  - FALSO e VERDADEIRO
  - DESLIGADO e LIGADO
  - ABERTO e FECHADO
- Valores combinados com operadores **NÃO**, **E** e **OU**

Variáveis Booleanas

- **Variáveis Boolenas** $x, y, z, x_1, x_2, \ldots$ assumem apenas dois valores: 0 ou 1.

Variáveis Booleanas

- **Variáveis Boolenas** $x, y, z, x_1, x_2, \ldots$ assumem apenas dois valores: 0 ou 1.
    - Se $x \neq 0$, então $x = 1$

Variáveis Booleanas

- **Variáveis Boolenas** $x, y, z, x_1, x_2, \ldots$ assumem apenas dois valores: 0 ou 1.
  - Se $x \neq 0$, então $x = 1$
  - Se $x \neq 1$, então $x = 0$

Variáveis Booleanas

- **Variáveis Boolenas** $x, y, z, x_1, x_2, \ldots$ assumem apenas dois valores: 0 ou 1.
  - Se $x \neq 0$, então $x = 1$
  - Se $x \neq 1$, então $x = 0$
- **Exemplo:** $x =$ "fui ao cinema"

Variáveis Booleanas

- **Variáveis Boolenas** $x, y, z, x_1, x_2, \ldots$ assumem apenas dois valores: 0 ou 1.
  - Se $x \neq 0$, então $x = 1$
  - Se $x \neq 1$, então $x = 0$
- **Exemplo:** $x =$ "fui ao cinema"
- se não é mentira que "fui ao cinema", então é verdade que "fui ao cinema"

Variáveis Booleanas

- **Variáveis Boolenas** $x, y, z, x_1, x_2, \ldots$ assumem apenas dois valores: 0 ou 1.
  - Se $x \neq 0$, então $x = 1$
  - Se $x \neq 1$, então $x = 0$
- **Exemplo:** $x =$ "fui ao cinema"
- se não é mentira que "fui ao cinema", então é verdade que "fui ao cinema"
- se não é verdade que "fui ao cinema", então é mentira que "fui ao cinema"

O operador NÃO

- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.

O operador NÃO

- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.
- Denotado por um apóstrofo $0', 1', x'$

O operador NÃO

- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.
- Denotado por um apóstrofo $0', 1', x'$
- Lemos "não x", "o complemento de x", "o inverso de x"

O operador NÃO

- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.
- Denotado por um apóstrofo $0', 1', x'$
- Lemos "não x", "o complemento de x", "o inverso de x"
- $1' = 0$

O operador NÃO

- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.
- Denotado por um apóstrofo $0', 1', x'$
- Lemos "não x", "o complemento de x", "o inverso de x"
- $1' = 0$ (não 1 é igual a 0)

O operador NÃO

- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.
- Denotado por um apóstrofo $0', 1', x'$
- Lemos "não x", "o complemento de x", "o inverso de x"
- $1' = 0$ (não 1 é igual a 0)
- $0' = 1$

O operador NÃO

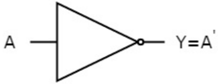
- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.
- Denotado por um apóstrofo $0', 1', x'$
- Lemos "não x", "o complemento de x", "o inverso de x"
- $1' = 0$ (não 1 é igual a 0)
- $0' = 1$ (não 0 é igual a 1)

O operador NÃO

- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.
- Denotado por um apóstrofo $0', 1', x'$
- Lemos "não x", "o complemento de x", "o inverso de x"
- $1' = 0$ (não 1 é igual a 0)
- $0' = 1$ (não 0 é igual a 1)
- **x** = "fui ao cinema", **x'** = "**NÃO** fui ao cinema".

O operador NÃO

- **NÃO** (negação, complemento lógico) é um operador unário.
- Denotado por um apóstrofo $0', 1', x'$
- Lemos "não x", "o complemento de x", "o inverso de x"
- $1' = 0$ (não 1 é igual a 0)
- $0' = 1$ (não 0 é igual a 1)
- **x** = "fui ao cinema", **x'** = "**NÃO** fui ao cinema".



O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y,$

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y$,
- Lemos "**x E y**"

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y,$
- Lemos "**x E y**"
- $0 \cdot 0 = 0$

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y$,
- Lemos "**x E y**"
- $0 \cdot 0 = 0$ (0 E 0 é igual a 0)

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y$,
- Lemos "**x E y**"
- $0 \cdot 0 = 0$ (0 E 0 é igual a 0)
- $1 \cdot 1 = 1$

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y$,
- Lemos "**x E y**"
- $0 \cdot 0 = 0$ (0 E 0 é igual a 0)
- $1 \cdot 1 = 1$ (1 E 1 é igual a 1)

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y$,
- Lemos "**x E y**"
- $0 \cdot 0 = 0$ (0 E 0 é igual a 0)
- $1 \cdot 1 = 1$ (1 E 1 é igual a 1)
- $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y$,
- Lemos "**x E y**"
- $0 \cdot 0 = 0$ (0 E 0 é igual a 0)
- $1 \cdot 1 = 1$ (1 E 1 é igual a 1)
- $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$ (0 E 1 é igual a 1 E 0 que é igual a 0)

O operador E

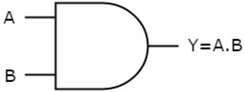
- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y,$
- Lemos "**x E y**"
- $0 \cdot 0 = 0$ (0 E 0 é igual a 0)
- $1 \cdot 1 = 1$ (1 E 1 é igual a 1)
- $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$ (0 E 1 é igual a 1 E 0 que é igual a 0)
- **x** = "fui ao cinema", **y** = "o Corinthians ganhou"

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y$,
- Lemos "**x** **E** **y**"
- $0 \cdot 0 = 0$ (0 E 0 é igual a 0)
- $1 \cdot 1 = 1$ (1 E 1 é igual a 1)
- $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$ (0 E 1 é igual a 1 E 0 que é igual a 0)
- **x** = "fui ao cinema", **y** = "o Corinthians ganhou"
- **x**·**y** = "fui ao cinema **E** o Corinthians ganhou"

O operador E

- **E** (conjunção, multiplicação lógica) é um operador binário.
- Denotado por um ponto: $1 \cdot 0, x \cdot y$,
- Lemos "**x E y**"
- $0 \cdot 0 = 0$ (0 E 0 é igual a 0)
- $1 \cdot 1 = 1$ (1 E 1 é igual a 1)
- $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$ (0 E 1 é igual a 1 E 0 que é igual a 0)
- **x** = "fui ao cinema", **y** = "o Corinthians ganhou"
- **x·y** = "fui ao cinema **E** o Corinthians ganhou"



O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1 + 0, x + y$,

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1 + 0, x + y$,
- Lemos "x OU y"

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1 + 0, x + y$,
- Lemos "x OU y"
- $0 + 0 = 0$

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1 + 0, x + y$,
- Lemos "x OU y"
- $0 + 0 = 0$ (0 OU 0 é igual a 0)

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1 + 0, x + y,$
- Lemos "x OU y"
- $0 + 0 = 0$ (0 OU 0 é igual a 0)
- $1 + 1 = 1$

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1 + 0, x + y$,
- Lemos "x OU y"
- $0 + 0 = 0$ (0 OU 0 é igual a 0)
- $1 + 1 = 1$ (1 OU 1 é igual a 1)

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1+0, x+y$,
- Lemos "x OU y"
- $0+0=0$ (0 OU 0 é igual a 0)
- $1+1=1$ (1 OU 1 é igual a 1)
- $1+0=0+1=1$

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1+0, x+y$,
- Lemos "x OU y"
- $0+0=0$ (0 OU 0 é igual a 0)
- $1+1=1$ (1 OU 1 é igual a 1)
- $1+0=0+1=1$ (0 OU 1 é igual a 1 OU 0 que é igual a 1)

O operador OU

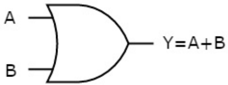
- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1+0, x+y$,
- Lemos "x OU y"
- $0+0=0$ (0 OU 0 é igual a 0)
- $1+1=1$ (1 OU 1 é igual a 1)
- $1+0=0+1=1$ (0 OU 1 é igual a 1 OU 0 que é igual a 1)
- $\mathbf{x}=$"fui ao cinema", $\mathbf{y}=$"o Corinthians ganhou"

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1 + 0, x + y$,
- Lemos "x OU y"
- $0 + 0 = 0$ (0 OU 0 é igual a 0)
- $1 + 1 = 1$ (1 OU 1 é igual a 1)
- $1 + 0 = 0 + 1 = 1$ (0 OU 1 é igual a 1 OU 0 que é igual a 1)
- **x** = "fui ao cinema", **y** = "o Corinthians ganhou"
- **x+y** = "fui ao cinema **OU** o Corinthians ganhou"

O operador OU

- **OU** (disjunção, adição lógica) é um operador binário.
- Denotado por um $+$: $1+0, x+y$,
- Lemos "x OU y"
- $0+0=0$ (0 OU 0 é igual a 0)
- $1+1=1$ (1 OU 1 é igual a 1)
- $1+0=0+1=1$ (0 OU 1 é igual a 1 OU 0 que é igual a 1)
- $\mathbf{x}$ = "fui ao cinema", $\mathbf{y}$ = "o Corinthians ganhou"
- $\mathbf{x}+\mathbf{y}$ = "fui ao cinema **OU** o Corinthians ganhou"



Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$.

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.
- $0' = 1$

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.
- $0' = 1$, $1' = 0$

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.
- $0' = 1$, $1' = 0$
- $0 \cdot 0 = 0$

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.
- $0' = 1$, $1' = 0$
- $0 \cdot 0 = 0$, $1 \cdot 1 = 1$

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.
- $0' = 1$, $1' = 0$
- $0 \cdot 0 = 0$, $1 \cdot 1 = 1$, $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.
- $0' = 1$, $1' = 0$
- $0 \cdot 0 = 0$, $1 \cdot 1 = 1$, $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$
- $0 + 0 = 0$

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.
- $0' = 1$, $1' = 0$
- $0 \cdot 0 = 0$, $1 \cdot 1 = 1$, $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$
- $0 + 0 = 0$, $1 + 1 = 1$

Axiomas da Álgebra Booleana

- Conjunto de verdades básicas indemonstráveis.
- Se $x \neq 0$, então $x = 1$. Se $x \neq 1$, então $x = 0$.
- $0' = 1$, $1' = 0$
- $0 \cdot 0 = 0$, $1 \cdot 1 = 1$, $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$
- $0 + 0 = 0$, $1 + 1 = 1$, $1 + 0 = 0 + 1 = 1$

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses
- Avaliando o valor da expressão:

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses
- Avaliando o valor da expressão:
- **Exemplo**: $x = 0, y = 1, z = 1$

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses
- Avaliando o valor da expressão:
- **Exemplo**: $x = 0, y = 1, z = 1$
- $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses
- Avaliando o valor da expressão:
- **Exemplo**: $x = 0, y = 1, z = 1$
- $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- $(0 \cdot 1 + 1')' \cdot (1 + 0)$

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses
- Avaliando o valor da expressão:
- **Exemplo**: $x = 0, y = 1, z = 1$
- $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- $(0 \cdot 1 + 1')' \cdot (1 + 0)$
- $(\,0\ \ +\ \ 0)' \cdot (\,1\,)$

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses
- Avaliando o valor da expressão:
- **Exemplo**: $x = 0, y = 1, z = 1$
- $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- $(0 \cdot 1 + 1')' \cdot (1 + 0)$
- $(0 + 0)' \cdot (1)$
- $(0)' \cdot (1)$

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses
- Avaliando o valor da expressão:
- **Exemplo**: $x = 0, y = 1, z = 1$
- $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- $(0 \cdot 1 + 1')' \cdot (1 + 0)$
- $(0 + 0)' \cdot (1)$
- $(0)' \cdot (1)$
- $1 \cdot (1)$

Expressões Booleanas

- Combinando os ingredientes, temos uma **expressão Boolena**: $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- **Precedência**: Antes NÃO, depois E, enfim OU. Senão, parênteses
- Avaliando o valor da expressão:
- **Exemplo**: $x = 0, y = 1, z = 1$
- $(x \cdot 1 + y')' \cdot (z + 0)$
- $(0 \cdot 1 + 1')' \cdot (1 + 0)$
- $(0 + 0)' \cdot (1)$
- $(0)' \cdot (1)$
- $1 \cdot (1) = 1$

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$$x + y$$

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	
1	0	
1	1	

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	
1	1	

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1		
0	1			
1	0			
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	
0	1			
1	0			
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1			
1	0			
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1		
1	0			
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1	0	
1	0			
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0			
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0		
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	1			

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	1	0		

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	

Tabela Verdade (I)

Tabelas Verdades listam os valores de uma expressão para os todos os possíveis valores das suas variáveis.

$x + y$

x	**y**	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$G = x' + x \cdot y$

x	**y**	x'	$x \cdot y$	G
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	1

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.
- Se **x=1**: $x'' = 1''$

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.
- Se **x=1**: $x'' = 1'' = 0'$

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.
- Se **x=1**: $x'' = 1'' = 0' \ = 1$

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.
- Se **x=1**: $x'' = 1'' = 0' \;\; = 1$
- Se **x=0**: $x'' = 0''$

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.
- Se **x=1**: $x'' = 1'' = 0' \ = 1$
- Se **x=0**: $x'' = 0'' = 1'$

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.
- Se **x=1**: $x'' = 1'' = 0' \ = 1$
- Se **x=0**: $x'' = 0'' = 1' \ = 0$

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.
- Se **x=1**: $x'' = 1'' = 0' \;\; = 1$
- Se **x=0**: $x'' = 0'' = 1' \;\; = 0$
- Prova por **indução perfeita**.

Teoremas com 1 varíavel (I)

- Equações verdadeiras independentemente do valor das variáveis.
- **Involução**: $x'' = x$
- Podemos demonstrar usando os axiomas.
- x só pode ter dois valores, $x = 1$ ou $x = 0$.
- Se **x=1**: $x'' = 1'' = 0' \ = 1$
- Se **x=0**: $x'' = 0'' = 1' \ = 0$
- Prova por **indução perfeita**.
- Análogo a usar tabela verdade.

Teoremas com 1 variável (II)

- **Identidades**: $x + 0 = x$

Teoremas com 1 variável (II)

- **Identidades**: $x + 0 = x$; $x \cdot 1 = x$

Teoremas com 1 variável (II)

- **Identidades**: $x + 0 = x$; $x \cdot 1 = x$
- **Elementos nulos**: $x + 1 = 1$

Teoremas com 1 variável (II)

- **Identidades**: $x + 0 = x$; $x \cdot 1 = x$
- **Elementos nulos**: $x + 1 = 1$; $x \cdot 0 = 0$

Teoremas com 1 variável (II)

- **Identidades**: $x + 0 = x$; $x \cdot 1 = x$
- **Elementos nulos**: $x + 1 = 1$; $x \cdot 0 = 0$
- **Idempotência**: $x + x = x$

Teoremas com 1 variável (II)

- **Identidades**: $x + 0 = x$; $x \cdot 1 = x$
- **Elementos nulos**: $x + 1 = 1$; $x \cdot 0 = 0$
- **Idempotência**: $x + x = x$; $x \cdot x = x$

Teoremas com 1 variável (II)

- **Identidades**: $x + 0 = x$; $x \cdot 1 = x$
- **Elementos nulos**: $x + 1 = 1$; $x \cdot 0 = 0$
- **Idempotência**: $x + x = x$; $x \cdot x = x$
- **Complementos**: $x + x' = 1$

Teoremas com 1 variável (II)

- **Identidades**: $x + 0 = x$; $x \cdot 1 = x$
- **Elementos nulos**: $x + 1 = 1$; $x \cdot 0 = 0$
- **Idempotência**: $x + x = x$; $x \cdot x = x$
- **Complementos**: $x + x' = 1$; $x \cdot x' = 0$

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$:

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$: $\quad z \cdot y' + 1 = 1$

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$: $\quad z \cdot y' + 1 = 1$
- Teorema: $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$: $\quad z \cdot y' + 1 = 1$
- Teorema: $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z + y'$:

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$: $\quad z \cdot y' + 1 = 1$
- Teorema: $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z + y'$: $\quad z + y' \cdot z + y' = z + y'$

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$: $z \cdot y' + 1 = 1$
- Teorema: $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z + y'$: $\cancel{z + y' \cdot z + y' = z + y'}$

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$: $\quad z \cdot y' + 1 = 1$
- Teorema: $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z + y'$: $\cancel{z + y' \cdot z + y' = z + y'}$
- Parênteses necessários:

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$: $\quad z \cdot y' + 1 = 1$
- Teorema: $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z + y'$: $\cancel{z + y' \cdot z + y' = z + y'}$
- Parênteses necessários: $\quad (z + y') \cdot (z + y') = (z + y')$

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z \cdot y'$: $\quad z \cdot y' + 1 = 1$
- Teorema: $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$
- Substituindo $\mathbf{x}$ por $z + y'$: $\cancel{z + y' \cdot z + y' = z + y'}$
- Parênteses necessários: $\quad (z + y') \cdot (z + y') = (z + y')$
- O resultado da substituição é uma **instância** do teorema.

Instanciando os Teoremas

- Qualquer teoremas segue valendo se trocamos variáveis por expressões.
- Teorema: $\mathbf{x} + 1 = 1$
- Substituindo **x** por $z \cdot y'$: $\quad z \cdot y' + 1 = 1$
- Teorema: $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$
- Substituindo **x** por $z + y'$: $\cancel{z + y' \cdot z + y' = z + y'}$
- Parênteses necessários: $\quad (z + y') \cdot (z + y') = (z + y')$
- O resultado da substituição é uma **instância** do teorema.
- **Todo teorema** pode ser instanciado.

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)
- $x + y = y + x$ (Comutatividade do OU)

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)
- $x + y = y + x$ (Comutatividade do OU)
- **Bônus**: novos teoremas de uma variável.

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)
- $x + y = y + x$ (Comutatividade do OU)
- **Bônus**: novos teoremas de uma variável.
- $x + 0 = x = 0 + x$

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)
- $x + y = y + x$ (Comutatividade do OU)
- **Bônus**: novos teoremas de uma variável.
- $x + 0 = x = 0 + x$; $x + 1 = 1 = 1 + x$

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)
- $x + y = y + x$ (Comutatividade do OU)
- **Bônus**: novos teoremas de uma variável.
- $x + 0 = x = 0 + x$; $x + 1 = 1 = 1 + x$; $x + x' = 1 = x' + x$

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)
- $x + y = y + x$ (Comutatividade do OU)
- **Bônus**: novos teoremas de uma variável.
- $x + 0 = x = 0 + x$; $x + 1 = 1 = 1 + x$; $x + x' = 1 = x' + x$
- $x \cdot 0 = 0 = 0 \cdot x$

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)
- $x + y = y + x$ (Comutatividade do OU)
- **Bônus**: novos teoremas de uma variável.
- $x + 0 = x = 0 + x$; $x + 1 = 1 = 1 + x$; $x + x' = 1 = x' + x$
- $x \cdot 0 = 0 = 0 \cdot x$; $x \cdot 1 = x = 1 \cdot x$

Teoremas de Comutatividade

- O **E** e o **OU** são **comutativos**.
- $x \cdot y = y \cdot x$ (Comutatividade do E)
- $x + y = y + x$ (Comutatividade do OU)
- **Bônus**: novos teoremas de uma variável.
- $x + 0 = x = 0 + x$; $x + 1 = 1 = 1 + x$; $x + x' = 1 = x' + x$
- $x \cdot 0 = 0 = 0 \cdot x$; $x \cdot 1 = x = 1 \cdot x$; $x \cdot x' = 0 = x' \cdot x$

Teoremas de Associatividade

- As operações **E** e **OU** são **associativas**.

Teoremas de Associatividade

- As operações **E** e **OU** são **associativas**.
- $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ (Associatividade do E)

Teoremas de Associatividade

- As operações **E** e **OU** são **associativas**.
- $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ (Associatividade do E)
- $(x + y) + z = x + (y + z)$ (Associatividade do OU)

Teoremas de Associatividade

- As operações **E** e **OU** são **associativas**.
- $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ (Associatividade do E)
- $(x + y) + z = x + (y + z)$ (Associatividade do OU)
- **Bônus**: podemos economizar parênteses.

Teoremas de Associatividade

- As operações **E** e **OU** são **associativas**.
- $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ (Associatividade do E)
- $(x + y) + z = x + (y + z)$ (Associatividade do OU)
- **Bônus**: podemos economizar parênteses.
- $(x + (y + z)) + w$

Teoremas de Associatividade

- As operações **E** e **OU** são **associativas**.
- $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ (Associatividade do E)
- $(x + y) + z = x + (y + z)$ (Associatividade do OU)
- **Bônus**: podemos economizar parênteses.
- $(x + (y + z)) + w = x + y + z + w$

Teoremas de Associatividade

- As operações **E** e **OU** são **associativas**.
- $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ (Associatividade do E)
- $(x + y) + z = x + (y + z)$ (Associatividade do OU)
- **Bônus**: podemos economizar parênteses.
- $(x + (y + z)) + w = x + y + z + w$
- $\big(((x + y)' \cdot z) \cdot (w + y')\big) \cdot w$

Teoremas de Associatividade

- As operações **E** e **OU** são **associativas**.
- $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ (Associatividade do E)
- $(x + y) + z = x + (y + z)$ (Associatividade do OU)
- **Bônus**: podemos economizar parênteses.
- $(x + (y + z)) + w = x + y + z + w$
- $\left(((x + y)' \cdot z) \cdot (w + y')\right) \cdot w = (x + y)' \cdot z \cdot (w + y') \cdot w$

Um zero num produto lógico

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **E**, onde uma delas é 0.

Um zero num produto lógico

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **E**, onde uma delas é 0.
- $blabla \cdot blabla \cdot 0 \cdot blabla$ (Associatividade dispensa parênteses)

Um zero num produto lógico

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **E**, onde uma delas é 0.
- $blabla \cdot blabla \cdot 0 \cdot blabla$ (Associatividade dispensa parênteses)
- $blabla \cdot blabla \cdot blabla \cdot 0$ (Comutatividade)

Um zero num produto lógico

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **E**, onde uma delas é 0.
- $\textit{blabla} \cdot \textit{blabla} \cdot 0 \cdot \textit{blabla}$ (Associatividade dispensa parênteses)
- $\textit{blabla} \cdot \textit{blabla} \cdot \textit{blabla} \cdot 0$ (Comutatividade)
- Instanciando $x \cdot 0 = 0$: $\textit{blabla} \cdot \textit{blabla} \cdot \textit{blabla} \cdot 0 = 0$

Um zero num produto lógico

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **E**, onde uma delas é 0.
- $blabla \cdot blabla \cdot 0 \cdot blabla$ (Associatividade dispensa parênteses)
- $blabla \cdot blabla \cdot blabla \cdot 0$ (Comutatividade)
- Instanciando $x \cdot 0 = 0$: $blabla \cdot blabla \cdot blabla \cdot 0 = 0$
- **Conclusão**: Um 0 já "zera" um produto lógico.

Um 1 numa soma lógica

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **OU**, onde uma delas é 1.

Um 1 numa soma lógica

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **OU**, onde uma delas é 1.
- $blabla + blabla + 1 + blabla$ (Associatividade, sem parênteses)

Um 1 numa soma lógica

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **OU**, onde uma delas é 1.
- $blabla + blabla + 1 + blabla$ (Associatividade, sem parênteses)
- $blabla + blabla + blabla + 1$ (Comutatividade)

Um 1 numa soma lógica

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **OU**, onde uma delas é 1.
- $blabla + blabla + 1 + blabla$ (Associatividade, sem parênteses)
- $blabla + blabla + blabla + 1$ (Comutatividade)
- Instanciando $x + 1 = 1$: $blabla + blabla + blabla + 1 = 1$

Um 1 numa soma lógica

- Considere uma conjunto de expressões unidas por **OU**, onde uma delas é 1.
- $blabla + blabla + 1 + blabla$ (Associatividade, sem parênteses)
- $blabla + blabla + blabla + 1$ (Comutatividade)
- Instanciando $x + 1 = 1$: $blabla + blabla + blabla + 1 = 1$
- **Conclusão**: Um 1 já faz a soma lógica ser 1.

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	0
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores
$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$
$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores
$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$
$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores
$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$
$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores
$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$
$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	G
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	G
0	0	0	0
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$

$G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	y	z	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	

Avaliando Expressões mais Rapidamente

Exemplo: Vamos montar a tabela verdade de expressões maiores

$F = (x \cdot y + x \cdot z) + y \cdot z$

$F = x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z$ $\qquad$ $G = (x + y) \cdot (x + z) \cdot (y + z)$

x	**y**	**z**	**F**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

x	**y**	**z**	**G**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (Distributividade do E sobre o OU)

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (Distributividade do E sobre o OU)
- $x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$ (e do OU sobre o E)

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (Distributividade do E sobre o OU)
- $x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$ (e do OU sobre o E)
- **Bônus**: "fatorar", ou "por em evidência".

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (Distributividade do E sobre o OU)
- $x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$ (e do OU sobre o E)
- **Bônus**: "fatorar", ou "por em evidência".
- $x \cdot y \cdot z' + x \cdot w$

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (Distributividade do E sobre o OU)
- $x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$ (e do OU sobre o E)
- **Bônus**: "fatorar", ou "por em evidência".
- $x \cdot y \cdot z' + x \cdot w = x \cdot (y \cdot z' + w)$

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (Distributividade do E sobre o OU)
- $x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$ (e do OU sobre o E)
- **Bônus**: "fatorar", ou "por em evidência".
- $x \cdot y \cdot z' + x \cdot w = x \cdot (y \cdot z' + w)$
- Ou aplicar o "chuveirinho"

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (Distributividade do E sobre o OU)
- $x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$ (e do OU sobre o E)
- **Bônus**: "fatorar", ou "por em evidência".
- $x \cdot y \cdot z' + x \cdot w = x \cdot (y \cdot z' + w)$
- Ou aplicar o "chuverinho"
- $x \cdot (y \cdot z' + w)$

Teoremas de Distributividade

- Na álgebra Booleana há duas propriedades **distributivas**.
- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$ (Distributividade do E sobre o OU)
- $x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$ (e do OU sobre o E)
- **Bônus**: "fatorar", ou "por em evidência".
- $x \cdot y \cdot z' + x \cdot w = x \cdot (y \cdot z' + w)$
- Ou aplicar o "chuverinho"
- $x \cdot (y \cdot z' + w) = x \cdot y \cdot z' + x \cdot w$

Outros Teoremas Importantes

- **Cobertura 1**: $x + x \cdot y = x$

Outros Teoremas Importantes

- **Cobertura 1**: $x + x \cdot y = x$
- **Cobertura 2**: $x \cdot (x + y) = x$

Outros Teoremas Importantes

- **Cobertura 1**: $x + x \cdot y = x$
- **Cobertura 2**: $x \cdot (x + y) = x$
- **Combinação 1**: $x \cdot y + x \cdot y' = x$

Outros Teoremas Importantes

- **Cobertura 1**: $x + x \cdot y = x$
- **Cobertura 2**: $x \cdot (x + y) = x$
- **Combinação 1**: $x \cdot y + x \cdot y' = x$
- **Combinação 2**:$(x + y) \cdot (x + y') = x$

Teoremas de DeMorgan

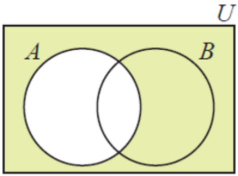
- Da teoria dos conjuntos,
  $X' = U - X$ é o complemento do conjunto X.

Teoremas de DeMorgan

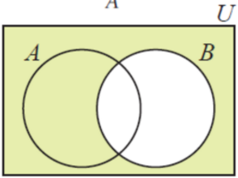
- Da teoria dos conjuntos,
  $X' = U - X$ é o complemento do conjunto X.
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Teoremas de DeMorgan

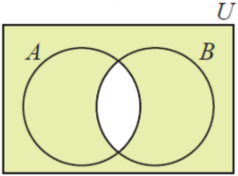
- Da teoria dos conjuntos, $X' = U - X$ é o complemento do conjunto X.
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$



A'



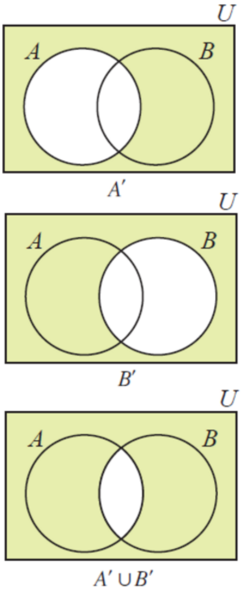
B'



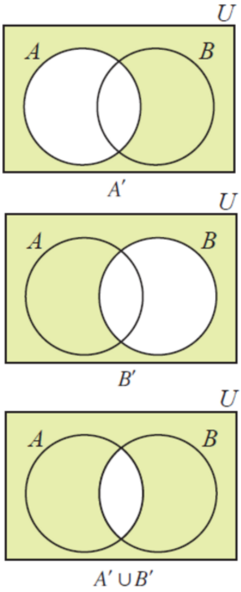
$A' \cup B'$

Teoremas de DeMorgan

- Da teoria dos conjuntos, $X' = U - X$ é o complemento do conjunto X.
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- "Quem não é Artista Brasileiro é não Artista ou não Brasileiro"



Teoremas de DeMorgan



- Da teoria dos conjuntos, $X' = U - X$ é o complemento do conjunto X.
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- "Quem não é Artista Brasileiro é não Artista ou não Brasileiro"
- $(x \cdot y)' = x' + y'$

Teoremas de DeMorgan (II)

- $(A \cup B)' = A' \cap B'$

Teoremas de DeMorgan (II)

- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- "Quem não é Artista ou Brasileiro não é nem Artista nem Brasileiro"

Teoremas de DeMorgan (II)

- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- "Quem não é Artista ou Brasileiro não é nem Artista nem Brasileiro"
- $(x + y)' = x' \cdot y'$

Aplicando os Teoremas

- se $A = B$, então B pode substituir A dentro de uma expressão: $(A' + x) \cdot y = (B' + x) \cdot y$

Aplicando os Teoremas

- se $A = B$, então B pode substituir A dentro de uma expressão: $(A' + x) \cdot y = (B' + x) \cdot y$
- **Exemplo**: $z \cdot z = z$

Aplicando os Teoremas

- se $A = B$, então B pode substituir A dentro de uma expressão: $(A' + x) \cdot y = (B' + x) \cdot y$
- **Exemplo**: $z \cdot z = z$, então $((z \cdot z)' + x) \cdot y = (z' + x) \cdot y$.

Aplicando os Teoremas

- se $A = B$, então B pode substituir A dentro de uma expressão: $(A' + x) \cdot y = (B' + x) \cdot y$
- **Exemplo**: $z \cdot z = z$, então $((z \cdot z)' + x) \cdot y = (z' + x) \cdot y$.
- Utilizando **instâncias de teoremas**: $(x + y)' = x' \cdot y'$

Aplicando os Teoremas

- se $A = B$, então B pode substituir A dentro de uma expressão: $(A' + x) \cdot y = (B' + x) \cdot y$
- **Exemplo**: $z \cdot z = z$, então $((z \cdot z)' + x) \cdot y = (z' + x) \cdot y$.
- Utilizando **instâncias de teoremas**: $(x + y)' = x' \cdot y'$
- Instanciando: $(z + w \cdot v)'$

Aplicando os Teoremas

- se $A = B$, então B pode substituir A dentro de uma expressão: $(A' + x) \cdot y = (B' + x) \cdot y$
- **Exemplo**: $z \cdot z = z$, então $((z \cdot z)' + x) \cdot y = (z' + x) \cdot y$.
- Utilizando **instâncias de teoremas**: $(x + y)' = x' \cdot y'$
- Instanciando: $(z + w \cdot v)' = z' \cdot (w \cdot v)'$

Aplicando os Teoremas

- se $A = B$, então B pode substituir A dentro de uma expressão: $(A' + x) \cdot y = (B' + x) \cdot y$
- **Exemplo**: $z \cdot z = z$, então $((z \cdot z)' + x) \cdot y = (z' + x) \cdot y$.
- Utilizando **instâncias de teoremas**: $(x + y)' = x' \cdot y'$
- Instanciando: $(z + w \cdot v)' = z' \cdot (w \cdot v)'$
- Logo $(z + w \cdot v)' + v'$

Aplicando os Teoremas

- se $A = B$, então B pode substituir A dentro de uma expressão: $(A' + x) \cdot y = (B' + x) \cdot y$
- **Exemplo**: $z \cdot z = z$, então $((z \cdot z)' + x) \cdot y = (z' + x) \cdot y$.
- Utilizando **instâncias de teoremas**: $(x + y)' = x' \cdot y'$
- Instanciando: $(z + w \cdot v)' = z' \cdot (w \cdot v)'$
- Logo $(z + w \cdot v)' + v' = z' \cdot (w \cdot v)' + v'$

DeMorgan com várias variáveis

- $(x + y)' = x' \cdot y'$

DeMorgan com várias variáveis

- $(x + y)' = x' \cdot y'$
- **Instanciamos** com $y = z + w$:

DeMorgan com várias variáveis

- $(x+y)' = x' \cdot y'$
- **Instanciamos** com $y = z + w$: $(x + (z+w))' = x' \cdot (z+w)'$

DeMorgan com várias variáveis

- $(x+y)' = x' \cdot y'$
- **Instanciamos** com $y = z + w$: $(x+(z+w))' = x' \cdot (z+w)'$
- Aplica **DeMorgan**:

DeMorgan com várias variáveis

- $(x + y)' = x' \cdot y'$
- **Instanciamos** com $y = z + w$: $(x + (z + w))' = x' \cdot (z + w)'$
- Aplica **DeMorgan**: $(x + z + w)' = x' \cdot z' \cdot w'$

DeMorgan com várias variáveis

- $(x + y)' = x' \cdot y'$
- **Instanciamos** com $y = z + w$: $(x + (z + w))' = x' \cdot (z + w)'$
- Aplica **DeMorgan**: $(x + z + w)' = x' \cdot z' \cdot w'$
- Por indução finita: $(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)' = {x_1}' \cdot {x_2}' \ldots \cdot {x_n}'$

DeMorgan com várias variáveis

- $(x + y)' = x' \cdot y'$
- **Instanciamos** com $y = z + w$: $(x + (z + w))' = x' \cdot (z + w)'$
- Aplica **DeMorgan**: $(x + z + w)' = x' \cdot z' \cdot w'$
- Por indução finita: $(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)' = {x_1}' \cdot {x_2}' \ldots \cdot {x_n}'$
- Analogamente: $(x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n)' = {x_1}' + {x_2}' \ldots + {x_n}'$

Simplificando Expressões

- Teoremas são úteis para simplificar expressões.

Simplificando Expressões

- Teoremas são úteis para simplificar expressões.
- Podemos trocar parte de uma expressão por uma menor equivalente.

Simplificando Expressões

- Teoremas são úteis para simplificar expressões.
- Podemos trocar parte de uma expressão por uma menor equivalente.
- **Exemplo 1:** $(x \cdot 1 + y \cdot y) \cdot (1 \cdot y + 0 + x')$

Simplificando Expressões

- Teoremas são úteis para simplificar expressões.
- Podemos trocar parte de uma expressão por uma menor equivalente.
- **Exemplo 1:** $(x \cdot 1 + y \cdot y) \cdot (1 \cdot y + 0 + x')$
- **Exemplo 2:** $x \cdot y + y \cdot x \cdot (x + z)'$

Simplificando Expressões

- Teoremas são úteis para simplificar expressões.
- Podemos trocar parte de uma expressão por uma menor equivalente.
- **Exemplo 1:** $(x \cdot 1 + y \cdot y) \cdot (1 \cdot y + 0 + x')$
- **Exemplo 2:** $x \cdot y + y \cdot x \cdot (x + z)'$
- **Exemplo 3:** $\big(x + x \cdot (y + z')\big) \cdot x'$

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".
- Aurélio afirma que a', Bruna que c, e Carlos que c'.

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".
- Aurélio afirma que a', Bruna que c, e Carlos que c'.
- Pelo menos dois mentem: ou Aurélio e Bruna ou Aurélio e Carlos ou Bruna e Carlos ou todos!

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".
- Aurélio afirma que a', Bruna que c, e Carlos que c'.
- Pelo menos dois mentem: ou Aurélio e Bruna ou Aurélio e Carlos ou Bruna e Carlos ou todos!

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".
- Aurélio afirma que a', Bruna que c, e Carlos que c'.
- Pelo menos dois mentem: ou **Aurélio e Bruna** ou Aurélio e Carlos ou Bruna e Carlos ou todos!
- $a'' \cdot c'$

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".
- Aurélio afirma que a', Bruna que c, e Carlos que c'.
- Pelo menos dois mentem: ou Aurélio e Bruna ou **Aurélio e Carlos** ou Bruna e Carlos ou todos!
- $a'' \cdot c' + a'' \cdot c''$

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".
- Aurélio afirma que a', Bruna que c, e Carlos que c'.
- Pelo menos dois mentem: ou Aurélio e Bruna ou Aurélio e Carlos ou **Bruna e Carlos** ou todos!
- $a'' \cdot c' + a'' \cdot c'' + c' \cdot c''$

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".
- Aurélio afirma que a', Bruna que c, e Carlos que c'.
- Pelo menos dois mentem: ou Aurélio e Bruna ou Aurélio e Carlos ou Bruna e Carlos ou **todos**!
- $a'' \cdot c' + a'' \cdot c'' + c' \cdot c'' + a'' \cdot c' \cdot c''$

Quem roubou o papel de Sudoku?

- Variável Boolena a denota "**Aurélio** roubou".
- b denota "**Bruna** roubou".
- c denota "**Carlos** roubou".
- Aurélio afirma que a', Bruna que c, e Carlos que c'.
- Pelo menos dois mentem: ou Aurélio e Bruna ou Aurélio e Carlos ou Bruna e Carlos ou todos!
- $a'' \cdot c' + a'' \cdot c'' + c' \cdot c'' + a'' \cdot c' \cdot c''$
- Agora usamos os teoremas para simplicar.

Simplificando Expressões

- **Exercício:** Usando os teoremas, mostre que $(x + x' \cdot y) = x + y$

- **Exercício:** Usando os teoremas, mostre que $(x + x' \cdot y) = x + y$
- **Exercício:** Simplifique $x \cdot y + x \cdot (y' \cdot z' + z \cdot (y' + z'))$.

Onde estamos e para onde vamos

- Elementos da Álgebra Booleana (axiomas e operadores)

Onde estamos e para onde vamos

- Elementos da Álgebra Booleana (axiomas e operadores)
- Teoremas (de uma ou várias variáveis)

Onde estamos e para onde vamos

- Elementos da Álgebra Booleana (axiomas e operadores)
- Teoremas (de uma ou várias variáveis)
- Tabela Verdade

Onde estamos e para onde vamos

- Elementos da Álgebra Booleana (axiomas e operadores)
- Teoremas (de uma ou várias variáveis)
- Tabela Verdade
- Simplificação de expressões Booleanas

Onde estamos e para onde vamos

- Elementos da Álgebra Booleana (axiomas e operadores)
- Teoremas (de uma ou várias variáveis)
- Tabela Verdade
- Simplificação de expressões Booleanas
- **Próxima aula**: Princípio da Dualidade, funções Booleanas e formas canônicas.

Referências e Sugestões de Leitura e Exercícios

- Tocci, R.J.; Widmer N.S.; Moss, G.L..Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações, Pearson Prentice-Hall, 10° Ed, 2007.
  - Capítulo 3
- Wakerly, J.F..Digital Design, Pearson Prentice-Hall, 4° Ed, 2006.
  - Seção 4.1

Para quebra-cabeças lógicos

- Smullyan, R.. What is the name of this book?, Pearson Prentice-Hall, 1978.