Questão 1 (2,0)

Uma corda, sujeita a tensão de 100 N e fixa em apenas uma das extremidades, oscila na terceira menor frequência em um padrão de onda estacionária. O deslocamento da corda é dado por:

$$y(x,t) = A\cos(kx)\,\mathrm{sen}(\omega t),$$

com $A = 5{,}0$ mm, $k = 2{,}50\pi$ rad/m e $\omega = 200\pi$ rad/s. Quais são:

(1,0): a) a densidade linear de massa e o comprimento da corda;

(0,5): b) a velocidade e a amplitude das duas ondas progressivas que interferem para produzir esta onda estacionária.

(0,5): c) Se a corda oscilar em um padrão de onda estacionária na quinta menor frequência, qual será o período de oscilação?

Ondas estacionárias numa corda

a)

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{200\pi}{2{,}50\pi}\ \mathrm{m/s} = 80\ \mathrm{m/s}$$

$$v = \sqrt{T/\mu} \Rightarrow \mu = T/v^2 = \frac{100\ \mathrm{N}}{80^2\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2} = 1{,}56\times 10^{-2}\ \mathrm{kg/m}$$

b)

$$A_1 = A_2 = \frac{A}{2} = 2{,}50\ \mathrm{mm}$$

c)

$$\nu = (2n+1)\frac{v}{4L}$$

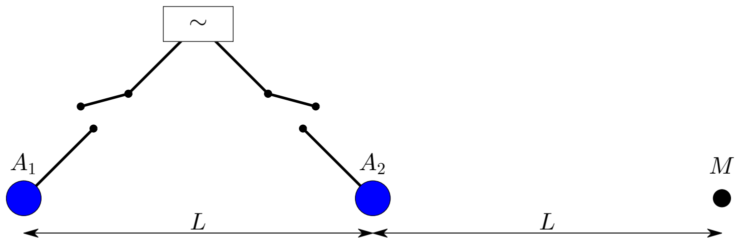
$$\text{com } n = 2\text{:]}\ \nu_3 = 5\frac{v}{4L} = \frac{\omega}{2\pi} = 100\ \mathrm{Hz}$$

$$\nu_5 = 9\frac{v}{4L},\ \text{com } n = 4$$

$$\nu_5 = \frac{9}{5}\nu_3 = 180\ \mathrm{Hz}$$

Questão 2	(2,0)

A figura mostra dois alto-falantes (A_1 e A_2), que emitem som igualmente em todas as direções, posicionados a uma distância $L = 2{,}0$ m um do outro. Na mesma linha que une os dois alto-falantes há um microfone (M) a uma distância $L = 2{,}0$ m do mais próximo. Os alto-falantes podem ser ligados a uma mesma fonte ($\sim$) que gera um sinal de frequência $\nu = 170$ Hz. A potência sonora média irradiada por cada alto-falante é $\bar{P} = 0{,}40\,\pi$ W e a velocidade do som no ar ambiente é $v_s = 340$ m/s.
Dados: $\log_{10}(2) = 0{,}301$, $\log_{10}(3) = 0{,}477$, $\log_{10}(5) = 0{,}699$, $\log_{10}(7) = 0{,}845$



(0,5): a) Qual a intensidade do som detectado pelo microfone quando apenas o alto-falante 1 está ligado?
(1,0): b) Qual a intensidade do som detectado pelo microfone quando ambos os alto-falantes estão ligados?
(0,5): c) Calcule o nível de intensidade sonora, β no caso do item b).

---

a)

$$I = \frac{\bar{P}}{S} = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2}$$
$$r = 2L = 4{,}0 \text{ m} \Rightarrow I_1 = \frac{0{,}1}{16} \text{ W/m}^2 = 6{,}25 \text{ mW/m}^2$$

b) As ondas provenientes de 1 e 2 se encontram em fase no ponto M porque

$$\lambda = \frac{v_s}{\nu} = 2{,}0 \text{ m} = r_1 - r_2$$

A amplitude resultante é, portanto

$$A = A_1 + A_2 = A_1 + 2A_2 = 3A_1$$

porque $A \propto \frac{1}{r}$. Como $I \propto A^2$

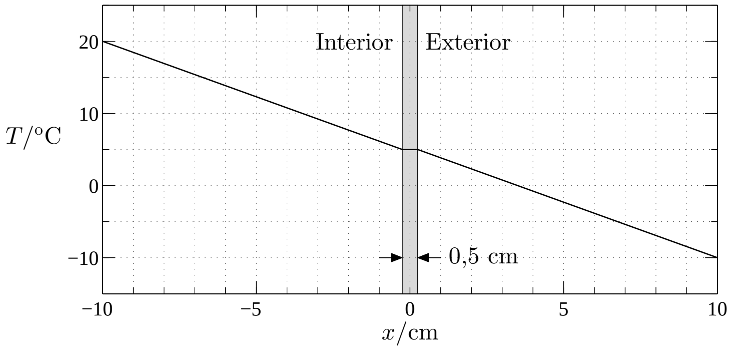
$$I = 9I_1^2 = \frac{0{,}9}{16} \text{ W/m}^2 = 56{,}25 \text{ mW/m}^2$$

c)

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{0{,}9 \times 10^{12}}{16}$$
$$\beta = 10\left[\log_{10}(9) + 11 - \log_{10}(16)\right] = 10\left[2\log_{10}(3) + 11 - 4\log_{10}(2)\right] = 107{,}5 \text{ dB}$$

Questão 3 (2,0)

A representação da temperatura do ar em função da posição em torno de uma janela com uma vidraça, num dia calmo de inverno, é mostrada na figura abaixo. As dimensões da vidraça são: $100\ \mathrm{cm} \times 100\ \mathrm{cm} \times 0{,}5\ \mathrm{cm}$.
Dados: $\kappa_{\mathrm{ar}} = 0{,}025\ \mathrm{W/(m \cdot {}^\circ C)}$ e $\kappa_{\mathrm{vidro}} = 1{,}0\ \mathrm{W/(m \cdot {}^\circ C)}$.



(1,0): a) Calcule a taxa de calor que flui através da janela. Qual o sentido de propagação do calor? (Considere a queda de temperatura através do vidro muito pequena.)

(1,0): b) Faça uma estimativa da diferença de temperatura entre as superfícies externa e interna da vidraça.

---

a) O calor se propaga o interior (mais quente) para o exterior (mais frio).
A taxa de calor através da janela é igual à taxa de calor que flui através do ar (dentro ou fora).

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\kappa_{\mathrm{ar}} A \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$$

$$\text{Pelo gráfico:} \quad \left|\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right| \approx \frac{30\ {}^\circ\mathrm{C}}{20\ \mathrm{cm}} = 150\ {}^\circ\mathrm{C/m}$$

$$A = 100\ \mathrm{cm} \times 100\ \mathrm{cm} = 1{,}00\ \mathrm{m}^2$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}\right| = 3{,}75\ \mathrm{W}$$

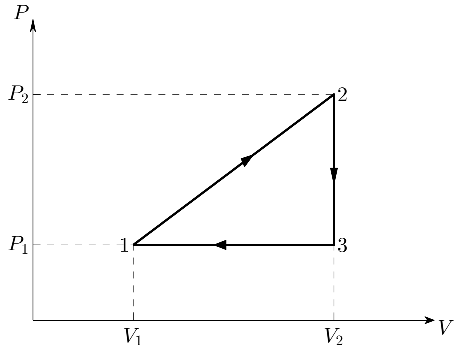
b)

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} \approx \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = -\frac{1}{\kappa_{\mathrm{vidro}} A}\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

$$\Delta T \approx -\frac{\Delta x}{\kappa_{\mathrm{vidro}} A}\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = 0{,}01875\ {}^\circ\mathrm{C} \approx 0{,}02\ {}^\circ\mathrm{C}$$

Questão 4	(2,0)

Uma amostra de nitrogênio (N_2, M=28 g/mol) é submetida ao ciclo 1→2→3→1 esboçado no diagrama PV da figura ao lado. São dados V_1=160 L, P_1=1,0×10^5 Pa, T_1=200 K, V_2/V_1=P_2/P_1=2. Trate o N_2 como um gás ideal com $c_V = \frac{5}{2}R$ e use $R \approx 8$ J/(mol · K).
Dados:
$\ln(2) = 0{,}693$, $\ln(3) = 1{,}10$, $\ln(5) = 1{,}61$, $\ln(7) = 1{,}95$



(0,5): a) Qual é a massa de N_2 na amostra?
(0,5): b) Determine o calor absorvido pelo gás no processo 1→2, $Q_{1\to2}$.
(0,5): c) Calcule o rendimento deste ciclo motor.
(0,5): d) Determine a variação da entropia do gás no processo 1→2, $\Delta S_{1\to2}$.

---

a)

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{P_1V_1}{RT_1} = 10 \text{ mol}$$
$$m = nM = 280 \text{ g}$$

b)

$$\Delta U = Q - W \Rightarrow Q_{1\to2} = U_2 - U_1 + W_{1\to2}$$
$$n = \frac{P_1V_1}{RT_1} = \frac{P_2V_2}{RT_2} \Rightarrow T_2 = 4T_1$$
$$U_2 - U_1 = nc_V\left(T_2 - T_1\right) = \tfrac{15}{2}nRT_1$$
$$W_{1\to2} = \tfrac{1}{2}\left(P_2 + P_1\right)\left(V_2 - V_1\right) = \tfrac{3}{2}P_1V_1 = \tfrac{3}{2}nRT_1$$
$$Q_{1\to2} = 9nRT_1 = 144 \text{ kJ}$$

c) O calor absorvido pelo gás é

$$Q_{1\to2} = 9nRT_1$$

O trabalho total realizado pelo gás é

$$W = W_{1\to2} + W_{2\to3} + W_{3\to1} = \tfrac{1}{2}\left(P_2 - P_1\right)\left(V_2 - V_1\right)$$
$$W = \tfrac{1}{2}P_1V_1 = \tfrac{1}{2}nRT_2$$

$$\eta = \frac{W}{Q_{1\to2}} = \frac{1}{18} \approx 5\%$$

d) Como a entropia é uma função de estado

$$\Delta S_{1\to2} = S_{1\to3} + S_{2\to3}$$
$$\Delta S_{1\to2} = \int_{T_1}^{T_3} \frac{nc_P \mathrm{d}T}{T} + \int_{T_3}^{T_2} \frac{nc_V \mathrm{d}T}{T}$$
$$c_P = c_V + R = \tfrac{7}{2}R \qquad T_3 = \frac{P_2V_3}{nR} = \frac{P_1 2V_1}{nR} = 2T_1$$
$$\Delta S_{1\to2} = \tfrac{7}{2}nR\ln\left(T_3/T_1\right) + \tfrac{5}{2}nR\ln\left(T_2/T_3\right)$$
$$\Delta S_{1\to2} = 6\ln 2nR = 332 \text{ J/K}$$

Questão 5 (2,5)

Uma viajante do espaço decola da Terra e se move com velocidade de $0{,}800\,c$ em direção à estrela Vega, que está a uma distância de 26 anos-luz (ano-luz é a distância que a luz percorre em um ano, no vácuo). Quanto tempo terá decorrido nos relógios da Terra:

(0,5): a) quando a viajante alcançar Vega;

(1,0): b) quando os observadores na Terra receberem um aviso dela através de um sinal de luz, dizendo que ela chegou a Vega.

(0,5): c) Calculado pelos observadores da Terra, com quantos anos a mais a viajante estará quando ela alcançar Vega a partir do momento em que partiu em viagem?

---

a)

$$t_{\text{chegada}} = \frac{d}{V} = \frac{26\,c\,\text{ano}}{0{,}8\,c} = 32{,}5\ \text{ano}$$

b)

$$x = d - c(t - t_{\text{chegada}})$$

$$x = 0 \Rightarrow t_0 = t_{\text{chegada}} + \frac{d}{c}$$

$$t_0 = (32{,}5 + 26)\ \text{ano} = 58{,}5\ \text{ano}$$

c)

$$\Delta t_0' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{32{,}5}{1{,}25}\ \text{ano} = 19{,}5\ \text{ano}$$

Questão 6	(2,0)

Uma partícula denominada *kaon* está em repouso ao decair em duas outras partículas: um neutrino, de massa nula, e um *muon*, de massa de repouso $m_\mu = 100\ \mathrm{MeV}/c^2$ (estes valores são aproximados para facilitar as contas). Sabendo-se que o muon é produzido com energia de $260\ \mathrm{MeV}$, determine:

(0,5): a) os momentos lineares do muon e do neutrino;
(0,5): b) a energia do neutrino;
(0,5): c) a massa de repouso do kaon.
(0,5): d) Considere o referencial em que o muon está em repouso. Qual é o módulo da velocidade do neutrino neste referencial?

---

a) Conservação do momento linear

$$p_\nu + p_\mu = p_\kappa = 0 \Rightarrow p_\nu = -p_\mu = p$$

Mas

$$\begin{aligned} E_\mu^2 &= \left(m_\mu c^2\right)^2 + (pc)^2 \\ pc &= \sqrt{\gamma^2 - 1}\, m_\mu c^2 \\ \text{com} \quad \gamma &= \frac{E_\mu}{m_\mu c^2} = 2{,}60, \quad \sqrt{\gamma^2 - 1} = 2{,}40 \\ p &= 240\ \mathrm{MeV}/c \end{aligned}$$

b) Como o neutrino tem massa nula

$$E_\nu = pc = 240\ \mathrm{MeV}$$

c) Conservação da energia

$$\begin{aligned} E_\kappa = m_\kappa c^2 &= E_\nu + E_\mu = 500\ \mathrm{MeV} \\ m_\kappa &= 500\ \mathrm{MeV}/c^2 \end{aligned}$$

d) Como o neutrino tem massa nula, sua velocidade é c em qualquer referencial.