Física II- 4300112

Informações Gerais

e

Coletânea de Exercícios

Instituto Oceanográfico

Lucy Vitória Credidio Assali

Primeiro Semestre - 2015

Índice

1 Informações gerais

Este texto contém informações importantes sobre a disciplina de Física II (4300112). Nele estão apresentados, entre outros, o programa da disciplina, a bibliografia recomendada, os critérios de avaliação e de aprovação, o calendário das provas, etc.

2 Introdução

A disciplina de Física II (4300112) compreende os tópicos: Ondas, Termodinâmica e Relatividade. A disciplina contará com o apoio de um estagiário, aluno de graduação do IFUSP, que será responsável pelos plantões para resolver dúvidas e eventuais aulas de exercícios, além de ajudar na manutenção da página da disciplina, na internet. Para um melhor aprendizado, sugerimos a leitura de um ou mais dos livros apresentados na bibliografia e a solução dos exercícios propostos durante o semestre. É importante, também, a utilização sistemática dos plantões de dúvidas.

3 Resumo do programa

1. Ondas mecânicas e sonoras: equação de ondas, princípio da superposição, interferência, reflexão, modos vibracionais, efeito Doppler

2. Termodinâmica: leis da termodinâmica, teoria cinética dos gases e noções de mecânica estatística

3. Relatividade especial: transformações de Galileu e Lorentz, dinâmica relativística e efeito Doppler relativístico.

4 Bibliografia

A bibliografia básica do curso engloba vários livros:

1. *Princípios de Física: Oscilações, Ondas e Termodinâmica - Vol. 2*, Serway, Editora Thomson.

2. *Curso de Física Básica*, H. M. Nussenzveig, volume 2 , Editora Blücher Ltda.

3. *Física I*, H. D. Young e R. A. Freedman, vol. 1, 10ª edição, Editora Addison Wesley (Sears e Zemansky);
4. *Curso de Física de Berkeley: Mecânica e Ondas*, volume 2.
5. *Fundamentos de Física*, D. Halliday, R. Resnick, J. Walker
6. *Introdução à Relatividade Especial*, Robert Resnick

A biblioteca do Instituto de Física dispõe de vários exemplares desses livros, bem como de outros textos que poderão ser usados como bibliografia complementar.

5 Critério de avaliação

A avaliação dos alunos será efetuada através de **Provas Gerais (PG)** e de **Avaliações Quinzenais (A)**.

1. **Provas Gerais**:

   Serão realizadas três Provas Gerais, $\mathbf{PG}_1$, $\mathbf{PG}_2$ e $\mathbf{PG}_3$, mais uma Prova Substitutiva, $\mathbf{P}_\mathrm{S}$.

   A $\mathbf{P}_\mathrm{S}$ é uma prova única, no final do semestre, versando sobre toda a matéria e só poderá fazê-la o(a) aluno(a) que não comparecer em pelo menos uma das provas gerais.

2. **Avaliações Quinzenais**:

   Serão realizadas de cinco a seis Avaliações Quinzenais, que poderão ser provas de exercícios (provinhas) e/ou exercícios resolvidos para entrega e a nota correspondente, $\mathbf{M}_\mathrm{A}$, resulta da média aritmética destas atividades.

OBS1.: Nos dias das PROVAS e avaliações os alunos devem apresentar um documento de identidade com foto.

6 Critério de aprovação

A Nota Final, $\mathbf{M}_\mathrm{F}$, será calculada em função da média aritmética das três provas gerais ($\mathbf{M}_\mathrm{PG}$) e da Nota das Avaliações Quinzenais ($\mathbf{M}_\mathrm{A}$), da seguinte forma:

$$\mathbf{M_F = 0,80\,(M_{PG}) + 0,20\,M_A}$$

de modo que

$\mathbf{M_F} \geq 5$	**<u>aprovação</u>**
$3 \leq \mathbf{M_F} < 5$	**<u>recuperação</u>**
$\mathbf{M_F} < 3$	**<u>reprovação</u>**

O(A) aluno(a) que alcançar frequência mínima às aulas de 70% e média final entre 3,0 (três) e 5,0 (cinco), poderá realizar uma prova de recuperação ($\mathbf{P_{Rec}}$), a qual compreende toda a matéria do semestre e será realizada no mês de julho. Neste caso, a nota final $\mathbf{N_F}$ será calculada da seguinte forma:

$$\mathbf{N_F = (M_F + P_{Rec})/2}$$

de modo que

$\mathbf{N_F} \geq 5$	**<u>aprovação</u>**
$\mathbf{N_F} < 5$	**<u>reprovação</u>**

7 Calendário dos feriados escolares

- 30 de março a 4 de abril: Semana Santa. Não haverá aula.
- 20 de abril: Recesso Escolar. Não haverá aula.
- 21 de abril: Tiradentes. Não haverá aula.
- 1º de maio: Dia do Trabalho. Não haverá aula.
- 4 de junho: Corpus Christi. Não haverá aula.
- 5 de junho: Recesso Escolar. Não haverá aula.

8 Calendário das viagens didáticas

- 07 a 10 de abril: Ubatuba. Não haverá aula.
- 11 a 15 de maio: Santos. Não haverá aula.

9 Calendário das provas gerais

- **1ª Prova Geral (PG_1):** **24 de abril** (sexta-feira)
- **2ª Prova Geral (PG_2):** **29 de maio** (sexta-feira)
- **3ª Prova Geral (PG_3):** **26 de junho** (sexta-feira)
- **Prova Substitutiva (P_S):** **03 de julho** (sexta-feira)
- **Prova de Recuperação (P_{Rec}):** **10 de julho** (sexta-feira)

10 Calendário das provinhas

1ª provinha: 20 de março (sexta-feira)
2ª provinha: 08 de maio (sexta-feira)
3ª provinha: 19 de junho (sexta-feira)

11 Equipe

Lucy Vitória Credidio Assali

Professora associada do Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área de propriedades físicas de materiais e nano-materiais semicondutores através de simulações computacionais que utilizam métodos empíricos e de primeiros princípios.

Escritório: Edifício Alessandro Volta, Bloco C, sala 210, do IFUSP.

Fone: 3091-7041 **e-mail lassali@if.usp.br**

Marcos Henrique Lima de Medeiros

Aluno de iniciação científica no Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área teórica de propagação de pacotes de onda em sistemas com interação spin-órbita.

Escritório: Edifício Alessandro Volta, Bloco C, sala 101, do IFUSP.

Fone: 3091-6981 **e-mail: marcos.henrique.medeiros@usp.br**

12 Página da disciplina na internet

A disciplina contará com uma página na internet, onde diversas informações, além das contidas neste livreto, estarão anunciadas, tais como alterações de datas de provas, notas, gabaritos, etc. Deste modo, é importante consultá-la periodicamente. Para acessá-la entre na página do STOA
http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=210

ATENÇÃO: Para ter acesso à página da disciplina é necessário acessar o site http://disciplinas.stoa.usp.br/ e fazer o login para que os e-mails e avisos referentes à disciplina possam ser recebidos.

13 Plantões de dúvidas

Os plantões para resolver dúvidas serão nas sextas-feiras das 13:00h às 14:00h na sala 101 do Edifício Alessandro Volta, Bloco C, do IFUSP.

14 Coletânea de exercícios

14.1 Ondas

1. A função de onda de uma onda harmônica numa corda, no SI, é dada por

$$y(x,t) = 0,001\,\text{sen}\,[62,8x + 314t]$$

   (a) Em que sentido a onda avança e qual a sua velocidade?

   (b) Calcular o comprimento de onda, a frequência e o período da onda;

   (c) Qual a aceleração máxima de um ponto da corda?

   R: (a) A onda avança no sentido negativo do eixo x com velocidade $v = 5$ m/s; (b) $\lambda = 10$ cm, $\tau = 0,02$ s e $\nu = 50$ Hz; (c) $a_{\text{máx}} = 98,6$ m/s^2.

2. Mostrar explicitamente que as seguintes funções são soluções da equação de onda:

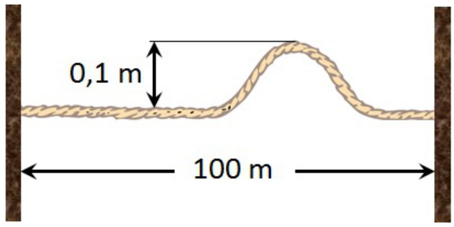
(a) $y(x,t) = k(x+vt)$;

(b) $y(x,t) = A\,\mathrm{e}^{ik(x-vt)}$ **(**A **é uma constante);**

(c) $y(x,t) = \ln[k(x-vt)]$.

3. A figura abaixo mostra um pulso em uma corda com as extremidades fixas, de comprimento 100 m. O pulso está se deslocando com velocidade de 40 m/s e é descrito, no SI, pela função

$$y(x,t) = 0,1\,\mathrm{e}^{-4(x-vt)^2},$$



(a) Qual o valor de x**, para o qual a velocidade transversal da corda é máxima, em** $t=0$**?**

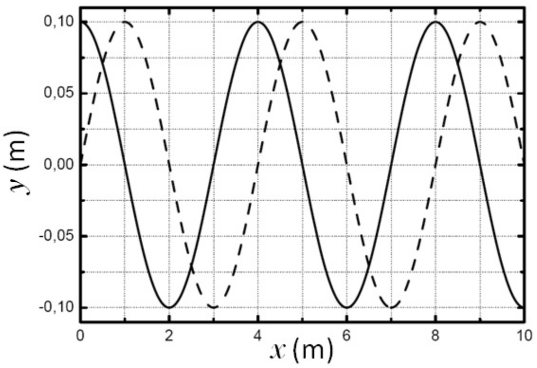
(b) Qual a função que representa o pulso refletido, em um instante t**, logo após sua primeira reflexão?**

(c) Se a massa da corda é 2 kg, qual a tensão T **nesta?**

(d) Escreva uma equação para $y(x,t)$ **que descreva numericamente uma onda senoidal, se deslocando na direção negativa de** x**, com** $\lambda = 5$ **m e mesma amplitude da onda anterior, em uma corda muito longa, feita do mesmo material, com a mesma tensão acima, e tal que** $y(0,0)=0$**.**

R: (a) $x = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ **m; (b)** $y(x,t) = -0,1\mathrm{e}^{-4(x+vt)^2}$ **m; (c)** $T = 32$ **N;**
(d) $y(x,t) = 0,1\,\mathrm{sen}\left[\frac{2\pi}{5}x + 16\pi t\right]$ **m.**

4. A figura abaixo mostra duas fotografias tiradas em instantes de tempo diferentes de uma corda na qual se propaga, no sentido positivo do eixo x**, uma onda harmônica transversal** $y(x,t)$**. A primeira fotografia (linha cheia) foi tirada no instante de tempo** $t=0$ **e a segunda fotografia (linha tracejada) no instante de tempo** $t = 0,50$ **s.**



(a) **Determine a velocidade v de propagação da onda na corda;**

(b) **Determine a amplitude, o número de onda, a frequência angular e a constante de fase, escrevendo a equação do perfil de onda $y(x,t)$;**

(c) **Determine a velocidade transversal máxima ($v_{y,máx}$), de um ponto da corda.**

R: (a) $v = 2$ **m/s; (b)** $A = 0,1$ **m,** $k = 0,5\pi$ $\mathbf{m^{-1}}$**,** $\omega = \pi$ $\mathbf{s^{-1}}$**,** $\delta = 0$,

$$y(x,t) = 0,1\cos\left[\frac{\pi}{2}x - \pi t\right] \text{ m; (c) } v_{y,máx} = 0,1\pi \text{ m/s.}$$

5. **O perfil de uma onda transversal progressiva, em uma corda muito longa, é dado por:**

$$y(x,t) = 2,0\times10^{-2}\cos\left[2\pi\left(0,5x+10t\right)\right] \quad \text{(no SI)}.$$

Determine:

(a) **A amplitude de vibração desta corda;**

(b) **O comprimento de onda e a frequência (em Hz);**

(c) **O sentido e a velocidade de propagação da onda;**

(d) **A distância, ao longo da corda, entre dois pontos cuja diferença de fase é $\pi/6$.**

R: (a) $A = 2,0\times10^{-2}$ **m; (b)** $\lambda = 2$ **m e** $\nu = 10$ **Hz; (c)** $v = 20$ **m/s no sentido negativo do eixo x; (d)** $x_2 - x_1 = \frac{1}{6} = 0,17$ **m.**

6. **Determine a amplitude da onda resultante da combinação de duas ondas senoidais que se propagam no mesmo sentido, possuem mesma frequência, têm amplitudes de 3,0 cm e 4,0 cm, e a onda de maior amplitude está com a fase adiantada de $\frac{\pi}{2}$ rad.**

R: $y(x,t) = 5,0\,\mathrm{sen}\,(kx - \omega t + 0,93)$ **cm.**

7. **Uma onda estacionária resulta da soma de duas ondas transversais progressivas dadas, no SI, por:**

$$\begin{cases} y_1(x,t) = 0,05\cos(\pi x - 4\pi t) \\ y_2(x,t) = 0,05\cos(\pi x + 4\pi t) \end{cases}$$

   (a) **Qual é o menor valor positivo de** x **que corresponde a um nodo?**

   (b) **Em quais instantes, no intervalo de tempo** $0 \leq t \leq 0,5$ **s, a partícula em** $x = 0$ **terá velocidade nula?**

   R: (a) $x = 0,5$ **m; (b)** $t = 0$ **s,** $t = 0,25$ **s e** $t = 0,5$ **s.**

8. **Uma corda que está presa em suas extremidades em** $x = 0$ **e** $x = L$**, submetida a uma tensão de 96 N, oscila no terceiro harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento transversal da corda é dado, no SI, por:**

$$y(x,t) = 5\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right)\,\mathrm{sen}\,(6\pi t)\ .$$

   (a) **Qual é o comprimento** L **da corda?**

   (b) **Qual é a massa da corda?**

   (c) **Calcule a velocidade transversal máxima de um ponto situado sobre um ventre da onda;**

   (d) **Se a corda oscilar no quinto harmônico, qual será o período de oscilação?**

   R: (a) $L = 6\,\mathrm{m}$**; (b)** $m = 4,0\,\mathrm{kg}$**; (c)** $v_{y,máx} = 30\pi$ **m/s; (d)** $\tau_5 = 0,2\,\mathrm{s}$**.**

9. **Uma corda oscila de acordo com a equação**

$$y(x,t) = 12\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right)\cos(40\pi t)\ ,$$

   onde as unidades utilizadas são o centímetro e o segundo.

   (a) **Quais são a amplitude e a velocidade escalar das ondas cuja superposição dá essa oscilação?**

   (b) **Qual é a distância** D **entre os nodos?**

(c) **Qual é a velocidade de uma partícula da corda na posição $x = 1,5$ cm quando $t = \frac{9}{8}$ s?**

R: (a) $A = 6\,$**cm e** $v = 120\,$**cm/s; (b)** $D = 3$ **cm; (c)** $\dfrac{\partial y}{\partial t} = 0$.

10. **Uma corda uniforme, de 20 m de comprimento e massa de 2 kg, está esticada sob uma tensão de 10 N. Faz-se oscilar transversalmente uma extremidade da corda, com amplitude de 3 cm e frequência de 5 oscilações por segundo. O deslocamento inicial da extremidade é de 1, 5 cm para cima.**

    (a) **Ache a velocidade de propagação** v **e o comprimento de onda** λ **da onda progressiva gerada na corda;**

    (b) **Escreva, como função do tempo, o deslocamento transversal** y **de um ponto da corda situado à distância** x **da extremidade que se faz oscilar, após ser atingido pela onda e antes que ela chegue à outra extremidade;**

    (c) **Calcule a intensidade** I **da onda progressiva gerada.**

    R: (a) $v = 10\,$**m/s e** $\lambda = 2,0\,$**m; (b)** $y(x,t) = 0,03\cos\left(\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$;
    (c) $I = \frac{9\pi^2}{200}$ **W.**

11. **A corda de um violino tem uma densidade linear de massa de 0,5 g/m e está sujeita a uma tensão de 80 N, afinada para uma frequência** $\nu = 660$ **Hz no primeiro harmônico.**

    (a) **Qual a velocidade de propagação de onda nessa corda?**

    (b) **Qual o comprimento da corda?**

    (c) **Para tocar a nota "lá", cuja frequência é 880 Hz, prende-se a corda com um dedo, de forma a utilizar apenas uma fração** f **de seu comprimento. Qual o valor de** f**?**

    R: (a) $v = 400$ **m/s; (b)** $L = \frac{10}{33}$ **m; (c)** $f = \frac{3}{4}$ **.**

12. **Uma corda sob tensão** T_i **oscila no terceiro harmônico com uma frequência** ν_3**, e as ondas na corda tem comprimento de onda** λ_3**. Se aumentarmos a tensão da corda para** $T_f = 4T_i$**, de forma que a corda continue a oscilar no terceiro harmônico, qual será:**

    (a) **A frequência de oscilação em termos de** ν_3**?**

(b) O comprimento da onda em termos de λ_3?

R: (a) $\nu = 2\,\nu_3$; (b) $\lambda = \lambda_3$.

13. Uma corda de 120 cm de comprimento é esticada entre suportes fixos. Quais são os três comprimentos de onda mais longos, para ondas estacionárias, nesta corda? Esboce as ondas estacionárias correspondentes. O que muda, em relação aos três comprimentos de onda mais longos, se esta mesma corda estiver fixa em apenas um suporte, de forma que a outra extremidade seja presa em um anel, sem peso, que pode deslizar sem atrito ao longo de uma haste?

    R: Fixa nas extremidades: $\lambda_1 = 2,40$ m, $\lambda_2 = 1,20$ m, $\lambda_3 = 0,80$ m.

    R: Fixa em uma única: $\lambda_1 = 4,80$ m, $\lambda_2 = 1,60$ m, $\lambda_3 = 0,96$ m.

14. Uma corda, submetida a uma tensão de 200 N e presa em ambas as extremidades, oscila no segundo harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento da corda é dado, no SI, por:

$$y(x,t) = \frac{1}{10}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right)\mathrm{sen}\,(12\pi t)\ ,$$

    onde $x = 0$ numa das extremidades da corda.

    (a) Qual é o comprimento da corda?

    (b) Qual é a velocidade escalar das ondas na corda?

    (c) Qual é a massa da corda?

    R: (a) $L = 4$ m; (b) $v = 24$ m/s; (c) $m = \dfrac{25}{18} \approx 1,39$ kg.

14.2 Som

1. Um alto-falante de um aparelho de som emite 1 W de potência sonora na frequência $\nu = 100$ Hz. Admitindo que o som se distribui uniformemente em todas as direções, determine, num ponto situado a 2 m de distância do alto-falante:

    (a) O nível sonoro (β) em db;

    (b) A amplitude da onda de pressão;

(c) **A amplitude da onda de deslocamento (utilize** $\rho_{\text{Ar}} = 1,3$ **kg/m**^{3} **e** $v_{\text{som}} = 340$ **m/s);**

(d) **A que distância do alto-falante o nível sonoro estaria 10 db abaixo do calculado em (a).**

R.: **(a)** $\beta = 103$ db; **(b)** $\mathbb{P} = 4,2$ N/m^2; **(c)** $\mathbb{U} = 0,015$ mm; **(d)** $r = 6,3$ m

2. **Uma experiência de demonstração divertida consiste em mudar a tonalidade da voz enchendo a boca de gás hélio (He): uma voz grave transforma-se em aguda (cuidado: não procure fazer isso por sua conta! Inalar hélio é perigoso, podendo levar a sufocação). Para explicar o efeito, admita que os componentes de onda associados a voz são determinados pelas dimensões das cordas vocais, laringe e boca, estas funcionando como cavidades ressonantes, de modo que a variação de tonalidade seria devida unicamente à variação da velocidade do som (embora isto não seja bem correto).**

   (a) **Calcule a velocidade do som no gás He a** $T = 20$ °**C, sabendo que a constante universal dos gases** R **vale 8,314 J/**(mol K) **e que o He é um gás monoatômico de massa atômica** $m = 4$ g/mol **e** $\gamma = 1,66$;

   (b) **Explique o efeito, calculando a razão entre as frequências do som no He e no ar, para o mesmo comprimento de onda (adote** $v_{\text{Ar}} = 340$ m/s**);**

   R.: **(a)** $v = 1006$ m/s; **(b)** $\dfrac{\nu_{\text{He}}}{\nu_{\text{Ar}}} = 2,96$

3. **Que comprimento deve ter um tubo de orgão, aberto numa extremidade e fechado na outra, para produzir, como tom fundamental, a nota dó da escala musical média,** $\nu = 262$ Hz **a** 15 °**C quando a velocidade do som no ar é de 341 m/s? Qual é a variação de frequência** $\Delta\nu$ **quando a temperatura sobe para** 25 °**C? Dados:** $m_{\text{Ar}} = 28,9\,\text{g/mol}$, $\gamma_{\text{Ar}} = 1,4$ **e** $R = 8,314\text{J/(mol K)}$.

   R.: $L = 32,5$ cm **e** $\Delta\nu = 4,8$ Hz

4. **O tubo de Kundt, que costumava ser empregado para medir a velocidade do som em gases, é um tubo de vidro que contém o**

gás, fechado numa extremidade por uma tampa M que se faz vibrar com uma frequência ν conhecida (por exemplo, acoplando-a a um alto-falante) na outra por um pistão que se faz deslizar, variando o comprimento do tubo. O tubo contém um pó fino (serragem, por exemplo). Ajusta-se o comprimento do tubo com o auxílio do pistão até que ele entre em ressonância com a frequência ν, o que se nota pelo reforço da intensidade sonora emitida. Observa-se então que o pó fica acumulado em montículos igualmente espaçados, de espacamento $\Delta\ell$, que se pode medir.

(a) **A que correspondem as posições dos topos dos montículos?**

(b) **Qual e a relação entre $\Delta\ell$, ν e a velocidade do som no gás?**

(c) **Com o tubo cheio de CO_2 a 20°C e $\nu = 880$ Hz, o espaçamento médio medido é de 15,2 cm. Qual é a velocidade do som no CO_2 a 20°C?**

R.: (c) $v \approx 267,5$ **m/s.**

5. **Um trem se desloca com velocidade igual a 25 m/s e o ar está calmo. A frequência da nota do apito do trem é igual a 400 Hz, emitida no centro do mesmo.Considere a velocidade do som no referencial de repouso da atmosfera como sendo 340 m/s. Qual é o comprimento de onda das ondas sonoras:**

   (a) **Na parte dianteira do trem?**

   (b) **Na parte traseira do trem?**

   Qual é a frequência do som que um ouvinte, parado em uma estação de trem, escuta quando ele:

   (c) **Vê o trem se aproximando?**

   (d) **Vê o trem se afastando?**

   R.: (a) $\lambda = 0,79$ m; **(b)** $\lambda = 0,91$ m; **(c)** $\nu = 431,7$ Hz;
   (d) $\nu = 372,6$ Hz.

6. **Um trem se desloca com velocidade igual a 30 m/s e o ar está calmo. A frequência da nota do apito do trem é igual a 262 Hz. Considere a velocidade do som no referencial de repouso da atmosfera como sendo 340 m/s. Qual é a frequência ouvida**

por um passageiro, no interior de um trem que se move em sentido contrário ao do primeiro trem, a 18 m/s, supondo que:

(a) **Os trens se aproximam?**

(b) **Os trens se afastam?**

R.: (a) $\nu \approx 303$ Hz ; (b) $\nu \approx 228$ Hz.

7. **Um trem-bala move-se com velocidade de 60 m/s para leste. O apito do trem emite um som com frequência 400 Hz. Considere a velocidade do som no referencial de repouso da atmosfera como sendo 340 m/s.**

   (a) **Determine a frequência do som do apito que uma pessoa na estação ouve ao observar o trem partir;**

   (b) **Considere, agora, a presença de vento soprando para oeste com velocidade de 10 m/s. Determine a frequência que a pessoa na estação irá detectar;**

   (c) **Considere, agora, que o trem move-se em uma trajetória circular. Qual a frequência do som percebida por alguém no centro da circunferência descrita pelo trem?**

   R.: (a) $\nu_S = 340$ **Hz**; (b) $\nu_P = 341$ **Hz**; (c) $\nu_C = 400$ **Hz.**

8. **Dois diapasões idênticos podem oscilar a 440 Hz. Um indivíduo está localizado em algum lugar na linha entre os dois diapasões. Considerando que a velocidade do som, no referencial de repouso da atmosfera, é 330 m/s, calcule a frequência de batimentos captada por esse indivíduo se:**

   (a) **Ele permanece parado e os diapasões se movem para a direita com velocidade de 30 m/s;**

   (b) **Os diapasões estiverem parados e o indivíduo se movendo para a direita com velocidade de 30 m/s.**

   R.: (a) **80,7 Hz**; (b) **80,0 Hz.**

9. **Dois trens viajam em sentidos opostos, sobre trilhos paralelos, com velocidades de mesma magnitude. Um deles vem apitando. A frequência do apito percebida por um passageiro do outro trem varia entre os valores de 348 Hz, quando estão se**

aproximando, e 259 Hz, quando estão se afastando. A velocidade do som no ar é de 340 m/s.

(a) Qual é a magnitude da velocidade dos trens (em km/h)?

(b) Qual é a frequência do apito?

R.: (a) $v \approx 90,7$ **km/h; (b)** $\nu \approx 300$ **Hz.**

14.3 Temperatura e Calor

1. **(Moysés) Uma barra retilínea é formada por uma parte de latão soldada em outra de aço. A 20°C, o comprimento total da barra é de 30 cm, dos quais 20 cm de latão e 10 cm de aço. Os coeficientes de dilatação linear são** $1,9 \times 10^{-5}\,(°\mathrm{C})^{-1}$ **para o latão e** $1,1 \times 10^{-5}\,(°\mathrm{C})^{-1}$ **para o aço. Qual é o coeficiente de dilatação linear da barra?**

   R.: $\alpha = 1,63 \times 10^{-5}\,(°\mathrm{C})^{-1}$

2. **(Moysés) Num relógio de pêndulo, o pêndulo é uma barra metálica, projetada para que seu período de oscilação seja igual a 1 s. Verifica-se que, no inverno, quando a temperatura média é de** $10\,°$**C, o relógio adianta, em média, 55 s por semana. No verão, quando a temperatura média é de** $30\,°$**C, o relógio atrasa, em média, 1 minuto por semana. Encontre:**

   (a) O coeficiente de dilatação linear do metal do pêndulo;

   (b) A temperatura que o relógio funcionaria com precisão.

   R.: (a) $\alpha = 9,5 \times 10^{-6}\,(°\mathrm{C})^{-1}$**; (b)** $T = 19,6\,°$**C**

   Resolução:

   O pêndulo em questão é um pêndulo físico. Portanto, se o comprimento da barra é ℓ**, seu centro de massa está em** $\ell/2$ **e o período do pêndulo, como projetado (temperatura** T_0**), pode ser calculado através de:**

$$\tau_0 = 2\,\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}} = 2\,\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}}\,, \quad \textbf{onde} \quad L_0 = L_{equivalente} = \frac{2\ell}{3}$$

$$\Longrightarrow \quad 1 = (2\,\pi)^2 \left[\frac{L_0}{10}\right] \quad \Longrightarrow \quad L_0 = 0,253303\,\mathrm{m}$$

Inverno: Sabendo que o relógio, em uma semana, adianta 55 s, vamos calcular a variação do período $\Delta\tau_{0i}$ utilizando regra de três:

$$\left\{ \begin{array}{l} 55\,\mathrm{s} \Longrightarrow (7)(24)(60)(60)\,\mathrm{s} \\ \Delta\tau_{0i} \Longrightarrow 1\,\mathrm{s} \end{array} \right\} \Longrightarrow \begin{array}{r} \Delta\tau_{0i} = 9,09 \times 10^{-5}\,\mathrm{s} \\ \tau_i = 0,9999091\,\mathrm{s} \end{array}$$

Assim, sabendo o período de oscilação do pêndulo no inverno, podemos calcular o comprimento da barra

$$0,9999091 = (2\,\pi)^2 \left[\frac{L_i}{10}\right] \quad \Longrightarrow \quad L_i = 0,253280\,\mathrm{m}$$

e, com isso, temos que no inverno (temperatura $T = 10\,^\circ\mathrm{C}$), a variação de comprimento da barra é $\Delta L_i = L_i - L_0 = -2,3 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$, levando à

$$\Delta L_i = \alpha L_0 (10 - T_0) = -2,3 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$$

Verão: Sabendo que o relógio, em uma semana, atrasa 1 minuto, vamos calcular a variação do período $\Delta\tau_{0v}$ utilizando regra de três:

$$\left\{ \begin{array}{l} 60\,\mathrm{s} \Longrightarrow (7)(24)(60)(60)\,\mathrm{s} \\ \Delta\tau_{0v} \Longrightarrow 1\,\mathrm{s} \end{array} \right\} \Longrightarrow \begin{array}{r} \Delta\tau_{0v} = 9,92 \times 10^{-5}\,\mathrm{s} \\ \tau_v = 1,0000992\,\mathrm{s} \end{array}$$

Assim, sabendo o período de oscilação do pêndulo no verão, podemos calcular o comprimento da barra

$$1,0000992 = (2\,\pi)^2 \left[\frac{L_v}{10}\right] \quad \Longrightarrow \quad L_v = 0,253328\,\mathrm{m}$$

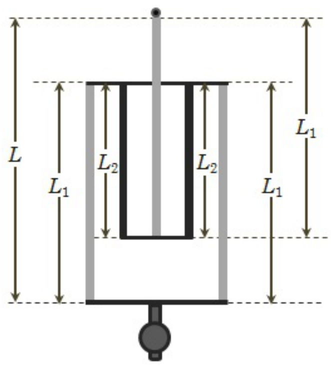
e, com isso, temos que no verão (temperatura $T = 30\,^\circ\mathrm{C}$), a variação de comprimento da barra é $\Delta L_v = L_v - L_0 = 2,5 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$, levando à

$$\Delta L_v = \alpha L_0(30 - T_0) = 2,5 \times 10^{-5}\,\mathrm{m}$$

Juntando as equações para ΔL_i e ΔL_v, temos o sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta L_i = -2,3 \times 10^{-5} = \alpha L_0(10 - T_0) \\ \Delta L_v = 2,5 \times 10^{-5} = \alpha L_0(30 - T_0) \end{array} \right\} \Longrightarrow \begin{array}{l} T_0 = 19,6\,°\mathrm{C} \\ \alpha = 9,5 \times 10^{-6}\,(°\mathrm{C})^{-1} \end{array}$$

3. **(Moysés) A figura abaixo mostra um esquema possível de construção de um pêndulo cujo conprimento L não seja afetado pela dilatação térmica. As três barras cinzas verticais, cada uma com comprimento L_1, são feitas de aço, cujo coeficiente de dilatação térmica linear é $1,1 \times 10^{-5}$ $(°\mathrm{C})^{-1}$. As duas barras pretas verticais, de comprimento L_2, são feitas de alumínio, cujo coeficiente de dilatação térmica linear é $2,3 \times 10^{-5}$ $(°\mathrm{C}^{-1})$. Determine L_1 e L_2 de modo a manter $L = 0,5$ m.**



R.: $L_1 = 47,9$ **cm e** $L_2 = 45,8$ **cm**

4. **(Moysés) Um tubo cilíndrico delgado de seção uniforme, feito de um material de coeficiente de dilatação linear α, contém um líquido de coeficiente de dilatação volumétrica β. À temperatura T_0, a altura da coluna líquida é h_0.**

   (a) **Qual é a variação Δh da altura da coluna quando a temperatura sobe de $1\,°\mathrm{C}$?**

   (b) **Se o tubo é de vidro ($\alpha = 9 \times 10^{-6}\,(°\mathrm{C})^{-1}$) e o líquido é mercúrio ($\beta = 1,8 \times 10^{-4}\,(°\mathrm{C})^{-1}$), mostre que este sistema não constitui um bom termômetro, do ponto de vista prático, calculando Δh para $h_0 = 10$ cm.**

R.: (a) $\Delta h = h_0(\beta - 2\alpha)$ e (b) $\Delta h = 0,016$ mm.

5. **(Moysés) Uma chaleira de alumínio, contendo água em ebulição a 100°C, está sobre uma chama. O raio do fundo da chaleira é de 7,5 cm e sua espessura é de 2 mm. A condutividade térmica do alumínio é 0,49 cal/(s cm °C). A chaleira vaporiza 1 litro de água em 5 minutos. O calor de vaporização da água, a 100°C, é de 540 cal/g. A que temperatura está o fundo da chaleira? Despreze as perdas pelas superfícies laterais.**

   R.: $T = 104,2\,°$C

6. **(Moysés) Num país frio, a temperatura sobre a superfície de um lago caiu a -10°C e começa a formar-se uma camada de gelo sobre o lago. A água sob o gelo permanece a 0°C: o gelo flutua sobre ela e a camada de espessura crescente em formação serve como isolante térmico, levando ao crescimento gradual de novas camadas de cima para baixo.**

   (a) **Exprima a espessura ℓ da camada de gelo formada, decorrido um tempo t do início do processo de congelamento, como função da condutividade térmica k do gelo, da sua densidade ρ_{gelo} e calor latente de fusão L_f, bem como da diferença de temperatura ΔT entre a água e a atmosfera acima do lago. Sugestão: Considere a agregação de uma camada de espessura dx à camada já existente, de espessura x, e integre em relação a x.**

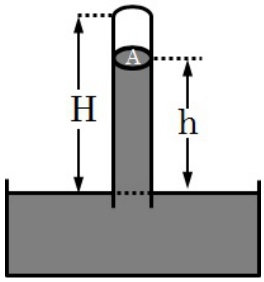
   (b) **No exemplo acima, calcule a espessura da camada de gelo 1 h após iniciar-se o congelamento, sabendo que $k = 4 \times 10^{-3}$ cal/(s cm °C), $\rho_{\text{gelo}} = 0,92$ g/cm^3 e $L_f = 80$ cal/g.**

   R.: (a) $\ell = \sqrt{\dfrac{2k(\Delta T)t}{\rho_{\text{gelo}} L_f}}$ e (b) $\ell = 1,98$ cm

14.4 Gases Ideais e Segunda Lei da Termodinânica

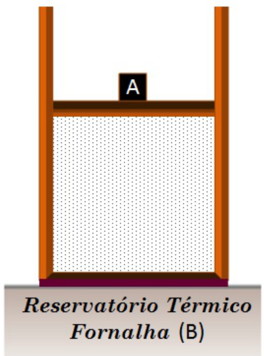
1. **O tubo de vidro de um barômetro de mercúrio tem secção reta de área $\mathrm{A} = 1\,\mathrm{cm}^2$ e altura $\mathrm{H} = 90$ cm acima da superfície livre do reservatório de mercúrio. A altura da coluna barométrica é**

de h = 735 **mm, num dia em que a temperatura ambiente é de 20**$^\circ$C **e a pressão atmosférica é de 750 mm/Hg. Sabendo que** $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \times 10^3\,\text{kg/m}^3$**, calcule a quantidade de ar (em moles) aprisionada no espaço acima da coluna de mercúrio. (Moysés)**



R.: $n = 1,3 \times 10^{-5}$ **moles**

2. **Uma caldeira de uma máquina (figura abaixo), com paredes adiabáticas, contém uma certa quantidade de gás aprisionada entre um êmbolo adiabático, sem atrito e massa desprezível, sustentando um bloco de chumbo (A) na parte superior, e um fundo diatérmico em contato com uma fornalha (B). A fornalha comporta-se como um reservatório térmico e é, inicialmente, mantida a uma temperatura constante. Explique a relação**



entre temperatura (T)**, pressão** (P)**, volume** (V) **e energia interna** (U) **iniciais e finais nas seguintes circunstâncias:**

(a) **O bloco é trocado por um mais pesado;**

(b) **Retira-se o bloco;**

(c) **Aumenta-se a temperatura da fornalha;**

(d) **Diminui-se a temperatura da fornalha.**

3. **Um mol de um gás ideal ($C_V = \frac{3}{2}R$) se expande lentamente até ocupar um volume igual ao dobro do volume inicial, realizando um trabalho igual a 300 J neste processo. Calcule o calor fornecido ao gás e a variação da energia interna do gás, sabendo que o processo é:**
   (a) Isotérmico; (b) Adiabático; (c) Isobárico.

   R.: (a) $\Delta U = 0$ **e** $Q = 300$ **J; (b)** $\Delta U = -300$ **J e** $Q = 0$**;**
   (c) $\Delta U = 450$ **J e** $Q = 750$ **J.**

4. **Dois recipientes fechados estão ligados um ao outro por um tubo capilar de volume desprezível. Os recipientes, de mesma capacidade de 1** ℓ**, contêm gás oxigênio (massa molecular 32 g), inicialmente à temperatura de** $25°\text{C}$ **e pressão de 1 atm. (adaptado do Moysés)**
   (a) Calcule a massa, em gramas, de O_2 **contida nos recipientes;**
   (b) Determine o novo valor da pressão na situação em que o gás de um dos recipientes é aquecido até a temperatura de $100°\text{C}$**, enquanto a temperatura do gás do outro recipiente permanece inalterada;**
   (c) Considerando a situação descrita em (b) e desprezando a condução de calor através do capilar, determine quantas gramas de O_2 **passam de um lado para o outro.**

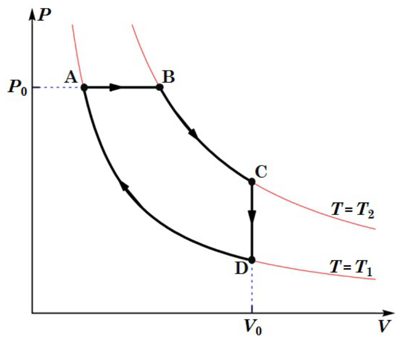
   R.: (a) $m = 2,62$ **g; (b)** $P = 1,1$ **atm; (c)** $\Delta m = 0,15$ **g.**

5. **(Moysés) Um mol de um gás ideal, com** $\gamma = 7/5$**, está contido num recipiente, inicialmente a 1 atm e** $27°\text{C}$**. A partir deste estado inicial, o gás é, sucessivamente: (i) comprimido isobaricamente até** $3/4$ **do volume inicial** V_0**; (ii) aquecido, a volume constante, até voltar à temperatura inicial; (iii) expandido a pressão constante até voltar ao volume inicial; (iv) resfriado, a volume constante, até voltar à pressão normal (inicial). Pede-se:**
   (a) Desenhe o diagrama P**-**V **associado ao ciclo;**
   (b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás;
   (c) Calcule o calor total fornecido ao gás nas etapas (i) e (ii);
   (d) Calcule as temperaturas máxima e mínima atingidas;

(e) Calcule a variação da energia interna no processo (i) + (ii).

R.: (b) $W = 208$ **J**; (c) $Q = 624$ **J**; (d) $T_{\text{máx}} = 400$ **K** e $T_{\text{mín}} = 225$ **K**; (e) $\Delta U = 0$.

6. (Moysés) Um mol de um gás ideal descreve o ciclo ABCDA, no plano (P, V), representado na figura abaixo, onde $T = T_1$ e $T = T_2$ são isotermas. Calcule o trabalho total associado ao ciclo, em função de P_0, V_0, T_1 e T_2.

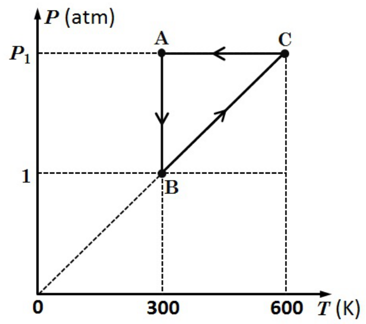


R.: $W = R(T_2 - T_1) + RT_2 \ln\left(\dfrac{P_0V_0}{RT_2}\right) - RT_1 \ln\left(\dfrac{RT_1}{P_0V_0}\right)$.

7. Gás nitrogênio (N_2), contido no interior de um recipiente que pode se expandir, é resfriado de $50°\text{C}$ até $10°\text{C}$, mantendo-se a pressão constante e igual a 3×10^5 Pa. O calor total liberado pelo gás é igual a $2,5 \times 10^4$ J. Suponha que o gás possa ser tratado como um gás ideal e utilize $R = 8,31$ J/(mol K) para a constante universal dos gases ideais.
   (a) Calcule o número de moles do gás;
   (b) Calcule a variação da energia interna do gás;
   (c) Ache o trabalho realizado pelo gás;
   (d) Qual seria o calor libertado pelo gás, para a mesma variação de temperatura, caso o volume permanecesse constante?

R.: (a) $n = 21,57$ moles; (b) $\Delta U = -32,17$ **kJ**; (c) $W = 7,17$ **kJ**; (d) $Q = 32,17$ **kJ**.

8. (Moysés) 0,1 mol de um gás ideal, com $C_V = \frac{3}{2}R$, descreve o ciclo representado na figura abaixo, no plano (P, T).



(a) Represente o ciclo no plano (P-V), indicando P (em atm) e V (em ℓ), associados aos pontos **A**, **B** e **C**;

(b) Calcule ΔW, ΔQ e ΔU para cada uma das etapas **AB**, **BC** e **CA** e para o ciclo.

R.: (b)

Processo	ΔW (J)	ΔQ (J)	ΔU (J)
AB	173	173	0
BC	0	374	374
CA	-249	-623	-374
Ciclo	-76	-76	0

9. (Moysés) Um mol de um gás ideal, com $C_V = \frac{3}{2}R$, a 17°C, tem sua pressão reduzida à metade por um dos quatro processos seguintes: (i) a volume constante; (ii) isotermicamente; (iii) adiabaticamente; (iv) por expansão livre. Para um volume inicial V_i, calcule, para cada um dos quatro processos, o volume e a temperatura finais, ΔW e ΔU. Utilize $R = 8,31$ J/(mol K).

R.:

Processo	V_{final}	T_{final} (K)	ΔW (J)	ΔU (J)
(i)	V_i	145	0	-1807
(ii)	$2\,V_i$	290	1671	0
(iii)	$1,52\,V_i$	219	-885	-885
(iv)	$2\,V_i$	290	0	0

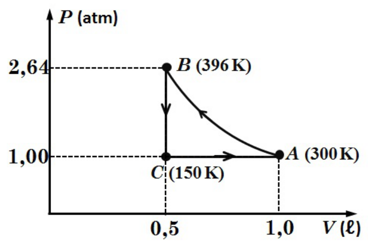
10. (Moysés) 1 ℓ de H_2 (para o qual $\gamma = 7/5$), à pressão de 1 atm e temperatura de 27°C, é comprimido adiabaticamente até o volume de 0,5 ℓ e depois resfriado, a volume constante, até voltar a pressão inicial. Finalmente, por expansão isobárica, volta à situação inicial.

    (a) Represente o processo no plano (P, V), indicando P (atm), V (ℓ) e T (K) para cada vértice do diagrama;

    (b) Calcule o trabalho total realizado;

    (c) Calcule ΔU e ΔQ para cada etapa.

    R.: (a) (b) $W = -30,2$ J



(c)

Processo	ΔU (J)	ΔQ (J)
AB	80,9	0
BC	-207,5	-207,5
CA	126,6	177,3

11. (Moysés) Uma usina termoelétrica moderna opera com vapor de água superaquecido, a temperaturas da ordem de 500°C, e é resfriada com água de rio, tipicamente a 20°C. Devido a inúmeros tipos de perdas, a eficiência máxima que se consegue atingir, na prática, é da ordem de 40%. Que fração da eficiência máxima idealmente possível para esses valores isto representa?

    R.: 64,4%

12. Um mol de um gás ideal diatômico ($\gamma = 7/2$) descreve um ciclo quadrado $ABCDA$ no diagrama P-V. Os valores das pressões e dos volumes nos vértices do ciclo são: $P_A = P_D = 1\,\text{bar}$; $V_A = V_B = 20\,\ell$; $P_B = P_C = 2\,\text{bar}$; $V_C = V_D = 30\,\ell$ (**Obs.:** $1\,\text{bar} = 10^5\,\text{Pa}$).(adaptado do Moysés)

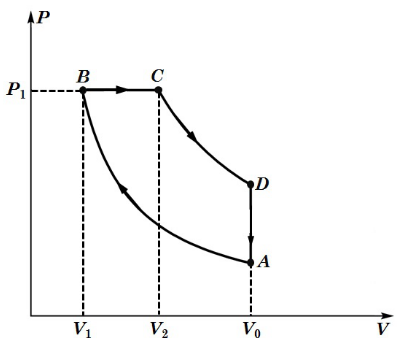
    (a) Desenhe o ciclo no diagrama P-V e calcule o valor da temperatura em seus vértices (pontos A, B, C e D);

    (b) Calcule a eficiência de um motor térmico operando segundo este ciclo;

(c) **Compare o resultado (b) com a eficiência máxima ideal associada às temperaturas extremas do ciclo.**

R.: (a) $T_A = 244\,\mathrm{K}$; $T_B = 488\,\mathrm{K}$; $T_C = 732\,\mathrm{K}$; $T_D = 366\,\mathrm{K}$;
(b) $\eta = 8,3\%$; **(c)** $\eta_{\text{máx}} = 66,7\% > 8,3\%$.

13. (Moysés) O ciclo Diesel, representado na figura abaixo, esquematiza o que ocorre num motor Diesel de 4 tempos, onde os trechoa AB **e** CD **são adiabáticas. A taxa de compressão adiabática** $r_c = V_0/V_1$ **é maior que no motor a gasolina (ciclo de Otto), permitindo que o combustível inflame sem necessidade da centelha de ignição. Esta etapa ocorre à pressão constante e está representada pelo trecho** BC **do ciclo. A taxa de expansão adiabática, no trecho** CD **é** $r_e = V_0/V_2$**. (adaptado do Moysés)**



(a) **Mostre que o rendimento do ciclo é dado por**

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\left[\frac{T_D - T_A}{T_C - TB}\right] = 1 - \frac{1}{\gamma}\left[\frac{(1/r_e)^\gamma - (1/r_c)^\gamma}{(1/r_e) - (1/r_c)}\right]$$

(b) **Calcule** η **para** $\gamma = 1,4$, $r_e = 5$ **e** $r_c = 15$.

14. O ciclo de Otto é uma esquematização idealizada do que ocorre num motor a gasolina de 4 tempos. O ciclo (ABCDA) consiste de: AB - compressão rápida (adiabática) da mistura de ar com vapor de gasolina, de um volume inicial V_0 **para um volume final** V_0/r **(onde r é a taxa de compressão); BC - aquecimento da mistura, a volume constante, devido à ignição; CD - expansão adiabática dos gases aquecidos, movendo o pistão; DA - queda de pressão a volume constante associada à exaustão dos gases da combustão. A mistura pode ser tratada como um gás ideal de coeficiente adiabático** γ**. (adaptado do Moysés)**

(a) **Represente o ciclo deste processo no plano** (P, V);

(b) **Mostre que o rendimento do ciclo é dado por**

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - TB} = 1 - \left[\frac{1}{r}\right]^{\gamma - 1}$$

(c) **Calcule** η **para** $\gamma = 1,4$ **e** $r = 10$.

15. Um quilograma de gelo é removido de um congelador, que estava a -15° C, **e é aquecido até converter-se totalmente em vapor, a** 100° C. **Qual é a variação de entropia deste sistema? Dados: calor especifico do gelo:** $0,5$ **cal/(g** $^\circ$ C)**; calor latente de fusão do gelo:** $79,6$ **cal/g; o calor latente de vaporização da água:** $539,6$ **cal/g. (adaptado do Moysés)**

R.: $\Delta S = 2,079$ **cal/K** $= 8,702$ **J/K.**

16. (Moysés) Um cilindro contendo 1 kg de He a 150 atm, em equilíbrio térmico com o ambiente a 17° C, **tem um pequeno vazamento através do qual o gás escapa para a atmosfera, até que o tanque se esvazia por completo do hélio.**

(a) **Qual é a variação de entropia do gás hélio?**

(b) **Que quantidade de trabalho é desperdiçada por esse processo?**

R.: (a) $\Delta S_{\text{gás}} = 1,04 \times 10^4$ **J/K; (b)** $W_{\text{desperdicado}} = 3,02 \times 10^6$ **J.**

17. (Moysés) Uma chaleira contém $1\,\ell$ **de água em ebulição. Despeja-se toda a água numa piscina, que está à temperatura ambiente de 20**$^\circ$ C.

(a) **De quanto variou a entropia da água da chaleira?**

(b) **De quanto variou a entropia do universo?**

R.: (a) $\Delta S_{\text{chaleira}} = -241,4\,\text{cal/K}$; **(b)** $\Delta S_{\text{universo}} = 31,9\,\text{cal/K}$

18. (Moysés) Um recipiente de paredes adiabáticas contém $2\,\ell$ **de água a** 30°C. **Coloca-se nele um bloco de 500 g de gelo.**

(a) **Calcule a temperatura final do sistema (use 80 cal/g para o calor latente de fusão do gelo);**

(b) **Calcule a variação de entropia do sistema.**

R.: (a) $T_f = 8^\circ$C; $(b)\Delta S = 10,2$ **cal/K**

14.5 Teoria Cinética dos Gases

1. **Um dos vácuos mais elevados que podem ser produzidos corresponde a uma pressão de 10^{-12} mm/Hg. Nesta pressão, a 27°C, quantas moléculas de ar por cm^3 ainda permanecem?**

   R.: $3,2 \times 10^4$ **moléculas/cm^3**

2. **Calcule o número médio de moléculas por cm^3 e o espaçamento médio entre as moléculas:**

   (a) **Em água líquida;**

   (b) **Em vapor de água a 1 atm e 100°C (tratado como gás ideal);**

   (c) **No caso (b), calcule a velocidade quadrática média das moléculas.**

   R.: (a) $n = 3,3 \times 10^{22}$ **moléculas/cm^3; (b)** $\delta = 3,72 \times 10^{-7}$ **cm;**

   (c) $v_{qm} = 718,92$ **m/s.**

3. **Considere uma amostra de gás argônio em um recipiente a** 35°C **e pressão de 1,22 atm. Supondo o raio desse átomo igual a** $0,71 \times 10^{-10}$ **m, calcule a fração do volume do recipiente que é realmente ocupada pelos átomos.**

   R.: $4,3 \times 10^{-5}$

4. **O diâmetro efetivo da molécula de CO_2 é** $4,59 \times 10^{-8}$ **cm. Qual é o livre percurso médio de uma molécula de CO_2 para uma densidade de 4,91 kg/m^3?**

   Resolução:

   Como $n_{mol} = m/mm$, **onde** m = **massa de substância e** mm = **massa molar, que para a molécula de CO_2 é 44 g, temos que** $n_{mol} = 4,91/(44 \times 10^{-3}) = 112$ **moles. Assim, o número médio de moléculas por unidade de volume será:** $n = n_{mol}N_0 = 112(6 \times 10^{23}) = 6,7 \times 10^{25}$ **(moléculas de CO_2)/m^3. Com isso, o livre percurso médio de uma molécula de CO_2 será:**

$$\bar{\ell} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi(6,7 \times 10^{25})(4,59 \times 10^{-10})^2} = 1,6 \times 10^{-8} \text{ m}$$

5. (a) Calcule o expoente adiabático $\gamma = C_P/C_V$ para um gás diatômico a uma temperatura elevada, tal que uma fração x das moléculas se encontram dissociadas em átomos. Verifique que o resultado se reduz aos casos limites esperados quando não há dissociação ou quando ela é total.

   (b) Se o valor observado é $\gamma = 1,5$, qual é a porcentagem de dissociação x?

   Resolução: Só levando em consideração os graus de liberdade translacionais

   (a) Sejam:

   $n \Rightarrow$ número inicial de moles de moléculas diatômicas

   $x \Rightarrow$ fração de moles de moléculas que se dissociaram

   $2nx \Rightarrow$ número de moles do gás monoatômico (a multiplicação por 2 se deve ao

   fato de cada molécula diatômica dar origem a dois átomos)

   $(1-x)n \Rightarrow$ número de moles de moléculas diatômicas que sobraram

   $2nx + (1-x)n = (1+x)n = N \Rightarrow$ número final de moles na mistura (moléculas

   monoatômicas e diatômicas)

   Considerando volume constante, a variação da energia interna do sistema será:

$$dU = dU_{\text{mono}} + dU_{\text{di}} = đQ_V = NC_V dT,$$

   onde, de acordo com o teorema da equipartição de energia, temos que

$$dU_{\text{mono}} = \frac{3}{2}(2nx)RdT \;\text{ e }\; dU_{\text{di}} = \frac{5}{2}(1-x)nRdT.$$

   Assim, a variação da energia interna do sistema fica:

$$(1+x)nC_V dT = \frac{3}{2}(2nx)RdT + \frac{5}{2}(1-x)nRdT \Rightarrow C_V = \frac{(x+5)}{2(x+1)}R$$

   Utilizando a relação $C_P = C_V + R$, temos que

$$C_P = \left[\frac{(x+5)}{2(x+1)} + 1\right] R \Rightarrow \frac{C_P}{C_V} = \gamma = \frac{(3x+7)}{(x+5)}$$

Testando os casos limite:

(i) Não há dissociação ($x = 0$): $\frac{C_P}{C_V} = \gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow$ correto para gases diatômicos.

(i) Dissociação total ($x = 1$): $\frac{C_P}{C_V} = \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow$ correto para gases monotômicos.

(b) Se $\gamma = 1,5 = 3/2$ então

$$\gamma = \frac{3}{2} = \frac{(3x+7)}{(x+5)} \Rightarrow x = \frac{1}{3} = 33\%$$

14.6 Relatividade

1. Um relógio funciona durante um ano em um referencial fixo na Terra. Se um relógio se move com velocidade escalar $v = 3 \times 10^6$ m/s em relação à Terra, ache o número de minutos pelo qual ele varia, em um ano, de um relógio fixo na Terra.

   R.: 26,3 min

2. Uma barra que está colocada paralelamente ao eixo x de um sistema de referência S desloca-se ao longo deste eixo com velocidade $\frac{4\sqrt{5}}{9}\ c \sim 0.993808\ c$. Seu comprimento de repouso é de 18 m. Qual será o comprimento medido no sistema S?

   R: 2 m.

3. Uma barra de comprimento L' em repouso no referencial S' faz um ângulo θ' com o eixo x'.

   (a) Mostre que o comprimento L medido por um observador em um referencial S, para quem a barra se move com velocidade v na direção x, é dado por $L = L'\sqrt{1 - \beta^2 cos^2\theta'}$, onde $\beta = v/c$;

   (b) Mostre que o ângulo θ que esta barra em movimento faz com o eixo x do referencial S é dado por $\mathrm{tg}\theta = \gamma tg\theta'$, onde γ é o fator de Lorentz, dado por $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$;

   (c) Calcule L e $\mathrm{tg}\theta$ para $L' = 1$ m, $\cos\theta' = \frac{3}{4}$ e $\beta = 0,8$.

   R: (c) $L =$0,8 m; $\mathrm{tg}\theta = \frac{5\sqrt{7}}{9}$.

4. **O tempo de vida média de múons encerrados numa caixa de chumbo num laboratório é de 2,2μs. O tempo de vida média de múons saindo de um acelerador de partículas é de $\frac{8{,}8}{\sqrt{7}}$ μs $\sim 3,3261$ μs. Determine a velocidade dos múons que saem do acelerador.**

   R: $v = \frac{3}{4}\, c = 0,75\, c$.

5. **Um estudante vai realizar uma prova que deve durar 1 hora. Seu professor está em viagem e passará, sem parar, pela Terra, com velocidade constante $v = 0,6\ c$. O aluno propõe, então, que a prova tenha início quando o professor passar pela Terra e termine quando o professor, em seu próprio relógio, verificar que se passou 1 hora do início da prova. Nesse instante o professor enviaria um sinal luminoso à Terra e o aluno terminaria a prova quando recebesse o sinal luminoso.**

   (a) Quanto tempo o aluno teria para realizar a prova, de acordo com seu relógio?

   (b) Quanto tempo o aluno teve para fazer a prova, de acordo com o relógio do professor?

   (c) Qual desses intervalos de tempo realmente importa?

   R: (a) 2 horas; (b) 2,5 horas; (c) O horário medido pelo aluno, claro!

6. **Quando visto de um sistema inercial S, um evento A ocorre no ponto x_A, sobre o eixo x, e 10^{-6} s mais tarde um evento B ocorre no ponto x_B, tal que $x_A - x_B = 600$ m, quando visto de S.**

   (a) Existe um outro sistema inercial S', movendo-se com uma velocidade menor do que c, paralela ao eixo x, para o qual os dois eventos são simultâneos? Se assim for, qual é o módulo e o sentido da velocidade de S' com relação a S?

   (b) Repita a parte (a) para o caso em que a separação entre x_A e x_B é de somente 100 m quando os eventos são vistos de S. Neste caso, existe um outro sistema inercial S', movendo-se com uma velocidade menor do que c, paralela ao eixo x, para o qual os dois eventos são simultâneos?

R: (a) Sim, $\vec{v} = -0,5\ c\ \hat{\imath}$; (b) $\vec{v} = -3\ c\ \hat{\imath} \Longrightarrow$ <u>impossível!</u>

7. **Um trem de comprimento próprio L_0 move-se com velocidade $v = 0,8\ c$ em relação à estrada e dirige-se para uma ponte com extensão d, medida no referencial da estrada (S). No momento em que a dianteira do trem (A) passa pelo ponto O, no início da ponte, dois flashes de luz são disparados simultaneamente no referencial do trem (S'), nas extremidades do trem (A e B). Nesse instante, dois observadores, um em A e outro em O, sincronizam seus cronômetros em $t = t' = 0$ com a origem dos sistemas de referência S e S' coincidentes.**

   (a) No referencial da estrada, qual o intervalo de tempo Δt entre os flashes de luz emitidos em A e B?

   (b) No referencial da estrada, em que instante t_1 o flash emitido em A atinge o ponto B?

   (c) No referencial do trem, quanto tempo ele leva para percorrer completamente a ponte?

   R: (a) $|\Delta t| = \frac{4}{3}\frac{L_0}{c}$; (b) $t_1 = \frac{1}{3}\frac{L_0}{c}$; (c) $\delta t' = \frac{5L_0+3d}{4c}$.

8. **Uma partícula de raio cósmico aproxima-se da Terra, ao longo de seu eixo, com uma velocidade de 0,80 c, em direção ao polo norte, enquanto que uma outra também se aproxima da Terra, ao longo de seu eixo, com velocidade 0,60 c, mas em direção ao polo sul. Qual é a velocidade relativa de aproximação entre as duas partículas?**

   R: 0,9459 c.

9. **Em um referencial S, duas espaçonaves A e B movem-se na mesma direção, mas em sentidos opostos, com velocidades de módulo $u = 0,5\,c$. Quando a espaçonave A passa pela origem O, um feixe de luz é emitido partindo de O, formando um ângulo θ em relação ao eixo Ox.**

   (a) Determine a velocidade da espaçonave A em relação a B.

   (b) Qual a inclinação θ' do feixe de luz medido pelo observador na espaçonave B?

(c) **Avalie θ' para $\theta = 60°$**

(d) **Os resultados obtidos nos itens anteriores são compatíveis com os postulados da relatividade? Explique.**

R: (a) $u'_a = 0,8\ c$; **(b)** $\theta' = \text{arctg}\left[\frac{\text{sen}\theta}{\gamma(\cos\theta + v/c)}\right]$ **(c)** $\theta' = \text{arctg}\left(\frac{3\sqrt{3}}{13}\right) \rightarrow$ $\theta' =\approx 21,8°$; **(d) Sim, é compatível: o módulo da velocidade do raio de luz permanece sendo** c **no referencial** B**.**

10. **Um satélite artificial deslocando-se com relação à Terra a uma velocidade de 0,90** c **comunica-se por transmissão numa frequência (medida no referencial do satélite) de 100 MHz. Para que frequência deve a Terra ajustar seus receptores para receber este sinal?**

    R: 22,94 MHz.

11. **Observações da luz emitida por um certo quasar mostraram um deslocamento para o vermelho ("red shift") de uma linha espectral de 130 nm para 500 nm. Ele está se aproximando ou se afastando de nós? Qual é a velocidade do quasar?**

    R: 0,873 c**.**

12. **Encontre o parâmetro de velocidade** β **e o fator de Lorentz** γ **para uma partícula com energia cinética** $E_c = 10$ **MeV se a partícula é:**

    (a) **um elétron,**

    (b) **um próton,**

    (c) **uma partícula alfa.**

    R: (a) $\beta = 0,9989$ **e** $\gamma = 21,0$; **(b)** $\beta = 0,145$ **e** $\gamma = 1,01$; **(c)** $\beta = 0,073$ **e** $\gamma = 1,0027$.

13. **Duas partículas idênticas, cada uma com massa de repouso** m_0**, movendo-se com velocidades iguais mas opostas de 0,60** c **no referencial do laboratório, colidem e "grudam" formando uma única partícula de massa de repouso** M_0**. Expresse** M_0 **em termos de** m_0**.**

    R: $M_0 = 2,5m_0$.