

Mecânica Quântica [12]

Potencial Delta

Exercício 01

Considere uma partícula (confinada em uma dimensão no eixo x) com um potencial Delta centrado na origem, dado por:

$$V(x) = -aV_0\delta(x) .$$

Há, para este sistema, uma solução de estado ligado para a equação de Schrödinger estacionária (independente do tempo). Encontre esta solução.

Exercício 02

Considere uma partícula sob um potencial Delta centrado na origem. A partícula considerada está propagando da esquerda para a direita no eixo x , com energia positiva, $E > 0$.

a) Mostre que um estado estacionário da partícula pode ser escrito por:

$$\begin{aligned} x < 0 \quad \varphi(x) &= \exp(ikx) + A\exp(-ikx) \\ x > 0 \quad \varphi(x) &= B\exp(ikx) \end{aligned}$$

Onde k , A e B são constantes que devem ser calculadas em termos da energia E , massa m e de α (atenção à descontinuidade da função em $x = 0$).

b) Defina:

$$-E_L = -\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2}$$

A energia do estado ligado da partícula. Calcule, em função do parâmetro adimensional E/E_L , o coeficiente de reflexão R e o coeficiente de transmissão T da barreira. Analise o sistema de acordo com a variação de E (tendendo a infinito e tendendo à $-E_L$).

Exercício 03

Considere uma partícula de massa m cuja energia potencial é dada por:

$$V(x) = -\alpha\delta(x) - \alpha\delta(x-l) \quad \alpha > 0 .$$

Onde l é um comprimento constante.

a) Calcule os estados ligados da partícula, definido:

$$E = -\frac{(\hbar\rho)^2}{2m}.$$

Mostre que as energias possíveis são dadas pela relação:

$$\exp(-\rho l) = \pm \left(1 - \frac{2\rho}{\mu}\right)$$

Em que:

$$\mu = \frac{2m\alpha}{\hbar^2}.$$

Dê uma solução gráfica para esta equação.

b) Calcule os coeficientes de transmissão e reflexão do sistema com duas barreiras de potencial Delta. Estude suas variações com respeito à l . O sistema entra em ressonância quando l é um inteiro múltiplo do comprimento de onda de de Broglie da partícula? Por quê?