



12

## Continuando a busca<sup>1</sup>

Anna Sierpinska, *Concordia University, Montreal, Canada*  
Jeremy Kilpatrick, *University of Georgias, EUA*

Neste capítulo procuramos interligar os principais argumentos oferecidos nos capítulos anteriores e na *ICMI Study Conference* de modo a proporcionar ao leitor uma visão retrospectiva da indubitavelmente complexa questão, 'O que é investigação em Educação Matemática e o que são os seus resultados?'. A esta questão, sentimos necessidade de juntar uma outra: O que significa ser um investigador em Educação Matemática? Temos uma identidade comum?

Por todo o livro ecoa o tema que nenhuma destas questões, nem outras que dela resultam, pode ter uma resposta definitiva. Tal como as questões de investigação em Educação Matemática, as questões sobre o próprio campo podem ser exploradas mas não há forma de as resolver de uma vez por todas do modo, por exemplo, como se prova um teorema matemático. Cada geração deve recolocar a si mesma a questão do que é, afinal, a Educação Matemática.

Embora os capítulos precedentes demonstrem a nossa incapacidade para fornecer respostas definitivas, eles salientam e elaboram os progressos que fizemos na clarificação dos significados das questões. Como indicou o Documento para Discussão e reafirmou a Conferência, o objectivo deste *ICMI Study* era identificar "perspectivas, objectivos, questões de investigação e formas de abordar os problemas" de modo a que pudesse ocorrer um confronto produtivo de perspectivas e pudesse crescer a nossa compreensão mútua. Deste modo, este capítulo não representa um consenso acabado e final sobre o nosso campo. Em vez disso, aponta para direcções onde podemos continuar a procura sem fim de quem somos e de quem queremos ser.

---

<sup>1</sup> Sierpinska, A. & Kilpatrick, J. (1998). Continuing the search. In A. Sierpinska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain* (pp. 524-548). Dordrecht, Kluwer. Este texto constitui o capítulo final de um livro que resulta de uma conferência realizada em Washington, em 1996, referida como *ICMI Study Conference*, cujos trabalhos foram preparados por um documento intitulado "Documento para Discussão".

## A educação matemática como um campo de investigação

Alguns dos capítulos anteriores lidam directamente com uma questão fundamental: Qual é a natureza da investigação em Educação Matemática? Os autores tentam situar a investigação dentro de categorias de conhecimento ou de práticas de investigação existentes. Contudo, o que geralmente encontramos nestes capítulos são principalmente declarações sobre onde a investigação em Educação Matemática devia estar situada, em vez de onde ela realmente se situa pelos que a praticam e pelos seus colegas académicos. De facto, parece existir uma dificuldade genuína em classificar a investigação em Educação Matemática dentro das disciplinas existentes devido ao seu carácter dual teórico-pragmático, que muitos autores enfatizam.

Vários autores relembram-nos a interdisciplinaridade da investigação em Educação Matemática. Presmeg, por exemplo, propõe que a investigação em Educação Matemática deve olhar simultaneamente para o fenómeno complexo do ensino e aprendizagem da Matemática a partir de muitos pontos de vista, de uma forma equilibrada. Esta autora menciona a Matemática, a Psicologia, a Sociologia, a Antropologia, a História, a Linguística e a Filosofia. Adda argumenta que a investigação em Educação Matemática deve pertencer a uma disciplina que designa “Ciência Cognitiva” (no singular) que ainda não está estabelecida como tal, mas que parece estar a emergir como resultado da cooperação entre linguistas, psicólogos, informáticos, neurobiólogos, lógicos e matemáticos. Concede assim, que a investigação em Educação Matemática é interdisciplinar, mas espera que desta cooperação interdisciplinar venha eventualmente emergir numa nova entidade que possa fornecer um “lar” para a investigação em Educação Matemática.

A interdisciplinaridade não significa que resultados e métodos de certas disciplinas devam ou possam ser transpostas completamente para a investigação em Educação Matemática. A razão apontada por Presmeg, é que a investigação em Educação Matemática “não tem só o objectivo científico da construção de teorias mas tem também o objectivo pragmático da melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática a todos os níveis”. Um argumento semelhante é apresentado por Wittmann, que diz que “o conhecimento científico em Educação Matemática não pode ser obtido pela simples combinação de resultados provenientes (de disciplinas afins); este conhecimento pressupõe uma abordagem didáctica específica que integre diferentes aspectos num novo todo que tem em conta a sua transposição na prática”.

Presmeg apresenta uma lista de várias disciplinas afins da Educação Matemática sem dar prioridade a nenhuma; defende um ponto de vista que tem em conta uma variedade de perspectivas. Contudo, outros participantes na Conferência insistem em dar um estatuto privilegiado às ligações da Educação Matemática com a Matemática. Por exemplo, nos seus comentários na primeira sessão plenária da *ICMI Study Conference*, Guy Brousseau declarou:

Existem problemas na Educação Matemática que são irredutivelmente matemáticos – como, por exemplo, a escolha dos problemas, a organização das actividades matemáticas com propósitos didácticos, a análise da compreensão em Matemática, [e] ... a estruturação do discurso matemático. ... Não existe conjunção de disciplinas clássicas capaz de explicar o funcionamento desta parte irredutivelmente matemática do ensino... Uma abordagem científica a [esta parte] é e será essencialmente, o trabalho de um matemático.

Citando o matemático William Thurston, Brousseau propõe um alargamento do conceito de actividade matemática para abarcar não só a produção de definições, conjecturas, teoremas e provas, mas também “a comunicação de resultados, a reorganização de teorias e conhecimento, a formulação de questões e problemas, e tudo o que ‘capacita as *peessoas* para pensar de uma forma mais clara e eficaz acerca da Matemática” (Thurston 1994, p. 163, *italico no original*). Esta visão alargada das actividades matemáticas implica, de acordo com Brousseau, que “a *Didáctica* da Matemática poderá tornar-se uma parte integrante da Matemática”. Este autor não quer dizer com isso que toda a investigação em Educação Matemática é Matemática ou deverá ser considerada parte da Matemática. Em vez disso, identifica três componentes da investigação na Educação Matemática. Para além da “*Didáctica da Matemática*” propriamente dita, cuja função é identificar e explicar os fenómenos do ensino e aprendizagem específicos da Matemática, distingue entre investigação resultante da aplicação de métodos e conceitos de outras disciplinas (por exemplo, Psicologia, Sociologia, Linguística, Pedagogia, e Educação em geral) não específicos da Matemática, e *engenharia didáctica*, que é uma actividade de concepção (*design*) dedicada à elaboração de meios didácticos e materiais de ensino para a Matemática, usando os resultados da investigação nas outras duas componentes.

O *design* de processos de ensino recebe um papel mais proeminente na abordagem proposta por Wittmann, para quem o “desenvolvimento e avaliação de unidades de ensino substanciais” constitui o núcleo central da investigação em Educação Matemática. Este autor compara o domínio da Educação Matemática à Música, Engenharia e Medicina, observando

que também nesses campos a actividade prática e criativa tem prioridade em relação a deliberações teóricas, investigação laboratorial e críticas.

Outros autores neste livro não se preocupam em tentar situar a Educação Matemática na organização académica clássica das disciplinas existente em muitas universidades. Ernest propõe o que ele chama de *visão pós-moderna*, que “não separa investigação e conhecimento do grupo de pessoas que fazem esta investigação e produzem este conhecimento e dos objectivos que tentam atingir através deles”. No seu ponto de vista, um campo de investigação só pode ser definido pelas *práticas consideradas relevantes* pelas pessoas que se dizem investigadores neste campo. Por este motivo, a definição de investigação em Educação Matemática deve ser dada não na forma de uma frase que segue os padrões aristotelianos de *genus et differentiam specificam* mas sim “por uma lista não hierárquica de práticas, reflectindo a multiplicidade de pontos de vista, teorias, metodologias e interesses”. Esta abordagem levaria não a uma classificação em termos de disciplinas académicas mas a uma estrutura cujas categorias serão certos “programas”, “paradigmas” ou “orientações”. Ernest tenta descrever e classificar a investigação em Educação Matemática entre essas linhas.

Ernest oferece uma reflexão sobre aquilo que a investigação em Educação Matemática é em vez daquilo que deveria ser. Outro autor que se foca no *status quo* em vez de dar uma visão do que deveria ser é Mura, cujo capítulo indica como investigadores canadianos em Educação Matemática se vêem em relação a outros domínios de investigação. O seu inquérito mostra que no Canadá “a Educação Matemática tende a ser institucionalizada de uma forma que não leva a que se torne ‘uma parte integrante da Matemática’ como defende Brosseau”.

Ellerton e Clements relembram-nos as dimensões políticas da educação em geral e da Educação Matemática em particular. Argumentam que devido à educação obrigatória das crianças em todo o mundo que inclui uma versão internacionalizada da Matemática e porque muitas crianças têm insucesso em aprendê-la “os investigadores em Educação Matemática devem prestar mais atenção ao seu papel de ajudar a criar formas de Educação Matemática mais equitativas”. O lado político da Educação Matemática e as expectativas de vários grupos, incluindo pais, governos, empregadores e matemáticos, parecem indicar “que a Educação Matemática não é e nunca será uma disciplina puramente académica. A investigação em Educação Matemática é uma *tarefa mais social e cultural* do que um campo de pesquisa científica.”

Como Bishop observa, esta tarefa exige fortes esforços dos investigadores para relacionar o seu trabalho com a prática do ensino e aprendizagem da Matemática. Os professores enfrentam pressões de todos os lados para tornar o seu trabalho mais eficaz e os

investigadores não têm sido capazes de lhes prestar muita assistência. Do ponto de vista de Bishop, a investigação em Educação Matemática precisa de ganhar forma não por considerações teóricas, mas por questões e problemas dos profissionais no terreno.

### O objecto de estudo

O inquérito de Mura também documenta a variedade de pontos de vista existentes entre os educadores matemáticos canadianos sobre o objecto de estudo na investigação em Educação Matemática. Para algumas das pessoas que responderam, o objecto é o ensino da Matemática, onde *estudar* pode significar quer a observação e análise do fenómeno de ensinar quer a procura de significados ou, para além disso, de abordagens que ajudem os estudantes a construir os conceitos matemáticos por si próprios. Outros dos que responderam focam-se na aprendizagem da Matemática. Por exemplo, a investigação em Educação Matemática pode significar o estudo sistemático da forma como os alunos aprendem e compreendem a Matemática. Para alguns, a Educação Matemática é uma indagação teórica, para outros é uma indagação prática, uma arte, uma disciplina aplicada com a finalidade de melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática. Outros, ainda, consideram que a Educação Matemática não é uma disciplina em si própria mas uma “aplicação integrada da Matemática, da Psicologia, da Epistemologia, da Sociologia e da Filosofia”. Mura conclui que o objecto de estudo na investigação em Educação Matemática deve ser definido de uma forma muito alargada como, por exemplo, “todos os aspectos da aprendizagem e ensino da Matemática”. Esta autora acrescenta que os objectos de estudo, por exemplo, da Psicologia, Sociologia ou Matemática são também definidos de um modo alargado (ou mesmo vago) e, no entanto, a identidade destes domínios não está em questão.

Em geral, os outros autores concordam com o desejo de Mura de não restringir o campo em estudo. Ellerton e Clements tomam uma posição ainda mais forte, defendendo que definir esse campo pode ser perigosamente limitativo. Eles referem o caso do livro de 1979 de E. G. Begle, *Critical variables in mathematics education*, cuja influência, na sua perspectiva, “constituiu por muitos anos um colete de forças para o pensamento da comunidade internacional de investigadores da Educação Matemática”. Esta opinião é, certamente, discutível. O livro, apesar de influente, dificilmente constituiu um colete de forças, tal como foi testemunhado pelas muitas críticas que suscitou aquando da sua publicação. Nem impediu o desenvolvimento, nos anos 80, de teorias e metodologias de investigação originais que tinham pouco a ver com “o testar de hipóteses utilizando mecanismos e controlos

estatísticos”. Basta mencionar o desenvolvimento da *didáctica* francesa ou do programa construtivista adoptado por muitos estudiosos (*scholars*) da comunidade anglo-americana.

Vale a pena relembrar o contexto histórico do livro de Begle. Neste tempo, a comunidade emergente de investigadores em Educação Matemática tinha que se confrontar com uma generalizada pedagogia de salão (*armchair pedagogy*) e a formulação de recomendações para o currículo e a prática de ensino da parte de pessoas que nunca se preocuparam em olhar de modo sistemático e cuidadoso para as salas de aula reais. No seu capítulo, Adda relembra-nos que tal pedagogia não desapareceu completamente. A citação de Begle no capítulo do Ellerton e Clements ilustra precisamente esta preocupação de Adda.

Os capítulos do presente livro descrevem o objecto da investigação matemática em termos abrangentes, mas as descrições são muito variadas. Por exemplo, Margolinas vê o objecto da investigação matemática como a “produção e propagação de conhecimento matemático”. Para Presmeg, “são os complexos mundos interior e exterior dos seres humanos quando se envolvem na aprendizagem da Matemática”. Estes mundos incluem a vida das salas de aula e Presmeg vê o desenvolvimento dos conceitos matemáticos como algo “situado nesta complexidade social e mental”. Em vez de caracterizar o objecto da investigação matemática, Ellerton e Clements preferem listar um conjunto de problemas presentemente importantes para a Educação Matemática. O primeiro e o mais importante problema para estes autores é identificar os muitos pressupostos ultrapassados que estão subjacentes aos modos como a Matemática escolar é correntemente praticada.

Wittmann até rejeita o conceito de objecto de estudo. Ele diz que como ciência de *design*, a Educação Matemática não tem um objecto de estudo; tem um campo de práticas que pretende melhorar. Este campo inclui as práticas relacionadas com o ensino da Matemática, incluindo ensinar em diferentes níveis de ensino e ensinar professores.

### **Metas e orientações da investigação**

Uma das questões do Documento de Discussão diz respeito aos “objectivos da investigação” na Educação Matemática. Mas o que é que queremos dizer com “objectivos da investigação”? Ocorrem-nos pelo menos dois significados. Se nos centrarmos nos *produtos* da investigação, então entendemos *objectivos* como as metas finais da investigação. Se, por outro lado, estivermos mais interessados no *processo* de investigação ou na pesquisa científica enquanto tal, então pensamos em “objectivos” como sendo, por exemplo, as direcções ou

orientações da actividade de investigação, os problemas da investigação, os assuntos para investigação ou as *problemáticas*.

Tradicionalmente, as metas dos esforços científicos têm-se dividido entre “puras” e “aplicadas”. Um investigador pode ficar satisfeito por perceber como é que as coisas são, como é que mudam e porquê, ou em que condições é que mudam. Por outro lado, ele ou ela pode querer adquirir conhecimentos para exercer uma acção e mudar o estado das coisas. Embora esta distinção possa ser bastante útil para o propósito de clarificar metodologias, as práticas actuais de investigação raramente podem ser obviamente classificadas numa categoria ou noutra (especialmente em Educação Matemática, onde muitos investigadores, porque são também professores de Matemática, formadores de professores, pessoas que trabalham em desenvolvimento curricular, etc., fazem parte da realidade que querem estudar ou mudar). No entanto, há uma diferença significativa entre as duas questões seguintes:

1 – Quais são os mecanismos de aprendizagem matemática e quais os factores que influenciam esses mecanismos? Estes factores podem ser internos (como características individuais, motivações, metas pessoais, aptidão matemática, formas ou estruturas mentais matemáticas ou a sua ausência, e a origem cultural que é ou não compatível com a cultura da escola) ou externos (como componentes da organização escolar, métodos de ensino, expectativas de níveis de desempenho, organização e apresentação dos conteúdos de Matemática, uso de computadores e calculadoras, capacidade de comunicação do professor, instrução da leitura dos símbolos matemáticos e relações com outras áreas afins e com a cultura familiar, étnica e da vida quotidiana).

2 – O que podemos fazer para capacitar os alunos para aprender mais Matemática que seja relevante para eles no momento, e que lhes seja útil nas suas vidas profissionais e quotidianas no futuro?

A última questão, parecendo mais pragmática, requer uma considerável teoria e experimentação, tanto quanto a anterior. A teoria, contudo, tem de tomar em consideração as dimensões sociais e institucionais da aprendizagem Matemática nas escolas e as experiências de ensino têm de sair do laboratório para a realidade do ensino diário da Matemática. A questão pragmática pode exigir estudos antropológicos de sistemas de educação em diferentes culturas; estudos históricos das reformas escolares e análise dos sucessos ou dos fracassos (mais frequentes) das reformas; estudos sobre as políticas educacionais e as suas relações com os regimes políticos e ideologias oficiais, análises críticas das concepções dos professores

sobre a Matemática, a aprendizagem dos alunos e o seu próprio papel nesse processo de aprendizagem; estudos que visam a identificação de pressupostos culturais e outros escondidos em certos estudos influentes (por exemplo, o Second International Mathematics Study ou o Third International Mathematics and Science Study); e outros estudos que podem assemelhar-se mais a “investigação fundamental” do que “aplicada”.

De facto, Hiebert desenvolveu no seu capítulo uma argumentação para sustentar a afirmação de que o objectivo da “compreensão” abrange tanto os objectivos da teorização e fundamentação da investigação como os seus objectivos práticos. Portanto, nesta perspectiva, mencionar dois tipos de metas, compreender e aperfeiçoar a prática (como faz Leder, por exemplo) pode ser visto como redundante.

A maior parte dos autores prefere falar sobre orientações, programas ou paradigmas da investigação, em vez de metas gerais da investigação em Educação Matemática. Por exemplo, Lerman argumenta que, cada vez mais, os investigadores em Educação Matemática estão a seguir a perspectiva sócio-cultural de Vygotsky sobre o ensino, na qual o conhecimento é visto como sendo constituído através de uma prática discursiva. Este autor sugere que se façam mais esforços para construir uma coerência entre a teoria e os métodos de investigação, já que “os paradigmas ou as perspectivas de investigação não desaparecem, embora possam tornar-se menos populares”. Gravemeijer descreve um programa de investigação contendo projectos conduzidos por investigadores individuais para desenvolver actividades de ensino e cursos completos de Matemática. Dentro de cada projecto, é também elaborada e desenvolvida uma teoria de investigação própria “local”. Mason propõe uma “investigação interna”, uma forma de pesquisa no coração de toda a actividade de investigação, em que o investigador mantém “uma posição de conjectura ‘como-se’ (*as-if*) ante todo o processo de ensino e aprendizagem”.

Vários capítulos contêm listas de questões relevantes para investigação. Estas listas fazem alguma luz sobre o que é considerado como objecto de investigação em Educação Matemática. Como vários itens remetem directamente para questões de nível-meta sobre a natureza da investigação matemática, pode dizer-se que, para alguns autores (mas não todos), o domínio da investigação em Educação Matemática contém investigação na sua própria filosofia, ou que a investigação em Educação Matemática é um dos objectos da investigação em Educação Matemática.

Uma lista de opiniões de educadores matemáticos de 1984 sobre o que são ou deveriam ser os problemas ou programas de investigação em Educação Matemática (resumido no capítulo de Leder) revelou um foco nos processos de aprendizagem matemática entre as

pessoas questionadas. Existia um interesse na identificação dos mecanismos de aprendizagem que são específicos da Matemática e dos factores que influenciam e são influenciados pela aprendizagem da Matemática. Os respondentes referiram estruturas mentais, actividades mentais, neurológicas ou mesmo físicas envolvidas na actividade matemática e relações entre estas actividades e as actividades envolvidas na resolução de problemas matemáticos. Os processos de ensino parecem ser interessantes apenas e só se contiverem certos factores que afectam (facilitando ou dificultando) a aprendizagem da Matemática.

As questões de investigação identificadas neste trabalho foram exploradas durante, aproximadamente, a década seguinte, tendo produzido vários resultados. Estes incluem distinções entre dualidades tais como pensamento intuitivo e analítico, compreensão instrumental e relacional, a “operação” e a sua “contextualização”; teorias de desenvolvimento das operações de Matemática nas crianças, tanto naturalmente como consequência da escolaridade; a identificação de níveis de compreensão específicos dos conceitos e das tarefas matemáticas; análises das diferenças entre o pensamento matemático promovido na escola e o conhecimento adquirido em casa ou outros ambientes extra-escola; etc.

### **Problemas de investigação**

Para muitos autores, o domínio de investigação em Educação Matemática é definido pelos respectivos problemas de investigação. Contudo, na prática da investigação, normalmente, as questões que se colocam no início e se procuram responder pelos meios disponíveis e aceitáveis num dado paradigma de investigação não são fixas. Em vez disso, os problemas de investigação são tipicamente entidades dinâmicas que evoluem, envolvendo reformulações substanciais enquanto estão a ser investigados. Já foi referido que “o problema de investigação só pode ser formulado de um modo correcto e adequado só depois de ter sido resolvido” (Cackowski, 1964, p. 296).

Muitas vezes, um problema muda quase drasticamente quando o investigador está a tentar encontrar um meio de decidir quando é que um resultado pode ser considerado uma solução para o problema. Por exemplo, se o problema é “encontrar métodos de ensino efectivos para ensinar fracções a alunos do 4º ano” o significado de *efectivos* dependerá do critério usado para avaliar um dado conjunto de métodos. Outro investigador poderá não entender *efectivos* do mesmo modo, e para esse investigador, o resultado não será uma solução do problema. Existem mais exemplos deste género no capítulo de Leder.

O significado dos problemas pode mudar durante o processo de investigação. Se a questão geral de investigação é 'Qual o impacto da tecnologia computacional no ensino e na aprendizagem da geometria?', a pesquisa pode levar o investigador a concluir que a questão está formulada de forma insuficiente porque o conhecimento designado por 'geometria' que é aprendido e ensinado usando um manual, papel e lápis não é o mesmo conhecimento que a 'geometria' que é aprendida e ensinada através das interações com *software* de geometria dinâmica como o Cabri ou o Geometer's Sketchpad. Noções como *figura*, *construção*, *teorema* e *demonstração* podem adquirir significados muito diferentes. Além disso, nos dois contextos, o professor interessar-se-á por diferentes problemas a propor aos alunos, e os próprios alunos depararão com diferentes problemas. Portanto, 'geometria', no contexto do problema de investigação, torna-se um objecto mal definido, e a questão deve ser reformulada. A mesma mudança no significado pode ocorrer ao termo 'Matemática' na questão, citada no capítulo de Leder: 'Como é que as calculadoras e os computadores afectarão e como é que devem afectar o ensino e a aprendizagem da Matemática?' No lugar desta questão, talvez fosse mais seguro perguntar: 'Qual o estatuto epistemológico e o conteúdo do conhecimento (ou competência) que emergiram de tais e tais interações entre o professor, os alunos, e tal e tal *software* computacional ou calculadoras sob tais e tais condições (características do *design* didáctico)?' Claro, esta questão não tem uma leitura tão fácil como a versão anterior.

### O papel da teoria

O Documento de Discussão sugeria que um domínio de investigação é conhecido pelas suas *problemáticas*. No seu capítulo, Ellerton e Clements propõem uma lista do que eles consideram ser as 'principais *problemáticas* da Educação Matemática'. Será útil clarificar a diferença entre um *problema* ou *questão de investigação* e uma *problemática*. Tal como foi definido por Balacheff.

Uma *problemática* é um conjunto de questões de investigação relacionadas com um quadro teórico específico. Refere-se ao critério que usamos para afirmar que dadas questões de investigação são para ser consideradas e ao modo como as formulamos. [Por exemplo] não é suficiente que o conteúdo da matéria a ser estudada seja Matemática para uma pessoa considerar que tal estudo é uma investigação em ensino da Matemática. Um problema pertence a uma *problemática* de investigação em ensino da Matemática se está

especificamente relacionado com o significado matemático do comportamento dos alunos na sala de aula de Matemática. (Balacheff, 1990, p. 258)

Por exemplo, se num estudo de 'como as pessoas aprendem', o conteúdo matemático da matéria puder, em princípio, ser substituído por qualquer outro conteúdo (como literatura ou geografia), o problema de investigação não pertence a uma *problemática* em Educação Matemática. É importante notar que o que faz de um conjunto de questões de investigação uma *problemática* é um determinado enquadramento teórico comum e específico que contém em si próprio o critério para a relevância e formulação dos problemas de investigação.

A insistência das agências de financiamento e editores de revistas científicas em que os projectos de investigação e os relatórios devem explicitar os enquadramentos teóricos em que são fundamentados – por outras palavras, devem identificar a *problemática* onde se encontra situada a sua questão de investigação – encontrou algumas críticas por parte de alguns autores (ver os capítulos de Leder, Ellerton & Clements, e Hanna). As agências de financiamento e os editores tendem a favorecer *problemáticas* que estão na moda e cujas versões simplificadas têm recebido uma circulação alargada. Esta tendência leva inevitavelmente a uma ainda maior simplificação e, portanto, trivialização das teorias subjacentes à *problemática*. As agências de financiamento, aliás, usam muitas vezes critérios económicos ou políticos para distinguir as *problemáticas* interessantes das *problemáticas* desinteressantes. Como consequência, a descrição das *problemáticas* poderá ficar distorcida de modo a compatibilizar-se com estes critérios 'mercenários'.

A conclusão a extrair não é a de que o situarmos a nossa própria investigação numa dada *problemática* deva ser abandonado como um requisito para os relatórios ou projectos de investigação. Em vez disso, a conclusão é que deve ser abandonada a necessidade, seja ela auto ou hetero-imposta, de adoptar uma *problemática* corrente bem conhecida e bem aceite (por muito utópico que isto possa parecer).

Ellerton e Clements pedem que se faça mais investigação geradora de teoria em vez de conduzida por teoria. Deste modo, não é negado o papel da teoria explícita na investigação. De facto, Hiebert argumenta que a explicitação de teorias tem muitas vantagens: ajuda os investigadores a confrontar-se as suas ideias preconcebidas (*biases*), oferece oportunidades de debate e crítica e aumenta a utilidade dos seus dados.

## Matemática e educação matemática

Entre as preocupações teóricas dos educadores matemáticos, um lugar importante é ocupado pelas questões epistemológicas relacionadas com o conhecimento matemático. Para Godino e Batanero, “as análises epistemológicas e psicológicas relativas à natureza dos objectos matemáticos desempenham um papel fundamental para lidar com certas questões de investigação em Educação Matemática, [tais como] a questão da avaliação do conhecimento matemático dos alunos e a da selecção de situações didácticas”. Estes autores propõem um enquadramento teórico – na verdade, uma epistemologia – especificamente talhada para as necessidades de investigação em Educação Matemática.

Para Brousseau e para Artigue, as questões do significado e da génese das noções matemáticas são exactamente o ponto de encontro entre a investigação em Educação Matemática e a investigação em Matemática, e sem esta ‘parte irredutivelmente matemática’, a Educação Matemática não seria o que é. Tornar-se-ia parte da educação geral.

Steinbring afirma até como matéria de facto que o objecto de investigação em Educação Matemática é Matemática, não obstante o estatuto epistemológico deste conhecimento ser diferente do da Matemática dos investigadores matemáticos. “Em contraste com a Matemática científica”, diz Steinbring, “a Matemática escolar está dependente dos contextos específicos de referência que contemplam as experiências do dia-a-dia dos alunos e o desenvolvimento cognitivo prévio”. A investigação em Educação Matemática e a prática devem identificar e estudar estes contextos de referência.

Vários autores salientam a necessidade de considerar os contextos sociais e institucionais específicos de crescimento do conhecimento matemático na escola como opostos ao conhecimento matemático ‘científico’ (Godino & Batanero e Sfard, a segunda muitas vezes evocando a teoria da transposição didáctica elaborada por Chevallard).

A questão ‘O que é a Matemática?’ foi uma das mais debatidas questões da Conferência. Começou com a afirmação de Brousseau na sua conferência plenária de que actividades como comunicar Matemática e organizar o conhecimento matemático não são usualmente consideradas como actividades matemáticas pelos matemáticos. Aqueles que não produzem Matemática original não são considerados como matemáticos. Brousseau disse que o desafio da Educação Matemática como campo de investigação é encontrar meios científicos de legitimar as actividades acima mencionadas, mas, acrescentou, “isto requer uma séria reconsideração por parte dos matemáticos e dos outros do que é a Matemática”.

‘O que é a Matemática?’ é, realmente, uma importante questão para a Educação Matemática. Para Ronnie Brown, um dos matemáticos convidados para a Conferência, esta é mesmo a questão central da Educação Matemática. Ele escreve no seu capítulo que sem dar atenção à “própria Matemática, como é feita, qual o seu valor, para onde é que avança, e o modo como avança, ... nós podemos ter Hamlet sem o príncipe”, e “se é pouco claro o que é a Matemática, quais são os seus principais resultados, e o que constitui o seu desempenho, então que esperança haverá de ensiná-la de um modo claro, ou de fazer novas sugestões práticas de como deve ser ensinada mais eficazmente?”

A questão ‘O que é a Matemática?’ está também implicada nos aspectos práticos tais como: O que deve contar como conhecimento matemático para os que fazem desenvolvimento curricular ou para os políticos da educação? A ‘comunicação matemática’ é uma actividade matemática que deve ser ensinada explicitamente (e avaliada)? De um modo mais geral, o que é ‘uma actividade matemática’? Muitos autores concordam que o núcleo da investigação em Educação Matemática deve estar relacionado com a identificação de ‘actividades matemáticas’, o seu estudo, e a concepção de modos pelos quais os estudantes podem ser motivados para se envolverem em tais actividades. Os pontos de vista começam a divergir na questão do que é que se considera como actividade matemática.

Na Educação Matemática, muitas das vezes nós alargamos o significado de ‘Matemática’ (para além do que os matemáticos universitários usualmente chamam de Matemática – ver o capítulo de Sfard). Brousseau quis incluir a comunicação de resultados e a organização do conhecimento matemático, uma visão que encontra eco no argumento de Ronnie Brown de que o processo de encontrar formas apropriadas de expressão, “de *tentar compreender no sentido de explicar aos outros*” (ênfase nossa), pode desempenhar um papel crítico no desenvolvimento da Matemática. Wittmann incluiu na Matemática todos os usos sociais e modos de expressão que são matemáticos na sua natureza mas não são estudados na universidade.

### Teoria e prática

A questão das relações entre teoria e prática foi outro assunto fortemente debatido na *ICMI Study Conference*. Houve uma grande divisão entre os pontos de vista. Por um lado, havia quem visse uma dicotomia acentuada entre a teoria e a prática (por exemplo, Margolinas, Brousseau e Balacheff). Por outro lado, havia quem aparentemente concordasse com a tese de Begle e Gibb (1980, p. 3), segundo a qual existe um contínuo de actividades

práticas e intelectuais entre as questões “Qual é o caso?” (teoria) e “O que fazer?” (prática) (por exemplo, Bishop e Hatch & Shiu).

Margolinas propõe a perspectiva que a teoria é separada da prática pela distinção entre factos e fenómenos. Um facto é uma afirmação isolada que pode ser verificada (estatisticamente ou por outro método). Por exemplo, “os alunos têm dificuldades com a noção de limite”, é um facto. Para se tornar um fenómeno, esta afirmação deve ser enquadrada numa teoria que o explique. Margolinas sugere que a investigação deve ter em conta os factos e a prática deve ter em conta os fenómenos. Durante o debate, Balacheff criticou veementemente o uso de termos “híbridos” como *professor-investigador* ou *investigação-acção*. Uma analogia usada por Balacheff é a de que: “Não se pode ser um professor investigador do mesmo modo que não se pode ser o seu próprio psicanalista”.

No entanto, Hatch e Shiu afirmam no seu capítulo que, pelo contrário, ‘a professora de Matemática está numa posição única que lhe permite investigar – e registar – aspectos do seu ensino, da sua sala de aula e dos seus alunos, que não estão à vista de mais ninguém’. Citando Schön, estes autores propõem que o professor enquanto “profissional reflexivo”, pode contribuir para o corpo de conhecimentos chamado “Educação Matemática” tornando-se “um investigador no contexto da prática”:

[O profissional reflexivo], não estando dependente das categorias das teorias e técnicas estabelecidas... Constrói uma nova teoria do caso único... Não separa os fins dos meios, mas define-os interactivamente ao enquadrar uma situação problemática. Não separa o pensar do fazer, raciocinando até chegar a uma decisão, a qual deverá mais tarde converter em acção. Visto as suas experimentações serem um tipo de acção, a implementação constitui uma parte integral da sua pesquisa (*inquiry*). (Schön, 1983, p. 68)

Enquanto professores-investigadores, os professores não só planificam, ensinam, e criam um registo das suas planificações e da sua prática lectiva, como também analisam, teorizam e procuram dar conta dos eventos na sala de aula, discutem as suas reflexões com outros professores-investigadores e consultam a bibliografia existente sobre tópicos relevantes.

Tal como Wittmann, Hatch e Shiu esboçam uma analogia entre a Medicina e a Educação Matemática. Ambos são campos da prática, nos quais observadores-investigadores e profissionais reflexivos colaboram na construção de um corpo de conhecimentos baseado em teoria e em estudos de caso acumulados. Contudo, contrariamente ao que acontece na

Medicina, Hatch e Shiu dizem que a “Educação Matemática tem poucos mecanismos formais para comparar e disseminar a investigação do profissional”.

Ao sublinhar o facto de que a *investigação do profissional* não só significa reflexão sobre a própria prática enquanto professor, mas também o registo dos seus aspectos e a explicação da mesma com base nas teorias existentes ou em teorias em desenvolvimento, Hatch e Shiu rejeitam a visão simplista da investigação-acção, visão esta que a reduz a inovação espontânea e reflexão sobre a prática. No seu capítulo, Hart aponta para os perigos de fazer acreditar aos professores que a reflexão sobre a prática é investigação: “Ao identificar a reflexão sobre a prática com a “investigação”, encorajamos os professores a pensar que se trata de uma actividade especial e não algo que se espera de *todos* os profissionais de sala de aula” (ênfase no original).

A discussão até agora tem sido acerca da distinção entre a teoria da Educação Matemática e prática de ensino. Mas, como aponta correctamente Vergnaud, na investigação em Educação Matemática a questão da teoria/prática surge em dois contextos: a Matemática (uma actividade prática versus um corpo de saberes teóricos) e a Educação Matemática (prática de ensino versus construção teórica e investigação dessa mesma prática). Esta dualidade é o motivo porque a Educação Matemática necessita de uma abordagem mais geral desta questão, de uma “teoria da prática” mais geral. Vergnaud propõe uma base possível para uma teoria desta natureza. Ele parece dizer que tanto a noção de prática que exclui a conceptualização como a noção de construção da teoria e compreensão que exclui certas competências práticas, ou são ingénuas ou então não têm em conta o que acontece nos seres humanos face a determinadas situações. A sua teoria da prática foi elaborada com base nos dois conceitos fundamentais de *competência* e *esquema*. O conceito de competência permite aos seres pensantes, em qualquer nível de desenvolvimento e experiência, ordenar e processar informações de modo a gerar objectivos, acções e expectativas. “O conceito de esquema é essencial para perceber a estrutura cognitiva das competências.”

Para Margaret Brown, a investigação pode revelar-se particularmente benéfica para os profissionais quando procede através do que denomina *conceptualização iterativa*. Trata-se de um processo no qual os dados são refinados por avanços e recuos entre o domínio do professor e do aluno e o domínio do investigador. Esta abordagem pode fornecer modelos de comportamento e crenças e a compreensão deste facto, embora o limite em vários aspectos, pode permitir tanto ao investigador como ao professor, pensar de uma maneira mais focalizada sobre a prática, particularmente quando a investigação é conduzida por uma equipa.

Gravemeijer chama a atenção para o valor da investigação de desenvolvimento (*developmental research*), não só no que diz respeito ao desenvolvimento de materiais curriculares, mas também relativamente à produção de uma teoria instrucional específica para o domínio da Matemática. Tal como Margaret Brown, Gravemeijer fala de processos cíclicos, que designa de *reflexivos*. Nestes processos cíclicos, o desenvolvimento da teoria constitui tanto *input* como *output* do desenvolvimento de cursos e actividades instrucionais. Gravemeijer oferece alguns métodos heurísticos para o *design* instrucional tirados da longa experiência do Instituto Freudenthal, na Holanda, que tem vindo a promover a Educação Matemática com um carácter que pretende ser verdadeiramente “realista” (isto é, experiencialmente real para os alunos).

A questão das relações entre teoria e prática é muito importante em Educação Matemática. É com certeza importante do ponto de vista das metodologias de investigação. Mas é também igualmente importante, num sentido diferente, ao nível do desenvolvimento curricular, onde está envolvida numa variedade de questões, tais como: Como é que o pensamento matemático está relacionado com o pensamento prático? Pode o pensamento matemático ser desenvolvido através da ‘aprendizagem da Matemática em contexto’, ou de ‘instruções fixas’ ou da ‘Matemática realística?’ Será a ‘Matemática realística’ ou ‘Matemática em contexto’ é ainda Matemática? Uma vez mais, a questão implícita é, na verdade, ‘O que é a Matemática?’, e é possível ver como este assunto tende em vir à tona qualquer que seja o tópico que se pretende abordar na Educação Matemática.

### **Resultados de investigação**

Ao discutir questões de investigação em Educação Matemática, está-se também a examinar, implicitamente, o que os educadores matemáticos podem considerar um resultado (importante) da investigação. A questão de que tipo de resultados podem estar presentes na investigação em Educação Matemática, foi explicitamente abordada no Documento para Discussão e no capítulo de Boero e Szendrei. O capítulo de Kieran demonstra a preocupação com uma categoria particular de resultados, nomeadamente teorias e modelos (ou “perspectivas teóricas”, usando aqui a categorização de Boero & Szendrei).

Enquanto que a categorização proposta no Documento de Discussão se preocupa com os efeitos que os resultados da investigação produzem naqueles que os vão utilizar – “estimulantes da prática”, “economizadores do pensamento”, “demolidores de ilusões” – Boero e Szendrei classificam os resultados de acordo com os aspectos característicos e

contrastantes dos diferentes produtos da investigação: 'padrões inovadores' relacionados com o ensino de um determinado tópico; 'informação quantitativa' acerca das consequências de escolhas didácticas específicas, dificuldades dos alunos, e por aí fora; 'informação qualitativa' acerca dessas questões (como uma certa inovação foi implementada, como os alunos aprendem e como resolvem problemas, etc.); e 'perspectivas teóricas' ou teorias pertencendo ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

Segundo Boero e Szendrei, tanto professores como matemáticos esperam que os resultados da investigação em Educação Matemática pertençam principalmente às categorias de 'padrões de inovação' ou 'informação quantitativa'. Mas, dizem estes autores, há certas contradições inerentes a essas expectativas que podem ser resolvidas com a ajuda de resultados obtidos por meio da investigação teórica e qualitativa, que também pode ser mais valorizada pelos investigadores. Por exemplo, espera-se que as inovações sejam eficazes e reproduzíveis. Mas no entanto, não se pode perceber porque é que algumas inovações se revelaram eficazes e outras não sem identificar e analisar as condições para o sucesso de um projecto inovador. O conhecimento dessas condições deve ser baseado em observações feitas a longo prazo dos processos de sala de aula em interacção com o uso e o desenvolvimento de uma perspectiva teórica.

Boero e Szendrei não negam por completo o valor da análise estatística de dados (a 'informação quantitativa' é, na maioria dos casos, fornecida através deste tipo de análise), como acontece no capítulo de Ellerton e Clements, por exemplo. Boero e Szendrei dizem unicamente que por causa do interesse dos professores nos dados quantitativos, existe o risco de que certas versões simplificadas de resultados obtidos por métodos estatísticos (simplistas) podem tornar-se muito populares e levar a decisões educacionais erróneas e até prejudiciais. Eles apelam a uma análise estatística mais sofisticada e multidimensional e apelam também a uma melhor compreensão do contexto e das condições nas quais um levantamento de dados (*survey*) foi conduzido.

Algumas questões em Educação Matemática apelam claramente para métodos estatísticos de análise de dados. Eis um método, proposto por R. Gras (1992): algumas estratégias de resolução de problemas foram identificadas numa série de estudos de caso feitos usando métodos qualitativos. Será possível associá-los de uma forma coerente com certas concepções matemáticas que os alunos possuem? Será que estas concepções estão a evoluir, e sendo assim, como? Durante alguns anos, Gras, um investigador em Educação Matemática que trabalha em França, tem vindo a desenvolver um método exploratório de análise de dados. Gras tentou aplicá-lo na investigação do "comportamento experimental"

(*probing behavior*) dos alunos e as suas concepções da probabilidade condicional (Gras, 1996). Como o trabalho de Gras demonstra, a questão dos “métodos qualitativos *versus* métodos quantitativos” resume-se a uma questão de equilíbrio. Boero e Szendrei sustentam que as “perspectivas teóricas” e as “informações qualitativas” são necessárias para manter os resultados da análise estatística de dados sob controle.

Mason, no seu capítulo, toma uma perspectiva inteiramente diferente sobre os resultados da investigação. Ele vê os produtos da investigação em Educação Matemática como sendo transformações naqueles que fazem a investigação e naqueles que são influenciados por ela. Tanto o investigador como o leitor são vistos como estando empenhados num processo de auto-transformação no qual, quer a investigação quer a prática fornecem ocasiões para a sensibilidade, para se estar atento à sua prática e para, ao mesmo tempo, reflectir sobre a mesma. A investigação eficaz muda a maneira de ser de cada um, a investigação progride “do interior”. Consequentemente, os resultados não podem ser entregues a outros para estes os “usarem”; em vez disso, têm de ser produzidos de novo pela reconstrução da nossa própria actividade.

### **Critérios para avaliar a investigação**

O *ICMI Study* mostrou que os educadores matemáticos se sentem geralmente incomodados com a ideia de estabelecer de uma vez por todas critérios definitivos para avaliar a qualidade da investigação em educação matemática. Alguns recusam adoptar quaisquer critérios, mesmo provisórios (susceptíveis de evoluir) ou básicos. Em alternativa, propõem identificar os problemas candentes que se confronta a investigação em educação matemática num momento e lugar histórico particular e definir as abordagens e métodos específicos para cada problema, separadamente. Tal é a posição de Ellerton e Clements, que negam veemente a aplicabilidade à investigação em educação matemática de critérios tradicionais de avaliação da investigação educacional como a relevância, a validade, a objectividade, a originalidade, o rigor e a precisão, a capacidade preditora, a replicabilidade e a relação com a investigação existente.

Outros, tais como Hart, reconhecem a necessidade de estabelecer critérios básicos – acentuando que os critérios têm de ser tornados públicos e abertos ao escrutínio, à crítica e à discussão – se a educação matemática se quer estabelecer como uma profissão com algo a oferecer aos utilizadores da sua investigação. Critérios explícitos, partilhados, são também

vistos por Lester e Lambdin como necessário para o processo de iniciar recém-chegados ao campo.

Hart propõe e discute cinco “critérios básicos” para a investigação na educação matemática: (1) Existe um problema; (2) Existe evidência ou dados; (3) O trabalho pode ser replicado; (4) O trabalho é relatado; e (5) Há uma teoria. Esta lista pode ser relacionada com os critérios tradicionais acima mencionados: o critério 1 é relacionado com a relevância; 2, à objectividade e à validade, 3 à replicabilidade e 5 à relação com a investigação existente, ao menos em parte. O critério 4 – o trabalho é relatado – não é listado entre os critérios tradicionais porque, usualmente, é considerado como óbvio. Investigação o que não foi relatada só pode ser avaliada pelo investigador e não por uma pessoa exterior. No mesmo sentido que uma prova não é uma prova até que seja feita em público de modo a poder ser examinada e criticada, uma investigação não é investigação se não for relatada.

Usando a metáfora do navio de Theseus, Lester e Lambdin sugerem que o que foi compreendido como investigação em educação matemática há 20 anos e hoje dificilmente pode ser considerada o mesmo objecto. Concluem que para se manter em contacto com a realidade em mudança desta investigação, é necessário um diálogo contínuo sobre os critérios para avaliar sua qualidade. Por agora, estes autores propõem critérios tais como “valer a pena” (*worthwhileness*), “competência”, “abertura” (isto é, tornar explícitos os pressupostos teóricos e as preferências pessoais, bem como as metodologias e técnicas de investigação), “ética”, “credibilidade”, e um conjunto de valores intangíveis tais como a “clareza”, a concisão e a originalidade.

O critério da ética de Lester e de Lambdin é ecoado por Sowder, que considera algumas das questões éticas que se levantam na investigação e de como podem ser encaradas. “Os investigadores têm responsabilidades para com diversos grupos: para com os participantes, as agências ou os patrocinadores que financiam, a comunidade científica, a sociedade e, em último mas não menos importante, a si mesmos. Os conflitos nas responsabilidades aos diferentes grupos podem levantar difíceis dilemas éticos. O uso dos métodos qualitativos de investigação, que põem os investigadores em contacto próximo e prolongado com professores e alunos, foi ponderoso para tornar as questões éticas críticas para os investigadores e a atenção às questões éticas um critério importante para a avaliação da investigação.

Hanna opõe-se à opinião de Hart e de Lester e Lambdin, segundo a qual deve haver um conjunto público e partilhado de critérios. Diz que em muitas revistas (não somente em educação matemática), os editores confiam fortemente nas opiniões pessoais dos revisores.

Toma uma posição realística: O seu capítulo visa “examinar o fosso entre os princípios da qualidade de um artigo de investigação tal como indicado nas orientações de certas revistas e a prática do processo de revisão”. Conclui que, porque um conjunto de critérios precisos será provavelmente impossível alcançar, os investigadores devem pôr-se de acordo com orientações gerais para permitir a experimentação com novos paradigmas e várias combinações de abordagens. Para Hanna, a responsabilidade da qualidade da investigação publicada continuará a basear-se em última análise mais nos revisores e ainda mais nos editores de revistas, e é importante que quem assumir estes papéis esteja ciente da sua responsabilidade.

### Organização do campo

Os capítulos anteriores contêm informação sobre a organização da investigação em certos países, representada pelos autores. Por exemplo, em França, um papel importante no desenvolvimento da investigação em Educação Matemática é feito por institutos designados por IREMs (*Instituts de Recherche en Didactique des Mathématiques*). Institucionalmente, eles estão ligados aos Departamentos de Matemática nas Universidades; o director de um IREM deve ser um matemático. Estes institutos são, também, o ponto de encontro entre investigadores e professores de Matemática que participam nos *workshops*.

Na Itália e Hungria, segundo os autores, a Educação Matemática também está institucionalmente ligada aos departamentos de Matemática. Boero e Szendrei afirmam que, “nos respectivos países, grande parte dos investigadores em Educação Matemática são matemáticos e trabalham nos departamentos de Matemática”. Por outro lado, como em França, há, a nível institucional, colaboração entre investigadores universitários de Educação Matemática e professores de Matemática.

No Reino Unido, a situação é ligeiramente diferente, sendo os professores são muito mais autónomos e as suas iniciativas concretizadas pela da auto-organização das associações de professores. Por exemplo, a ATM (*Association of Teachers of Mathematics*) tem grupos de trabalho em vários temas (por exemplo, resolução de problemas, imagens em álgebra, intervenção do professor, uso do Logo na sala de aula, implicações do construtivismo e psicanálise no ensino e aprendizagem da Matemática). A MA (*Mathematical Association*) está mais interessada em promover a investigação no ensino da Matemática nos níveis secundário e superior. No Reino Unido, segundo Hatch e Shiu, há uma tradição em investigação-acção. As investigações dos professores têm sido promovidas por projectos

nacionais tais como o projecto LAMP (*Low Achievers in Mathematics Project*), em 1987, e o projecto PRIME (*Primary Initiatives in Mathematics Education Project*), em 1991. Acredita-se que na formação inicial dos professores se deve incluir investigação orientada para as práticas de ensino, e a Universidade Metropolitana de Manchester tem desenvolvido um programa incluindo essa investigação. Na Universidade Aberta (Open University), investigadores colaboram com professores na reflexão sobre as práticas e assim ficar mais preparados para tomarem o controlo de mudanças nas práticas escolares.

Na América do Norte, os investigadores em Educação Matemática podem ser membros de um Departamento de Matemática, mas a maioria pertence a uma escola, instituto (*college*) ou Departamento de Educação. Professores e investigadores, no Estados Unidos da América e Canadá, estão crescentemente envolvidos em programas de investigação em Educação Matemática e muitos programas de formação de professores, especialmente de formação contínua, dão aos professores oportunidades para se envolverem em investigação-acção.

Romberg, no seu capítulo, discute o “colégio invisível” (*“invisible college”*) – colegas da mesma área que estabelecem prioridades para investigação, seleccionam e orientam alunos, comunicam, e estruturam o conhecimento no campo, mesmo que não estejam situados na mesma instituição. Recorrendo à sua experiência no Centro Nacional de Investigação em Educação das Ciências Matemáticas dos EUA, ilustra como um programa de investigação pode crescer a partir desta sua estratégia de interacção, construindo uma organização social que apoia a colaboração, não só no tempo e no espaço, mas também nos interesses, fundamentos (*background*) e experiência especializados.

Quando estão a trabalhar com matemáticos ou outros educadores, os investigadores em Educação Matemática lamentam-se das dificuldades com que se deparam no reconhecimento do seu trabalho como investigação e sobre os problemas em adquirir graus académicos apropriados. No seu capítulo, Boero e Szendrei sugerem possíveis razões para essas dificuldades.

### **História do campo**

Numa discussão do presente *ICMI Study* no Oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em Sevilha em 1996, várias pessoas sugeriram que este livro deveria conter um capítulo traçando a história da Educação Matemática como um campo de pesquisa. A proposta era interessante e importante, mas nós acreditamos que, nesta altura,

precisamos de um livro e não de um capítulo. Já existem capítulos em livros que abordam estas questões, usualmente na perspectiva da comunidade representada pelo autor (por exemplo, Kilpatrick, 1992). No presente livro, podemos encontrar esboços do desenvolvimento histórico de certas tendências em três países (França, Alemanha e Itália), e pode-se ver quão complexas e não sobrepostas são as suas trajetórias. Estes esboços deviam acautelar-nos contra a inevitável simplificação de qualquer “história geral do mundo” de pesquisa em Educação Matemática que pudesse ser escrita em 30 páginas.

Vom Hofe descreve a evolução de uma tendência na Didáctica alemã, usualmente referida como “*Stoffdidaktik*” (arte e ciência de fazer aprender). Esta tendência é baseada no pressuposto que a tarefa primordial da Didáctica da Matemática é identificar e encontrar formas de gerar nos estudantes as “ideias básicas” (*Grundvorstellungen* – apresentação básica) ou intuições dos conceitos matemáticos ensinados na escola. Desenvolvimentos recentes incluem pesquisa sobre as imagens dos conceitos matemáticos dos alunos individuais. Desde a década de 70, uma tendência alternativa na Didáctica da Matemática alemã tem vindo a igualmente desenvolver-se, sendo tratada no capítulo de Steinbring.

Arzanello e Bartolini-Bussi oferecem um estudo de caso da evolução da pesquisa em Educação Matemática em Itália. A tendência que prevalece desde 1988 é a investigação que implica inovação conduzida como investigação e não apenas como acção de sala de aula. A abordagem é diferente da que é caracterizada por Hatch e Shiu como popular no Reino Unido porque em Itália os professores trabalham como profissionais reflexivos não por si sós mas em estreita colaboração com – podemos mesmo dizer, com a orientação de – investigadores de Educação Matemática das universidades.

Artigue vê as raízes dos presentes elos fortes dos didácticos franceses com os matemáticos e os seus interesses de pesquisa em duas reformas curriculares: a reforma geral do currículo escolar de 1902 e a reforma da Matemática moderna da década de 60. Ambos atraíram a participação de muitos eminentes matemáticos franceses. A primeira reforma focou-se mais nos conteúdos matemáticos, tal como na Alemanha e na Itália. Artigue diz, contudo, referindo-se às palestras e artigos de Poincaré, “havia uma clara vontade de adaptar os conteúdos e processos de ensino aos potenciais cognitivos dos alunos”. O fracasso do movimento de reforma da Matemática moderna em França demonstrou “que a perícia matemática, complementada por alguns princípios pedagógicos e psicológicos gerais, não foi suficiente para promover uma organização e gestão efectiva da complexa realidade de ensinar Matemática para todos.” Outras formas de conhecimento precisavam de ser desenvolvidas, com uma maior compreensão do sistema educativo.

## A formação de futuros investigadores

Gjone, baseado na sua experiência nos países nórdicos e noutros países, analisa programas de estudo avançado em educação matemática, relacionando-os com estudos em ciências básicas. Ele repara que os alunos que ingressam num programa para formação de investigadores em educação matemática são oriundos na sua grande maioria da Matemática, das Ciências da Educação e do ensino. Consequentemente, podem ser muito unilaterais (*one-sided*) na sua preparação, necessitando de programas muito diferentes para a sua preparação.

O estabelecimento de programas que coordenam as diferentes partes da educação matemática coloca uma grande variedade de questões, como Gjone salientou. Na Noruega, por exemplo, existem duas tradições na investigação em educação matemática – uma baseada num vasto estudo da Matemática a outra no estudo da Pedagogia Geral. Tem sido difícil desenvolver programas que integrem Matemática, Educação, outras disciplinas escolares, e prática de ensino num programa com a mesma extensão dos que envolvem um único assunto. O resultado tem sido o de tornar alguns programas ainda mais extensos do que o que já eram. Além disso, uma vez que não existiam até há bem pouco tempo posições académicas na educação matemática na Noruega, a avaliação de teses em educação matemática era assegurada por investigadores de outros campos. Ainda que dê ênfase à necessidade de diversificação nos programas, Gjone refere que a preparação de investigadores em educação matemática deveria ser do tipo de estudo académico aberto que encontramos nas ciências básicas, no qual a especialização é adiada. Não deveria ter a estrutura que se encontra em alguns programas de estudos profissionais nos quais o objectivo e direcção estão determinados *a priori*.

Muitos autores de capítulos contrapõem a visão geralmente aceite pelos matemáticos, que ‘o ensino eficaz da Matemática é essencialmente baseado em bom conhecimento “técnico” dos tópicos a serem ensinados e na qualidade do professor enquanto “artista” que se fez por si próprio’ (Boero e Szendrei). Mas o que é que significa ‘conhecimento técnico’ neste contexto? Muitas vezes significa simplesmente disciplinas formais de análise infinitesimal, álgebra linear, álgebra abstracta, probabilidades e estatística e outras do género. Contudo, os educadores matemáticos referem que estas disciplinas não preparam os estudantes para ensinar e fazer pesquisa no ensino e aprendizagem da Matemática elementar nas escolas. Reclamam cursos em “Matemática elementar” ou “Matemática escolar” assim como “Matemática da rua” ou “etnomatemática” (talvez de um “ponto de vista mais elevado”!).

Também reclamam a criação de uma escola experimental na qual os professores possam receber formação (existe uma escola deste tipo em França sob a direcção de Brosseau).

Ronnie Brown refere que quando nos preparamos para ensinar ou comunicar algo, muitas vezes temos que repensar e reformular a nossa compreensão acerca desse assunto porque somos confrontados com questões que não nos surgiram quando aprendemos esse conteúdo enquanto estudantes. Estas novas questões explicam a necessidade desta mudança radical de entendimento que deve ser adquirida durante a preparação de professores e investigadores. Os educadores matemáticos reconhecem a importância de repensar a nossa compreensão acerca dos matemáticos a fazer investigação, mas também reconhecem a importância de se conhecerem metodologias de investigação. Alguns optam pela formação de investigadores em metodologias utilizadas em disciplinas vizinhas. Por exemplo, Lester e Lambdin referem que os programas de formação pós-graduada em educação matemática devem ter em conta as tradições em investigação em certos campos como Antropologia, Psicologia e Sociologia.

Outros afirmam que a especificidade da investigação em educação matemática não permite a simples apropriação de técnicas de investigação, metodologias e teorias de disciplinas vizinhas. Normalmente, é necessária uma adaptação, ou têm de ser desenvolvidas teorias e metodologias originais dentro do domínio da educação matemática.

### **A educação matemática segundo os olhos dos matemáticos**

O capítulo de Ronnie Brown e a entrevista de Sfard com Shimshon A. Amitur revelam aquilo que os matemáticos esperam da educação matemática. O seu ponto de vista deste domínio é consideravelmente diferente do ponto de vista dos educadores matemáticos (*insiders*). Mesmo o termo usado no título do *ICMI Study*, parece ter um significado diferente para eles. Para Brown, a tarefa da investigação em educação matemática é a de encontrar formas de ensinar a Matemática de uma forma clara e eficaz. Ensinar Matemática é uma actividade e, como tal, pretende alcançar certos resultados. Esta meta ideal, ou objectivo, é a visão de uma pessoa matematicamente educada. A investigação em educação matemática devia ser clara à cerca deste objectivo e devia encontrar formas de o atingir. Este ponto de vista da investigação em educação matemática, está centrado no estudo da Matemática, na sua comunicação, na concepção de cursos e manuais mais do que em questões psicológicas, sociológicas ou filosóficas e epistemológicas.

Estas expectativas dos matemáticos podem ser consideradas pelos investigadores em educação matemática como ingénuas, mas elas são reais e bastante bem fundamentadas. Os tópicos e as questões em que os investigadores se concentram na sua actividade profissional, têm impacto nas conferências, seminários e cursos que oferecem. Muitos investigadores em educação matemática leccionam cursos para professores, na formação inicial ou contínua. Se, por causa dos seus interesses de pesquisa, os investigadores preparam os professores discutindo em profundidade, digamos, as diferenças epistemológicas entre o construtivismo e a teoria da actividade e não preparam professores para analisar matematicamente aquilo que estão a ensinar e como estão a ensinar, então estes investigadores estão provavelmente a desperdiçar o tempo dos seus alunos.

### **A educação matemática e as outras disciplinas académicas**

Os educadores matemáticos queixam-se frequentemente da dificuldade das relações, não só com os matemáticos propriamente ditos, mas também com os representantes de outras disciplinas académicas e mesmo da educação em geral. Ecos destas queixas foram ouvidos na *Study Conference* e podem ser encontrados nos capítulos anteriores.

Alguns autores reflectiram nas razões desta situação. Por exemplo, Wittman diz que a investigação em educação matemática tem dificuldade em que lhe seja atribuído um estatuto de ciência enquanto ciência humana porque ela trabalha na fronteira de disciplinas como a Psicologia, Sociologia, História e Filosofia e não no seu centro. Consequentemente, os resultados são considerados triviais ou irrelevantes pelos que trabalham nestas disciplinas. A educação matemática apresenta dificuldades como ciência de concepção (*design science*), porque estas ciências têm tido tradicionalmente pouca receptividade na academia.

### **A educação matemática como uma comunidade de investigação**

Desenvolver a comunicação e a cooperação internacional é um problema significativo na educação matemática, mas não há soluções fáceis se o objectivo é evitar a "colonização". Vários autores destacam a falta de comunicação entre comunidades de investigadores que falam linguagens diferentes ou empregam perspectivas teóricas diferentes. Nenhum destes obstáculos pode ser ultrapassado facilmente. Um conhecimento fluente de línguas estrangeiras pelos diplomados universitários, por exemplo, requer planificação e muitos recursos. Além disso, a familiaridade com uma linguagem não implica necessariamente uma familiaridade

com a cultura do investigador que usa essa linguagem. Tal como Sekiguchi argumenta, a prática de investigação em educação matemática é ela própria social e culturalmente situada; é constrangida por normas locais, objectivos e valores. Argumentos sobre a epistemologia ou metodologia característicos dos investigadores de um país podem ser vistos com ironia, desdém ou incompreensão pelos seus colegas de outros lugares.

Existem, é claro, vantagens em permanecer numa só tradição de investigação. Gravemeijer atribui muito do sucesso do programa da “educação matemática realística” na Holanda pelo facto de trabalhar “na mesma tradição de investigação durante tanto tempo”. Também as comunicações de outros autores revelam o valor que para eles têm as tradições que subjazem às suas investigações. Mas virtualmente todos parecem interessados em descobrir como é que os colegas noutros sítios pensam sobre as suas investigações e as conduzem.

Os investigadores, muitas vezes, não citam outros trabalhos ou não fazem comparações com outras escolas de investigação, não por causa de falta de boa vontade, mas, como apontam Boero e Szendrei, por causa de verdadeiras incompatibilidades até mesmo no significado de palavras entre diferentes tradições de investigação. A comparação de paradigmas deve ser considerada, ela próprio, um problema de investigação. Boero e Szendrei apelam a um novo tipo de encontro internacional que seria dedicado especialmente a este problema: discussão e comparação de diferentes abordagens teóricas a um tópico comum na educação matemática. Vários investigadores têm observado que, os encontros que agora existem ou são enormes mercados de informação sortida (como os *International Congresses on Mathematics Education*), onde as discussões estão condenadas a ficar por um nível muito superficial, ou são pequenas reuniões familiares, onde as pessoas parecem se entenderem sem entrarem em explicações detalhadas ou justificações.

Pode ser defendido que a educação matemática pode ser, na base, um campo de prática tão localmente determinada que muitas das suas questões de investigação não podem ser colocadas, nem adequadamente postas através da comunidade internacional. Parece não ser acidente o facto das questões de investigação mais fáceis de discutir serem as que lidam com tópicos curriculares (por exemplo, funções, resolução de problemas, demonstração) cuja interpretação não está aberta a muita discussão. Mas os estudantes aprendem conteúdos matemáticos específicos dentro de condições específicas de prática e essas são difíceis de generalizar. Pode acontecer que importantes questões de investigação sejam ignoradas na comunidade de educação matemática “porque não se relacionam facilmente com abstracções

ou universais, requerendo em vez disso atenção às *nuances* dos contextos educacionais locais” (Silver & Kilpatrick, 1994, p. 750).

Na educação matemática, temos um campo que não é tão universal como a Matemática tal como é entendida tradicionalmente, e temos investigação que frequentemente não é facilmente transportada de uma sala de aula para uma sala de aula adjacente, para não falar de uma que pode estar a meio mundo de distância. Contudo, a educação matemática parece ser muito parecida com a Matemática no seu poder para possíveis cooperações e colaborações entre fronteiras políticas. A procura da nossa identidade comum como investigadores em educação matemática ainda não acabou, mas o presente livro incentiva a existência de um campo no qual um discurso internacional sério sobre empreendimentos colectivos não é só possível como também frutuoso.

### Referências

- Balacheff, N. (1990). Towards a problématique for research on mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(4), 258-272.
- Begle, E. G.: 1979, *Critical variables in mathematics education*. Washington, DC: Mathematical Association of America and the National Council of Teachers of Mathematics.
- Begle, E. G. & Gibb, E. G.: (1980). Why do research? In R. L. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education* (pp. 3-19). Reston, VA: National Association of Teachers of Mathematics.
- Cackowski, Z. (1964). *Problemy i pseudoproblemy*, Warsaw: PAIN.
- Gras, R. (1992). Data analysis: A method for the processing of didactic questions. In R. Douady & A. Mercier (Eds.), *Research in didactique of mathematics: Selected papers* (pp. 93-106). Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Gras, R. (1996) *L'implication statistique: Nouvelle méthode exploratoire des données*, Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education, in D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 3-38). New York, NY: Macmillan Publishing Company.
- Schon, D. A. (1983) *The reflective practitioner*. London: Temple Smith.
- Sierpiska, A. (1994). Report on an ICMI Study: What is research in mathematics education and what are its results?, *Proceedings of the 1994 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, University of Regina, Regina, Saskatchewan, June 3-7*, 177-182.
- Silver, E. A., & Kilpatrick, J. (1994). ‘E pluribus unum’: Challenges of diversity in the future of mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 734-754.
- Thurston, W. P.: (1994). On proof and progress in mathematics. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 30(2), 161-177.