Radiação de Ondas Eletromagnéticas

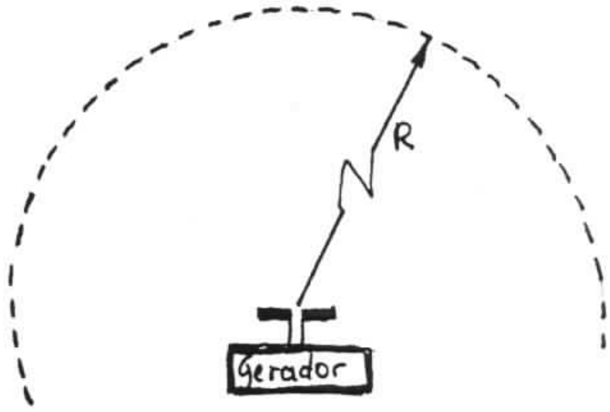
Radiação é o processo pelo qual ondas, mecânicas, sonoras ou eletromagnéticas, são geradas. Uma onda é essencialmente uma perturbação no estado de equilíbrio de um meio, que se propaga com velocidade constante, mantendo sua forma inicial se o meio não for dispersivo. Portanto, para se excitar uma onda é ~~necessário~~ necessário se perturbar o meio de alguma forma. Por exemplo, para se gerar uma onda que se propaga ao longo de uma corda esticada é necessário fazer uma de suas extremidades oscilar ou provocar um pequeno deslocamento transversal em algum ponto da corda. Da mesma forma, para se gerar uma onda eletromagnética no vácuo, ou num meio material, é necessário se introduzir uma pequena perturbação, que pode ser um campo elétrico ou um campo magnético que varia com o tempo em algum ponto do espaço. Como campos elétricos são criados por cargas e campos magnéticos por correntes, que nada mais são que cargas em movimento, o campo de radiação eletromagnético é gerado por cargas em movimento. No entanto, como veremos a seguir, no caso do vácuo só há geração de campo magnético por cargas aceleradas. Cargas se movimentando com velocidade constante podem radiar somente se estiverem se deslocando dentro de um meio onde a velocidade da luz for inferior à velocidade da luz no vácuo (c). No entanto, antes de discutirmos estes pontos, vamos ver que condição deve satisfazer um campo eletromagnético para ser considerado um campo de radiação.

Campo de Radiação

Consideremos uma fonte qualquer de ondas eletromagnéticas, por exemplo,

www.tapir.caltech.edu/~teviet/waves/empulse.html uma antena tipo dipolo gerando ondas de rádio, localizada na origem do nosso sistema de referência. Suponhamos que em todo o espaço no entorno da antena não haja nenhum meio absorvedor.

Como já vimos, as ondas eletromagnéticas transportam energia e a potência transportada por unidade de área é dado pelo vetor de Poynting



$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = c\,\epsilon_0\,E^2\,\hat{k}\,.$$

Naturalmente a <u>potência total</u> transmitida pela onda tem que ser igual à potência fornecida pelo gerador. Se nos afastarmos suficientemente da fonte (distâncias muito maiores que o comprimento de onda), podemos supor que a intensidade da onda se distribui uniformemente no espaço. Portanto, considerando uma esfera de raio R (R>>λ) centrada na fonte, a <u>potência total</u> transportada pela onda será a integral do vetor de Poynting em toda superfície da esfera, ou seja,

$$P_{onda} = \int_S \vec{S} \cdot d\vec{A} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} c\,\epsilon_0\,E^2\,R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi = P_{gerador}$$

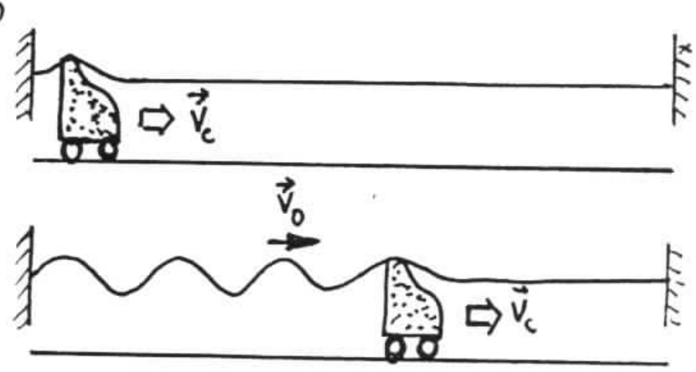
Mantendo a potência do gerador constante, a potência transportada pela onda, <u>em todo o espaço</u>, também tem que ser constante, independente da distância R. Para que isto ocorra, é necessário que, para grandes distâncias da fonte, $E \propto \frac{1}{R}$, de forma que o integrando só dependa das coordenadas angulares.

Portanto <u>o campo de radiação eletromagnético tem que ser proporcional ao inverso da distância à fonte</u> para que haja conservação da energia transportada.

O campo eletrostático de uma carga pontual, $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{e}_r$, por exemplo, não é um campo de radiação.

Cargas em Movimento Uniforme

A primeira possibilidade a ser considerada para geração de ondas eletromagnéticas é então a de uma carga pontual em movimento com uma velocidade $\vec{v}$ constante (módulo e direção). Para averiguar esta possibilidade, vamos novamente considerar o exemplo simples de ondas geradas numa corda esticada. Suponhamos que uma pequena perturbação transversal seja feita numa corda esticada por um carrinho que se desloca sob ela com velocidade constante $\vec{v}_c$, conforme mostra a figura.



A pergunta que gostaríamos de fazer é que condições devem ser satisfeitas para que a perturbação provocada pelo carrinho excite uma onda que se propaga ao longo da corda.

Para pequenas perturbações, a velocidade de propagação da onda na corda $\vec{v}_0$ só depende da tensão com a qual está esticada e da densidade de massa da corda, ou seja das características do meio. Por outro lado, para que a onda seja provocada pelo deslocamento do carrinho, naturalmente o carrinho tem que se deslocar na frente da onda, ou seja, o efeito não pode preceder a causa. Assim, para que a onda seja gerada pelo deslocamento do carrinho, é necessário que a condição

$$V_c > V_0$$

seja satisfeita, onde v_0 só depende das características do meio.

A mesma condição ocorre na geração de ondas eletromagnéticas. Quando uma carga se desloca, o campo por ela produzido provoca uma perturbação no estado de equilíbrio do meio. Para que esta perturbação excite uma onda eletromagnética, é necessário que a velocidade da partícula seja maior que a velocidade das ondas eletromagnéticas. Se o meio fôr o vácuo, a velocidade das ondas eletromagnéticas é c. Do estudo da teoria da Relatividade, sabemos que nenhuma partícula pode se deslocar com velocidade maior que c, de forma que a condição necessária para excitação de ondas eletromagnéticas não pode ser satisfeita. Assim

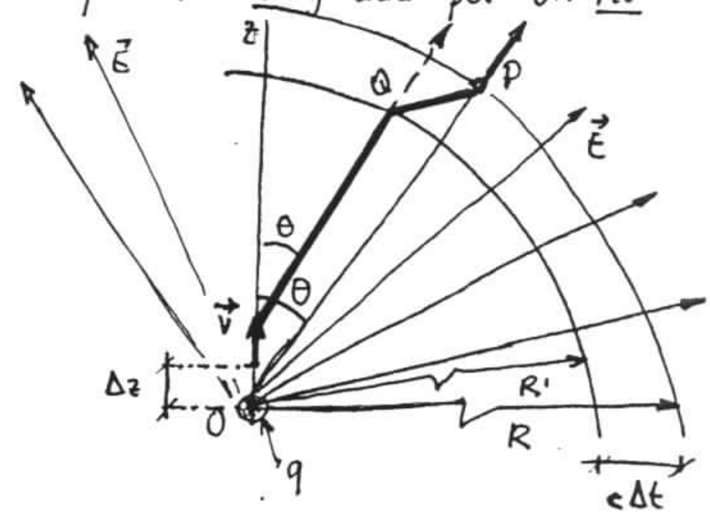
<u>Cargas com velocidade constante não radiam no vácuo.</u>

Se o meio não fôr o vácuo, a velocidade de propagação de ondas eletromagnéticas pode ser bastante inferior a c, como veremos mais adiante. Neste caso, se uma partícula com velocidade relativística (velocidade próxima de c) penetrar no meio, haverá excitação de ondas eletromagnéticas. Este tipo de radiação é denominada <u>radiação de Čerenkov</u> e realmente ocorre em algumas situações especiais, como num reator nuclear do tipo piscina. No entanto, nas fontes convencionais (antenas, lâmpadas, lasers, etc.), <u>as ondas</u>

eletromagnéticas são geradas por cargas aceleradas, devido ao mecanismo de retardamento, que vamos discutir logo a seguir.

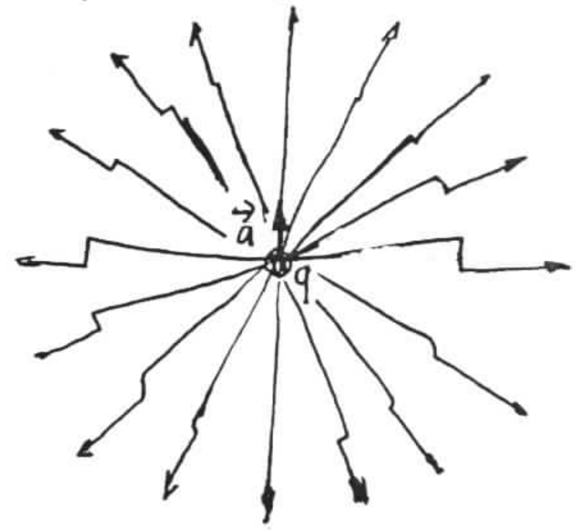
Radiação por Cargas Aceleradas

Nós já vimos que numa onda eletromagnética existe uma componente do campo eletromagnético perpendicular à direção de propagação (nas ondas eletromagnéticas planas, que estudamos, só existem campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ na direção perpendicular a $\vec{k}$; no entanto, em ondas mais gerais, é possível ter também componentes paralelas à $\vec{k}$, além das componentes transversais). Portanto, quando um observador detecta uma onda eletromagnética que se propaga de uma fonte até êle, é necessário haver uma componente do campo elétrico perpendicular à direção de propagação. Esta componente é gerada por um mecanismo de retardamento, devido à velocidade finita de propagação das ondas eletromagnéticas. Para entender este mecanismo, consideremos uma carga q em repouso na origem e um observador num ponto P, a uma grande distância R da origem. Enquanto a carga estiver em repouso, o campo elétrico medido pelo observador é simplesmente o campo de uma carga pontual dado por



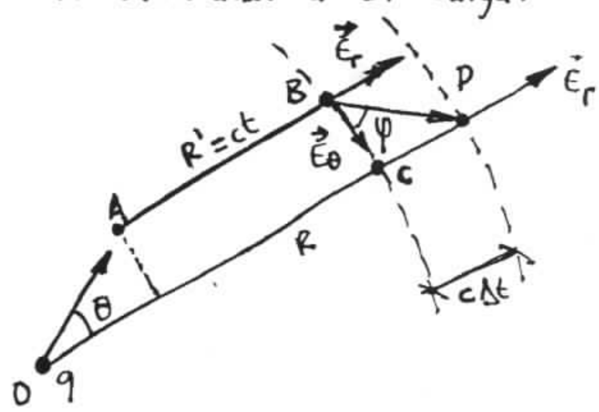
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}\,\hat{e}_R$$

Suponhamos agora que a carga seja acelerada, com uma aceleração constante a, por um breve intervalo de tempo Δt, atingindo uma velocidade final $\vec{v}$, ao longo do eixo z, continuando após em movimento uniforme. Como vimos anteriormente, em movimento uniforme a carga não radia no vácuo e, se supusermos que $|\vec{v}| \ll c$, podemos considerar que o campo da carga continuará sendo dado pelo campo eletrostático de uma carga pontual. No entanto, durante o breve período que a carga é acelerada, é gerada uma perturbação do campo eletromagnético que se propaga por todo o espaço com a velocidade das ondas eletromagnéticas, c. Portanto, o tempo necessário para esta perturbação chegar até o ponto P é $t_P = R/c$. Para tempos $t < t_P$, o campo medido no ponto P continuará a ser o campo eletrostático, como se a carga continuasse localizada na origem. Mas, em pontos localizados a uma distância menor que ct da origem, como o ponto Q na figura, a informação sobre o deslocamento da carga já chegou e o campo medido passa a ser o campo da carga localizada na sua nova posição. A linha de força do campo, que por definição é uma linha tangente ao campo elétrico em cada ponto do espaço, <u>em um mesmo instante</u>, apresenta uma 'quebra' que se propaga com a velocidade c. Esta 'quebra' produz uma componente do campo elétrico transversal à direção de propagação, que é o campo de radiação. Naturalmente, na própria direção de deslocamento da carga $(\theta = 0)$ não ocorre nenhuma 'quebra' enquanto que em direções transversais a quebra é máximo. Este efeito tem consequências práticas importantes. Como numa antena as cargas elétricas se deslocam ao longo do eixo da antena, não há radiação ao longo deste eixo e o campo de radiação é máximo na direção perpendicular, como veremos abaixo.



Vamos agora calcular a componente do campo de radiação numa direção θ qualquer com relação à direção da aceleração $\vec{a}$ da carga.

A carga é acelerada durante um breve intervalo de tempo Δt e vamos calcular o campo de radiação após um tempo $t \gg \Delta t$. No ponto B a onda eletromagnética já chegou, indicando a nova posição da carga, enquanto que no ponto P o campo ainda aponta para a posição de repouso da carga, na origem. Temos



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_r}{E_\theta}$$

onde (para $v \ll c$)

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r'^2}$$

Da figura temos

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\overline{CP}}{\overline{BC}}$$

onde

$$\overline{CP} = c\,\Delta t \quad e \quad \overline{BC} = \overline{OA}\,\operatorname{sen}\theta$$

Por outro lado

$$\overline{OA} = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + vt \simeq \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + (a\,\Delta t)\,t \simeq a\,t\,(\Delta t)\ ; \quad t \gg \Delta t$$

Assim

$$\overline{BC} \simeq a\,(\Delta t)\,t\,\operatorname{sen}\theta$$

e

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{c\,\Delta t}{a(\Delta t)\,t\operatorname{sen}\theta} = \frac{c}{a\,t\operatorname{sen}\theta} = \frac{c}{a\left(\frac{r}{c}\right)\operatorname{sen}\theta} = \frac{c^2}{a\,r\operatorname{sen}\theta}$$

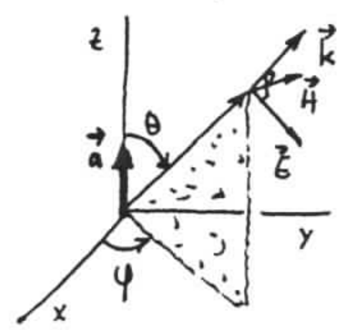
Portanto

$$\frac{\epsilon_r}{\epsilon_\theta} = \frac{c^2}{a\,r\operatorname{sen}\theta} \Rightarrow \epsilon_\theta = \epsilon_r\,\frac{a\,r\operatorname{sen}\theta}{c^2}$$

ou

$$\boxed{\epsilon_\theta(r) = \frac{q\,a\operatorname{sen}\theta}{4\pi\epsilon_0\,r\,c^2}}$$

Vemos portanto que esta componente do campo, gerada pelo efeito de retardamento, decai com $1/r$, onde r é a distância à carga, satisfazendo a condição para um campo de radiação. Como para ondas planas, a intensidade do campo magnético é simplesmente dada por $\sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$ vezes a intensidade do campo elétrico e deve estar à sua direita com relação à direção de propagação ($\hat{e}_r$ neste caso), temos



$$\boxed{\vec{H} = \frac{q\,a\operatorname{sen}\theta}{4\pi\,r\,c}\,\hat{e}_\varphi}$$

A intensidade da onda é dada pelo vetor de Poynting:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \operatorname{sen}^2\theta}{16\pi^2 c\, r^2}\,\hat{e}_r$$

Na direção da aceleração da partícula a intensidade é nula ($\theta = 0$) enquanto que na direção perpendicular é máxima ($\theta = \pi/2$). Se quisermos calcular a potência total radiada pela carga, temos que integrar o vetor de Poynting numa superfície esférica em torno da carga,

$$\vec{P} = \int \vec{S}\cdot\hat{e}_r\, dA = \frac{\mu_0 q^2 a^2}{16\pi^2 c}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{\cancel{r^2}}\cdot\cancel{r^2}\operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$= \frac{\mu_0 q^2 a^2}{8\pi c}\int_0^{\pi}\operatorname{sen}^3\theta\, d\theta$$

$$\therefore \quad \boxed{P = \frac{\mu_0 q^2 a^2}{6\pi c}}$$

Portanto, a potência total radiado por uma carga acelerada é proporcional ao quadrado de sua aceleração. Este resultado pode ser estendido para calcular a potência radiado por uma antena simples, do tipo dipolo.

Antena

Podemos considerar uma antena tipo dipolo, de comprimento ℓ, como uma carga que osula de uma extremidade à outra com freqüência ω, tal que sua posição ao longo da antena é dada por

$$z = \ell \operatorname{sen}\omega t$$

A aceleração da carga será então

$$a = \frac{d^2z}{dt^2} = -\omega^2 \ell \operatorname{sen}\omega t .$$

Substituindo na expressão da potência radiada por uma carga acelerada, temos

$$P = \frac{\mu_0}{6\pi} \frac{q^2\omega^4\ell^2 \operatorname{sen}^2\omega t}{c}$$

Portanto, a potência média num período $\left(\langle P\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt\right)$ é

$$\langle P\rangle = \frac{\mu_0 \omega^4 q^2 \ell^2}{12\pi c}$$

Mas o produto ωq é igual à amplitude da corrente na antena, que vamos denominar i_m $\left(i = qv/\ell \,;\; v = \frac{dz}{dt} = \ell\omega \cos\omega t \;\therefore\; i = \omega q \cos\omega t\right)$. Portanto podemos escrever

$$\boxed{\langle P\rangle = \frac{\mu_0 \omega^2 \ell^2}{12\pi c} i_m^2 = \frac{2\pi\mu_0 \ell^2 f^2}{3c} i_{ef}^2}$$

onde $f = \frac{\omega}{2\pi}$ é a freqüência do sinal e $i_{ef} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$ é a <u>corrente eficaz</u> na antena. Esta fórmula é usualmente escrita como

$$\boxed{\langle P\rangle = R_{rad}\, i_{ef}^2}$$

onde

$$R_{rad} \equiv \frac{2\pi\mu_0 \ell^2 f^2}{3c} = \frac{2\pi\mu_0 c}{3} \frac{\ell^2}{\lambda^2}$$

é denominada <u>resistência de radiação da antena</u>.