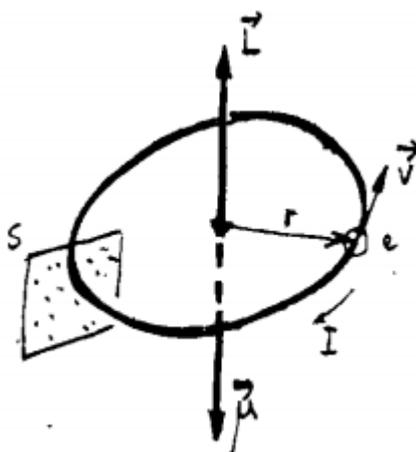


# Campo Magnético na Matéria – Uma Introdução

R Galvão

O efeito prático de materiais ferromagnéticos na intensificação do campo magnético produzido por bobinas é em geral conhecido por técnicos em eletricidade e alunos de engenharia. No entanto, o mecanismo físico responsável por este efeito nem sempre é bem compreendido e, algumas vezes, interpretado de forma errônea. Nesta aula vamos apresentar um modelo simples, mas conceitualmente consistente, desse mecanismo, que permite obter as relações fundamentais do campo magnético na matéria e que é apropriado para uma discussão introdutória no Curso de Física III. Algumas referências, como o livro Física III do Raymond Serway, tratam esse tópico de forma muito superficial. Por outro lado, outros livros, exemplificados pelo livro Física III do Moysés Nussenzveig (Capítulo 11), com apresentações rigorosamente corretas e completas, utilizam operações de Cálculo Vetorial, como o rotacional, nem sempre ainda dominadas pelos alunos. O modelo aqui apresentado é mais simples, do ponto de vista matemático, mas tem todos os ingredientes relevantes do mecanismo físico do magnetismo na matéria.

Sabemos que o campo magnético é criado por correntes, ou cargas em movimento. Naturalmente, em meios materiais há grande quantidade de cargas em movimento, devido ao movimento orbital dos elétrons em torno dos núcleos dos átomos. Este movimento é equivalente a espiras elementares de corrente, com um momento magnético resultante, que vamos calcular a seguir.



Consideremos o esquema mostrado na figura. Se a velocidade tangencial do elétron for  $\vec{v}$ , o período de giração será dado por  $T = 2\pi/\omega = 2\pi r/v$ . O movimento circular

do elétron é equivalente a uma corrente igual à carga do elétron dividida pelo período porque, considerando uma superfície  $S$  qualquer que intercepta sua órbita, como indicado na figura, a cada período uma carga  $|e|$  atravessa a superfície. Assim

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$$

(em módulo). Podemos então calcular o momento magnético  $m$  associado à espira de corrente devida ao movimento orbital do elétron,

$$m = \pi r^2 I = \pi r^2 \frac{ev}{2\pi r} = \frac{evr}{2}$$

Por outro lado, devido ao movimento circular, o elétron tem também um momento angular dado por

$$L = m_e vr$$

onde  $m_e$  é a massa do elétron (não confundir com o momento magnético). Combinando estas duas últimas equações, temos

$$\vec{m} = \left(-\frac{e}{2m_e}\right)\vec{L}$$

onde levamos em conta o sinal da carga do elétron para determinar o sentido de  $\vec{m}$ , que é, portanto, oposto ao de  $\vec{L}$ .

---

### Nota

A espira de corrente devida ao movimento orbital eletrônico também cria um campo magnético que, ao longo de seu eixo, é dado pela expressão que derivamos em aula, para uma espira circular de corrente

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + z^2)^{3/2}} \hat{e}_z = \frac{\mu_0}{2\pi(r^2 + z^2)^{3/2}} (I\pi r^2 \hat{e}_z) = \frac{\mu_0}{2\pi(r^2 + z^2)^{3/2}} \vec{m}$$

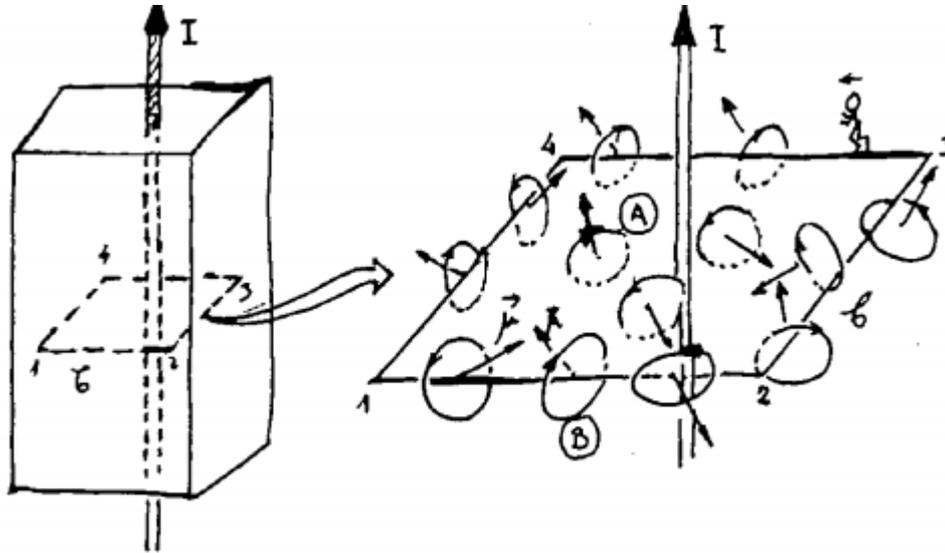
Este campo é muito intenso sobre o núcleo (estime seu valor sabendo que  $m \approx 9 \times 10^{-24} \text{Am}^2$ ;  $r \approx 5 \times 10^{-11} \text{m}$ ), mas decai rapidamente com a distância ao núcleo.

---

Em geral, os átomos podem ter um grande número de elétrons, com seus momentos magnéticos orbitais orientados em direções arbitrárias. Além disso, como será visto no curso de Física IV, tanto os elétrons como os íons possuem um momento magnético intrínseco (*spin*), de forma que o momento magnético resultante de um átomo pode ser nulo ou não nulo, dependendo de seu número atômico e de sua configuração eletrônica.

Suponhamos que um determinado material seja formado por um elemento químico cujos átomos tenham um momento magnético resultante  $\vec{m}$  não nulo. Em

geral, devido à agitação térmica, e se nenhum campo magnético externo for aplicado ao material, os momentos magnéticos dos diversos átomos estarão orientados de forma aleatória. Suponhamos também que o material seja condutor, e que por ele flua uma corrente real  $I$ . Por corrente real queremos dizer corrente gerada por cargas livres que fluem dentro do condutor devido a alguma fonte externa, como indicado na próxima figura.



Vamos aplicar a lei de Ampère ao percurso retangular  $C$ , dentro do material, esquematizado na figura. O observador, indicado pelo boneco, percorre o percurso no sentido positivo de circuitação da integral de linha, de modo que a corrente real flui no sentido positivo do versor normal à área encerrada pelo percurso. Na aplicação da Lei de Ampère,

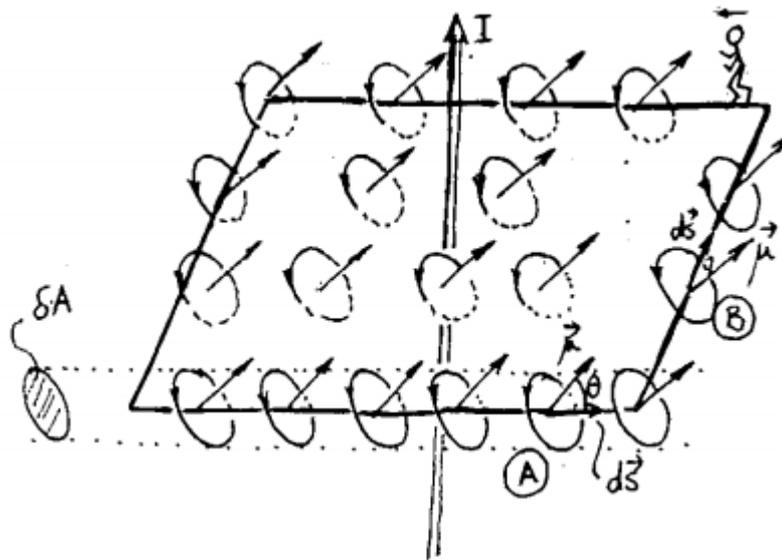
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{total}$$

o observador deve considerar a corrente total que atravessa a área dentro do percurso, à sua esquerda. Naturalmente ele concluirá que há duas contribuições para  $I_{total}$  - a corrente real  $I$  e a corrente aparente devido às espiras elementares. Estas correntes, em alguns casos, atravessam a área nos dois sentidos, como a indicada pela letra  $A$  na figura, e, portanto, não contribuem para a corrente efetiva que atravessa a área. No entanto, para as espiras elementares que estão na borda do percurso, como a espira  $B$  mostrada no desenho, a corrente atravessa a área interna ao percurso em um só sentido e elas podem dar uma contribuição não nula à corrente total englobada por  $C$ , dependendo de suas orientações.

Como existe um número muito grande de espiras elementares, ou momentos magnéticos atômicos (essencialmente igual ao número de Avogrado por mol), e como, em equilíbrio térmico e na ausência de um campo magnético externo, a orientação dos momentos magnéticos elementares é inteiramente aleatória, em geral, esperamos

que estatisticamente que a contribuição de todas as espiras elementares se anulem de forma que somente a corrente real de fato contribua na Lei de Ampère.

Consideremos agora o efeito da aplicação de um campo magnético externo  $\vec{B}$  (que pode ser o próprio campo gerado pela corrente real). Sabemos que, na presença de um campo magnético, uma espira de corrente é sujeita a um torque,  $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$ , que tende a alinhar o momento magnético da espira com o campo magnético. Suponhamos que este alinhamento tenha ocorrido para todas as espiras elementares, de forma que a situação na região do percurso  $C$  fique como esquematizado na próxima figura.



Para simplificar a exposição, vamos supor que todas as espiras elementares sejam iguais, com momento magnético  $\vec{m}$  e área da espira  $\delta A$ . Assim, a corrente equivalente de cada espira é dada por  $\delta I = |\vec{m}|/\delta A$ . Se a densidade de átomos no material for  $n$ , ao se deslocar uma distância elementar  $d\vec{\ell}$  ao longo do percurso, o observador encontra um número de espiras elementares igual ao produto de  $n$  pelo volume varrido. Considerando o caso mais geral da espira estar inclinada de um ângulo  $\theta$  com relação à  $d\vec{\ell}$ , o volume varrido será dado por  $\delta V = \delta A d\ell \cos \theta = \delta A (\vec{m} \cdot d\vec{\ell}/m)$ . Como cada espira contribui com a corrente  $\delta I$ , a contribuição devida a todas as espiras varridas na distância  $d\vec{\ell}$  é dada por

$$dI_m = n \frac{\delta A \vec{m} \cdot d\vec{\ell} |\vec{m}|}{|\vec{m}| \delta A} = \vec{M} \cdot d\vec{\ell}$$

onde o Vetor Magnetização foi definido como

$$\vec{M} \equiv n\vec{m}$$

correspondendo ao momento magnético médio por unidade de volume de todas as espiras elementares do meio (sua unidade é Ampère/metro). É importante realçar que o índice  $m$  na corrente significa que é devida à orientação dos dipolos magnéticos elementares numa dada direção e não corresponde a uma corrente real devido ao fluxo de cargas livres no meio.

Ao completar o percurso  $\mathcal{C}$ , o observador uma corrente total de magnetização dada pela integral

$$I_m = \oint \vec{M} \cdot d\vec{\ell}$$

ao longo de todo o percurso. Naturalmente o valor desta integral vai depender de como varia a orientação de  $d\vec{\ell}$  com  $\vec{M}$  ao longo do percurso. O produto escalar  $\vec{M} \cdot d\vec{\ell}$  automaticamente leva em conta que, quando a corrente de uma espira elementar cruza o percurso nos dois sentidos, como a espira  $B$  mostrada na última ilustração, ela não contribui para a corrente de magnetização total.

Portanto, considerando a contribuição da corrente de magnetização, a Lei de Ampère fica

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 I_m = \mu_0 I + \mu_0 \oint \vec{M} \cdot d\vec{\ell}$$

Dividindo toda a equação por  $\mu_0$  e passando  $\oint \vec{M} \cdot d\vec{\ell}$  para o lado esquerdo da equação, obtemos

$$\oint \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) \cdot d\vec{\ell} = I$$

Esta expressão mostra que a circuitação da grandeza vetorial  $\vec{B}/\mu_0 - \vec{M}$  depende somente das correntes reais (ou correntes de condução) no meio, independente de este estar magnetizado ou não. Esta grandeza tem portanto grande relevância no cálculo de campos magnéticos em meios materiais e é denominada Intensidade de Campo Magnético,

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \implies \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

A unidade de  $\vec{H}$  é a mesma de  $\vec{M}$ , ou seja, A/m, e com sua definição a Lei de Ampère fica

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I$$

enquanto que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{total}; \quad I_{total} = I + I_m; \quad \oint \vec{M} \cdot d\vec{\ell} = I_m$$

A magnetização que um meio adquire depende da intensidade de campo magnético aplicada. Nos chamados materiais diamagnéticos e paramagnéticos esta dependência é linear, ou seja,

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

onde a constante (adimensional)  $\chi$  é denominada susceptibilidade magnética do meio. Seu valor é normalmente pequeno, sendo positivo para as substâncias diamagnéticas e negativo para as paramagnéticas. Na tabela 30.2 do livro do Serway são apresentados os valores de  $\chi$  para várias substâncias diamagnéticas e paramagnéticas. Alguns exemplos importantes são reproduzidos a seguir

Substâncias paramagnéticas

Susceptibilidade magnética

Alumínio

$2,3 \times 10^{-5}$

Cromo

$2,7 \times 10^{-4}$

Oxigênio (CNPT)

$2,1 \times 10^{-6}$

Substâncias diamagnéticas

Susceptibilidade magnética

Cobre

$-9,8 \times 10^{-6}$

Nitrogênio (CNPT)

$-5,0 \times 10^{-9}$

Água (20°, 1 atm)

$-9,0 \times 10^{-6}$

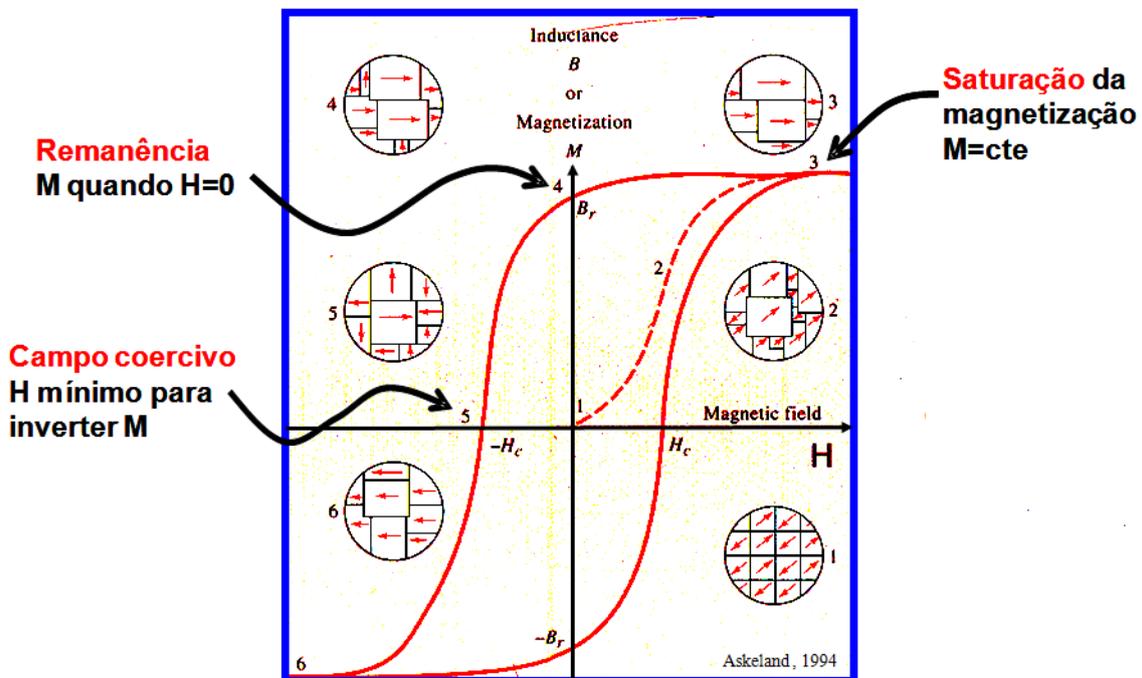
Embora esses valores sejam bastante pequenos, seu efeito pode ser facilmente visto em experimentos apropriados. As substâncias paramagnéticas são atraídas por um campo magnético externo e as diamagnéticas são repelidas. Uma maneira razoavelmente simples de ver o efeito do paramagnetismo do oxigênio é fazer uma bolha de sabão sobre uma superfície líquida, preenchida com oxigênio. Se aproximarmos um ímã bastante forte da bolha, ela será atraída pelo ímã.

Apesar de essas substâncias serem importantes, as que mais se destacam em aplicações práticas são as substâncias ferromagnéticas. Elas são caracterizadas por possuírem largas regiões, denominadas *domínios*, onde o vetor magnetização está orientado em determinada direção. Dois exemplos paradigmáticos desses materiais são o ferro e o níquel. A magnetização permanente desses domínios vem dos

momentos de dipolo magnético dos elétrons nas camadas internas dos átomos e é devido à interação deles com os dos átomos vizinhos.

Em condições normais, sem aplicação de campo externo, as direções dos vetores magnetização  $\vec{M}$  estão em direções arbitrárias em diferentes domínios, de forma que o material não apresenta magnetização resultante substancial. No entanto, quando o colocamos na presença de um campo externo, os domínios com vetor magnetização na direção do campo externo tendem a crescer às expensas com magnetizações em outras direções e o campo  $\vec{B}$  dentro do material cresce substancialmente, e de forma não linear. Além disso, quando o campo externo é retirado, fica um campo remanescente no material. Para anular este campo, é necessário mesmo reverte o campo externo.

Isto é esquematizado na próxima figura, tirada de uma apresentação do Professor Manfred Tabacniks. Nesta figura, se considera o que acontece com o vetor indução magnética  $\vec{B}$  quando uma amostra ferromagnética, inicialmente desmagnetizada, é colocada dentro de um solenoide e sua corrente variada, partindo do zero. Com a variação da corrente o campo  $\vec{H}$  varia dentro do solenoide e o gráfico apresenta a variação de  $|\vec{B}|$  com  $|\vec{H}|$ .



A linha tracejada mostra como, a partir da condição de não magnetização, o campo  $|\vec{B}|$  começa a aumentar com  $|\vec{H}|$ . Como  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$  e seu aumento não é linear, é claro que o vetor magnetização  $\vec{M}$  também não está aumentando linearmente. Na verdade, a magnetização aumenta rapidamente e, ao chegar no ponto 3, a

magnetização satura, ou seja, não há mais domínios a serem alinhados. A partir deste ponto, o campo  $|\vec{B}|$  aumenta de acordo com a equação

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{B}_{saturado}$$

onde  $\vec{B}_{saturado} = \mu_0 \vec{M}_{sat}$ .

Começando a diminuir a corrente no solenoide a partir do ponto 3, quando se retorna à condição  $|\vec{H}| = 0$ , o campo  $|\vec{B}|$  não retorna ao valor nulo, permanecendo com um valor não nulo remanente,  $B_r$ . Portanto, a amostra fica magnetizada permanentemente. Para anular esta magnetização, é necessário reverter a direção do campo  $\vec{H}$  e ir até o valor denominado campo coercivo,  $H_c$ . De fato, se a corrente no solenoide for variada ciclicamente, como em uma bobina alimentada por corrente alternada, a curva de  $|\vec{B}|$  em função de  $|\vec{H}|$  apresenta uma histerese, como mostrado na figura, nunca passando novamente por zero, a não ser que o valor da corrente no solenoide seja gradualmente reduzida, em ciclos sucessivos.

Portanto, para substâncias ferromagnéticas a relação  $\vec{M} = \chi \vec{H}$ , com  $\chi = const$  não é apropriada. Mesmo assim, ela é utilizada em aplicações práticas, levando-se em conta que varia com a intensidade de campo magnético. Normalmente os valores fornecidos em tabelas correspondem aos valores máximos na curva de magnetização, antes que a saturação seja atingida. Valores típicos são

<b>Ferro</b>	<b>&lt; 5000</b>
<b>Permalloy (55%Fe-45%Ni)</b>	<b>&lt; 25000</b>
<b>Supermalloy (79%Ni, 16%Fe, 5%Mo)</b>	<b>&lt; 800000</b>

Finalmente é importante mencionar que, quando a relação  $\vec{M} = \chi \vec{H}$  pode ser usada, se define a permeabilidade magnética relativa  $\mu_r$  das substâncias através das relações

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}; \quad \mu_r = 1 + \chi$$

Em problemas de cálculo de campo magnético na presença de matérias, normalmente calculamos primeiramente o vetor intensidade de campo magnético  $\vec{H}$ , a partir das correntes de condução, e depois os outros campos,  $\vec{M}$  e  $\vec{B}$ .

