Considerações - Monitoria: 31/05/21

Questão 7

O exercício foi escrito seguindo a notação: $\boxed{ds^2 = +x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2}$!
Essa é a notação do Jackson!!!!
Porém, a notação do Prof. Raul é: $\boxed{ds^2 = -x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$!!!!!!
É por isso que geramos a confusão durante a discussão do mesmo!

I Notação do Prof. Raul:

Esse fator foi um "typo" da Lista!

Lei de Ohm: $\boxed{j^\mu + \frac{1}{c^2} u^\mu u_\nu j^\nu = \sigma u_\nu F^{\mu\nu}}$

Prova:

$j^\mu = (\rho c, \vec{J})$, tomando: $\begin{cases} u^\mu = (c, \vec{0}) \\ u_\mu = (-c, \vec{0}) \end{cases}$ e $F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & E^1/c & E^2/c & E^3/c \\ -E^1/c & 0 & B^3 & -B_2 \\ -E^2/c & -B^3 & 0 & B_1 \\ -E^3/c & B^2 & -B^1 & 0 \end{bmatrix}$

$$j^0 + \frac{1}{c^2} u^0 \left(u_0 j^0 + \cancel{u_i}^{\,0} j^i \right) = \sigma \left(u_0 \cancel{F^{00}}^{\,0} + \cancel{u_i}^{\,0} F^{0i} \right)$$

$$\rho c + \frac{1}{\cancel{c^2}} \cancel{c} (-\cancel{c} \rho c) = \rho c - \rho c = 0 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$j^i + \frac{1}{c^2} \cancel{u^i}^{\,0} \left(u_0 j^0 + u_i j^i \right) = \sigma \left(\cancel{u_j}^{\,0} F^{ij} + u_0 F^{i0} \right)$$

$$j^i = \sigma (-c) \left(-\frac{E^i}{c} \right) \Rightarrow j^i = \sigma E^i \Rightarrow \boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}} \blacksquare$$

II Notação do Jackson:

Lei de Ohm ⇒ $$\boxed{j^\mu - \frac{1}{c^2} u^\mu u_\nu j^\nu = \frac{\sigma}{c} u_\nu F^{\mu\nu}}$$

Do "typo"

Pq o Jackson ñ usa o $F^{\mu\nu}$ no SI!

Atente-se que o sinal só vem pq é a outra notação!

Prova:

$j^\mu = (\rho c, \vec{J})$, tomando: $\begin{cases} u^\mu = (c, \vec{0}) \\ u_\mu = (c, -\vec{0}) \end{cases}$ e $F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ +E_1 & 0 & -B^3 & +B_2 \\ +E^2 & +B3 & 0 & -B_1 \\ +E^3 & -B^2 & +B^1 & 0 \end{bmatrix}$

Aqui tb invertem os sinais!

$$j^0 - \frac{1}{c^2} u^0 \left(u_0 j^0 + \cancel{u_i}^{\,0} j^i \right) = \frac{\sigma}{c}\left(u_0 \cancel{F^{00}}^{\,0} + \cancel{u_i}^{\,0} F^{0i}\right)$$

$$\rho c - \frac{1}{\cancel{c^2}} \cancel{c}(+\cancel{c}\rho c) = \rho c - \rho c = 0 \Rightarrow \text{OK!}$$

$$j^i - \frac{1}{c^2} \cancel{u^i}^{\,0} \left(u_0 j^0 + u_i j^i \right) = \frac{\sigma}{c}\left(\cancel{u_j}^{\,0} F^{ij} + u_0 F^{i0} \right)$$

$$j^i = \frac{\sigma}{\cancel{c}} \cancel{c} E^i \quad \Rightarrow \quad j^i = \sigma E^i \Rightarrow \boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}} \; \blacksquare$$

∴ A Lei de Ohm continua válida, independente de quanto vale ρ!

Só note que, para correntes uniformes e constantes: $\boxed{\rho = 0}$

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad e \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad e \quad \vec{J} = \sigma \vec{E} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 = \frac{\nabla \cdot \vec{J}}{\sigma}$$

Ou seja, nesse caso, a corrente é só devido as cargas na superfície mesmo!

Questão 8

a) A razão tende a zero sim! Como c é um limite "praticamente inatingível", ao nos aproximarmos dessa velocidade, a intensidade da luz vai caindo, $\bar{\lambda} \to \infty$, $\bar{\omega} \to 0$. É como se o "esforço" alcançar. $(\bar{I} \to 0)$

mas $v \sim c$, não valesse apena $\Rightarrow$ não iríamos "ver" a luz com c em S.

Questão 5

$$[F^{\mu\nu}]' = [\Lambda][F^{\mu\nu}][\Lambda]$$

$$= \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma v/c & 0 & 0 \\ -\gamma v/c & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y/c & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z/c & B_y & -B_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma v/c & 0 & 0 \\ -\gamma v/c & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[F_{\mu\nu}] = [\Lambda][F_{\mu\nu}][\Lambda]$$

$$\begin{bmatrix} \gamma & -\gamma v/c & 0 & 0 \\ -\gamma v/c & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & +B_y \\ E_y/c & +B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & +B_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma v/c & 0 & 0 \\ -\gamma v/c & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$[F^{\mu\nu}] = -[F_{\mu\nu}]$ e Λ é a mesma!

É como se você multiplicasse por (-1) nos 2 lados!

$\therefore$ É p/ dar o mesmo resultado!