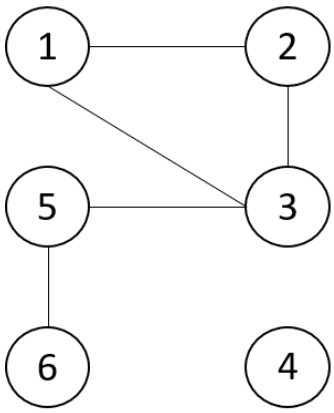
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO
Departamento de Ciências de Computação

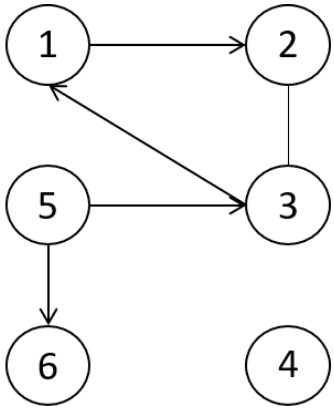
SCC0216 Modelagem Computacional em Grafos

Lista de Exercícios 1

1) Desenhe o grafo orientado e o grafo não orientado G = (V, A) com V = {1, 2, 3, 4, 5, 6} e A = {(1, 2), (4, 2), (5, 6), (2, 5), (3, 4)}.

2) Defina formalmente os grafos ilustrados nas figuras a seguir, isto é, G = (V, A).





3) Quais as diferenças entre árvores e grafos?

4) Todo grafo é uma lista? Justifique sua resposta.

5) Cite aplicações em que grafos são necessários para estruturar os dados, explicando o motivo de outras estruturas (como listas lineares ou árvores) não servirem para tal propósito.

6) Sabe-se que grafos permitem grande liberdade de estruturação dos dados. Isso traz vantagens e desvantagens. Cite algumas e explique.

7) A web pode ser representada por um grafo, em que as páginas são vértices e as arestas são hiperlinks. Responda: se a web fosse representada por árvores, no que isso implicaria na vida real?

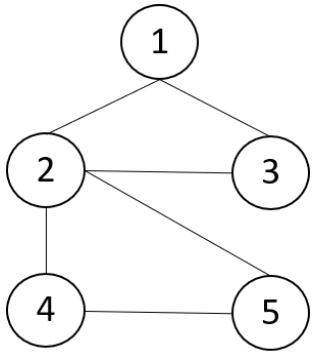
8) O que são multigrafos? Para que são úteis?

9) Desenhe um grafo em que cada vértice é adjacente a dois outros vértices e cada aresta é adjacente a duas outras arestas.

10) Desenhe o grafo não orientado completo com 4 vértices (K4), 5 arestas (K5) e 6 arestas (K6).

11) Quantas arestas têm um grafo não orientado completo com N vértices? E um grafo completo orientado? Explicite os cálculos utilizados para isso.

12) Encontre o complemento do grafo a seguir:

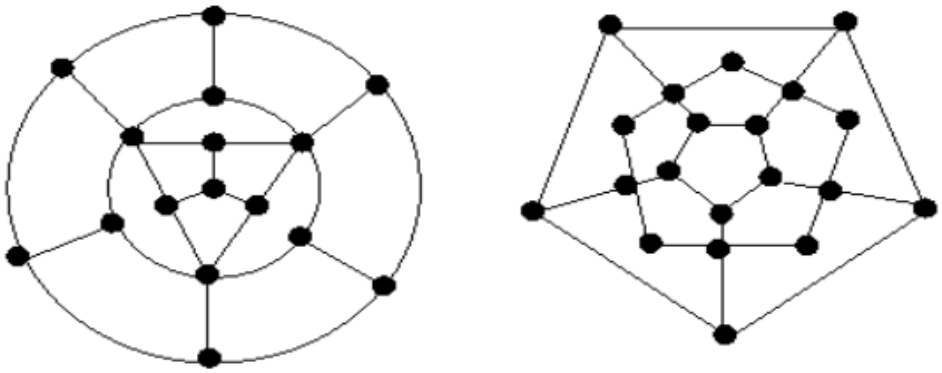


13) O que é um caminho euleriano? É correto afirmar que se um grafo conter um caminho euleriano, ele é um grafo euleriano? Discorra a respeito.

14) Apresente um grafo que tenha um caminho Euleriano e um caminho Hamiltoniano onde tais caminhos não sejam idênticos.

15) Desenhe um grafo no qual um caminho Euleriano é também um ciclo Hamiltoniano. O que podemos concluir sobre esse tipo de grafo?

16) Mostre que nenhum dos dois grafos da figura a seguir contém um caminho hamiltoniano.



(a) (b)

17) Desenhe um grafo K8 que:
    a) Contém um ciclo Euleriano, mas não contém nenhum ciclo Hamiltoniano
    b) Contém um caminho Hamiltoniano, mas não contém nenhum caminho Euleriano
    c) Contém um caminho Hamiltoniano e um caminho Euleriano
    d) Não contém um caminho Hamiltoniano nem um caminho Euleriano

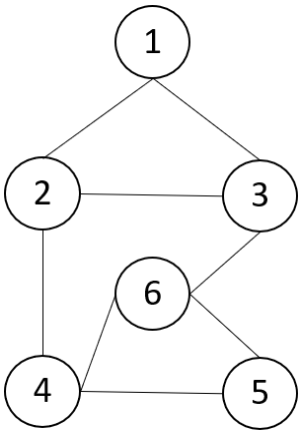
18) Dê exemplos de aplicações reais de caminhos eulerianos e hamiltonianos.

19) Implemente um algoritmo que receba um grafo qualquer e retorne o(s) caminho(s) hamiltoniano(s) existentes.

20) Implemente o algoritmo de Fleury para identificar caminhos eulerianos. Execute seu algoritmo sobre o grafo correspondente às pontes da cidade de Konigsberg e indique como alterar a estrutura da cidade para que o problema tivesse uma solução.

21) Seja uma matriz simétrica quadrada formada apenas por 0's e 1's que tem apenas 0's na diagonal principal. Essa matriz pode representar a matriz de adjacência de um grafo simples?

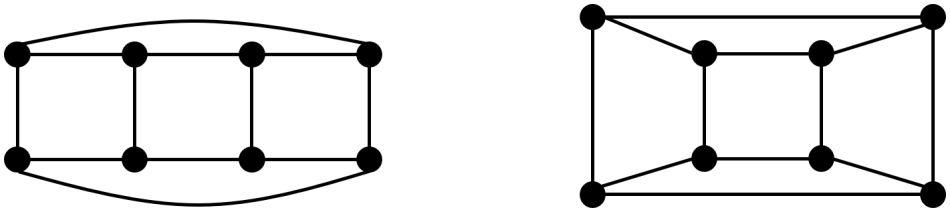
22) Represente o grafo abaixo usando matriz de adjacências e listas de adjacências.



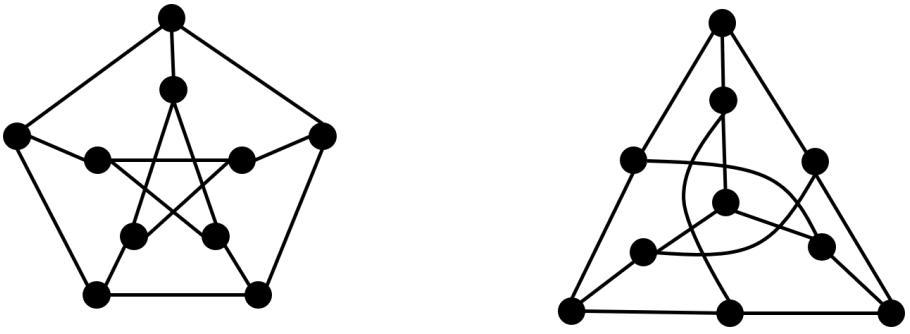
23) Os amigos João, Pedro, Antônio, Marcelo e Francisco sempre se encontram para botar conversa fora e às vezes jogar dama, xadrez e dominó. As preferências de cada um são as seguintes: João só joga xadrez; Pedro não joga dominó; Antônio joga tudo; Marcelo não joga xadrez e dominó e Francisco não joga nada.
    a) Represente por meio de um grafo bipartido G=(V, A) todas as possibilidades de um amigo jogar com os demais. Defina V e A.
    b) Defina um subgrafo em que todos, menos Francisco, joguem ao mesmo tempo.
    c) A partir do grafo bipartido do item a), construa um grafo rotulado que mostra quem pode jogar com quem o que.

24) Identifique quais desses conjuntos de grafos são isomorfos. Caso haja algum que não seja, explique o motivo.

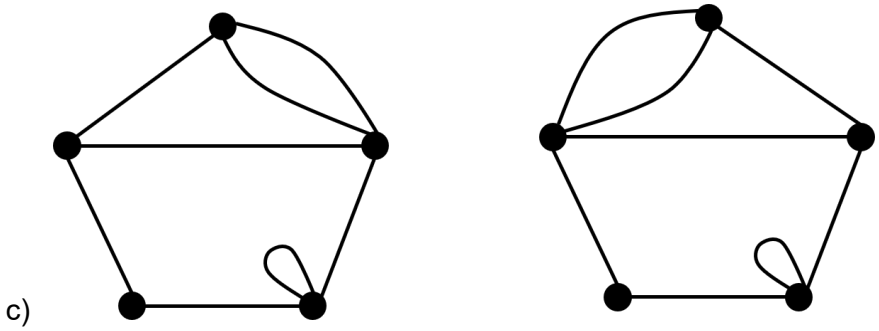
a)



b)



c)



25) Implemente as operações do TAD Grafo utilizando a representação de matriz de adjacências. Faça a análise de complexidade de tempo (de pior caso) para cada uma de suas funções implementadas.

26) Implemente uma função que encontre a aresta de menor peso em um grafo valorado representado como matriz de adjacências.

27) Altere o seu TAD Grafo com matriz de adjacências para que o usuário possa associar um nome qualquer a cada vértice em vez de usar números.

28) Responda: seu TAD Grafo com matriz de adjacências permite a criação de multigrafos? O que seria necessário fazer para conseguir o efeito oposto?

29) Implemente as operações do TAD Grafo utilizando a representação de listas de adjacência (com nós de cabeçalho). Faça a análise de complexidade de tempo (de pior caso) para cada uma de suas funções implementadas.

30) Quais as possíveis utilidades de nós de cabeçalho em um grafo?

31) Implemente uma função que obtenha a lista de vértices adjacentes a um determinado vértice em um grafo representando como listas de adjacências.

32) Implemente um algoritmo que gere o grafo transposto por meio das listas de adjacências.

33) Implemente uma função que encontre o vértice adjacente a x com aresta de menor peso em um grafo valorado e direcionado representado como listas de adjacências.

34) Implemente as versões iterativa e recursiva de uma função que percorra todo o grafo representado como listas de adjacências, imprimindo, ao fim, o número de arestas do grafo. Responda e justifique sua resposta: vale a pena usar recursão nessa função?

35) Em termos de complexidade de tempo e espaço, compare o uso de representações de listas e de matriz de adjacências para grafos. Em que situações cada uma é mais indicada?

36) Como seria a estrutura de dados de um grafo declarado de forma estática e encadeada (“banco de memória”). Declare essa estrutura e implemente a função de inserir aresta nesse grafo.

37) Vale a pena usar a representação de matriz esparsa para grafos? Quais as vantagens e desvantagens.

38) Cada grafo associa-se a uma única matriz de adjacência. Essa afirmação é verdadeira? O inverso dela é verdade? Justifique suas respostas.

39) Implemente uma função para colorir um grafo de forma que vértices adjacentes não possuam as mesmas cores e se tente minimizar o número de cores utilizadas.

40) Faça uma função que (i) leia de um arquivo texto as informações sobre um mapa qualquer dado pelo usuário (por exemplo, o mapa do Brasil), (ii) represente o mapa como um grafo e (iii) use a função implementada anteriormente para colorí-lo automaticamente. Atenção, você precisará decidir como as informações do mapa estarão no arquivo texto. Lembre-se de que esse arquivo deve ser de fácil produção e uso por usuários leigos que desejam usar seu software de colorir mapas.

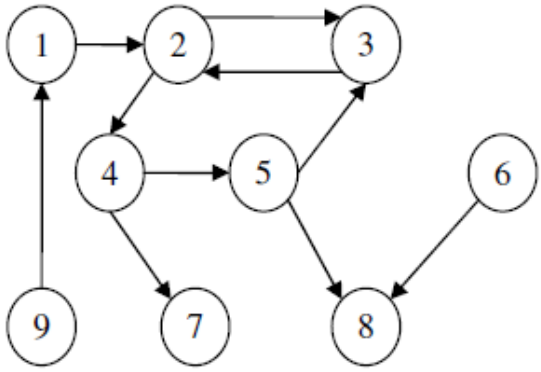
41) Implemente uma função de detecção do nível de plágio entre dois textos, utilizando grafos para representar cada texto e realizando a comparação de conteúdo textual sobre os grafos.

42) Quais os desafios de se fazer busca em um grafo? O que a diferencia da busca tradicional em listas lineares e em árvores?

43) Implemente o algoritmo de busca em profundidade utilizando as operações implementadas no TAD Grafo que julgar necessárias.

44) Implemente o algoritmo para verificar se um grafo é acíclico utilizando o algoritmo de busca em profundidade.

45) Mostre como a busca em profundidade funciona para o grafo a seguir. Mostre a sequência de vértices visitados e a árvore ou floresta de busca em profundidade.



46) Classifique as arestas do grafo do exercício anterior segundo a busca em profundidade.

47) Altere a implementação do algoritmo de busca em profundidade para retornar um vetor que indique o caminho realizado pela busca.

48) Implemente o algoritmo de busca em largura utilizando as operações implementadas no TAD Grafo que julgar necessárias.

49) Cite aplicações reais de busca em profundidade e em largura, citando situações/problemas em que cada tipo de busca se mostra mais adequado.

50) O que são hipergrafos? Como adaptar sua implementação do TAD Grafo para possibilitar a representação de hipergrafos?