

# Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Transportes – PTR

Laboratório de Topografia e Geodesia – LTG

## PTR 3111 – Geomática I





# Fundamentos Teóricos e Sistema de Referência Altimétrica

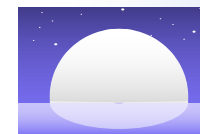


PTR3111 – Geomática I



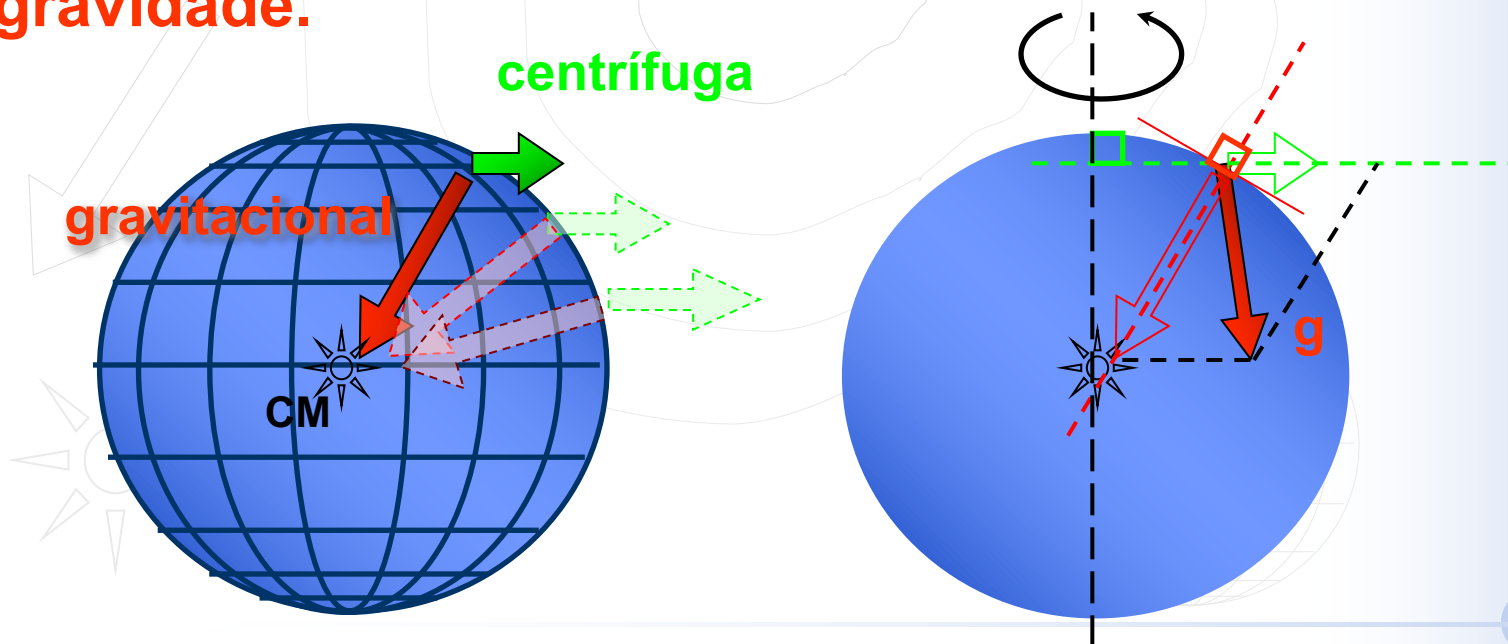
# 1. Força da Gravidade

## - Definição



GRAVIDADE E  
GRAVIMETRIA

- Um corpo sobre a superfície da Terra ou próximo a ela está sujeito a duas forças: **gravitacional** (ou de atração) e **centrífuga** (devida ao movimento de rotação). A resultante é chamada **força de gravidade**.

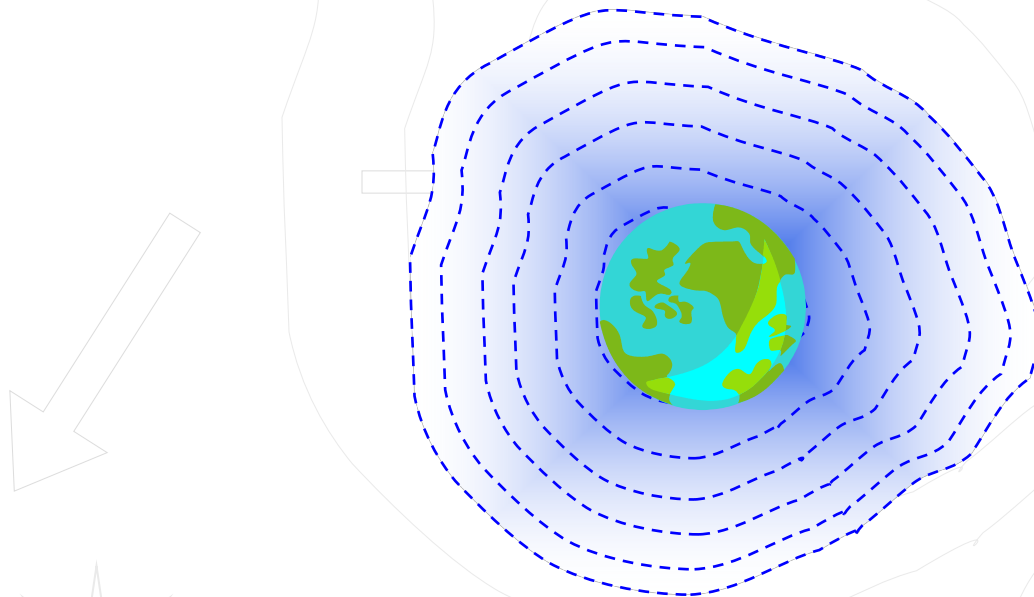


# Força da Gravidade e Campo de Gravidade



GRAVIDADE E  
GRAVIMETRIA

- Ao conjunto de pontos do espaço sujeito à força de gravidade dá-se o nome de **campo de gravidade**.



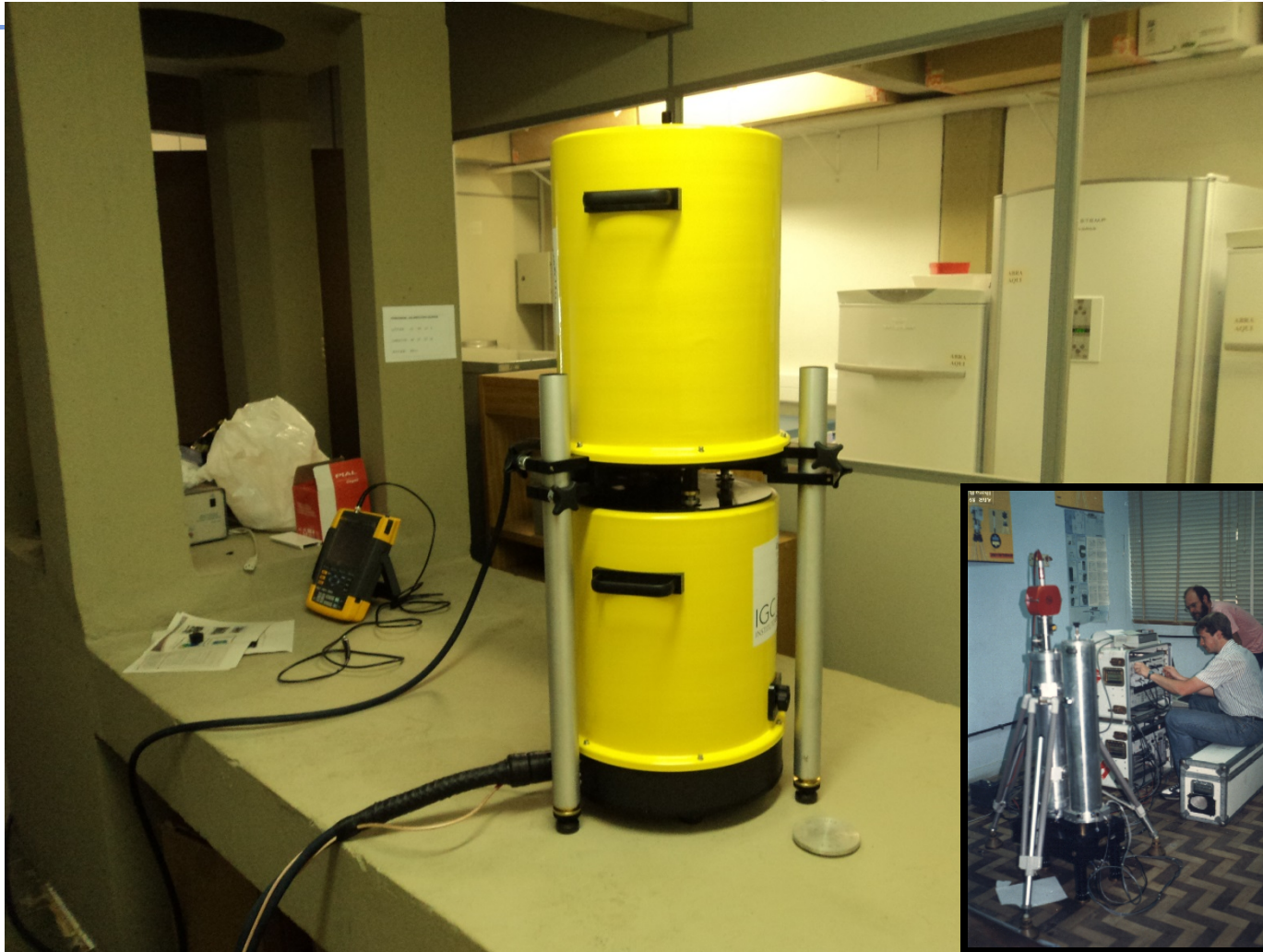
- A força não é uma grandeza facilmente mensurável. Mede-se mais facilmente a aceleração da gravidade usando um *gravímetro* de mola (relativo) ou absoluto.

# Medição da Aceleração de Gravidade

– Gravímetro absoluto A-10

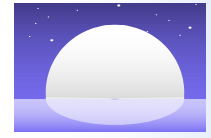


GRAVIDADE E  
GRAVIMETRIA



# Medição da Aceleração de Gravidade

– Gravímetros relativos L&R, CG-5



GRAVIDADE E  
GRAVIMETRIA

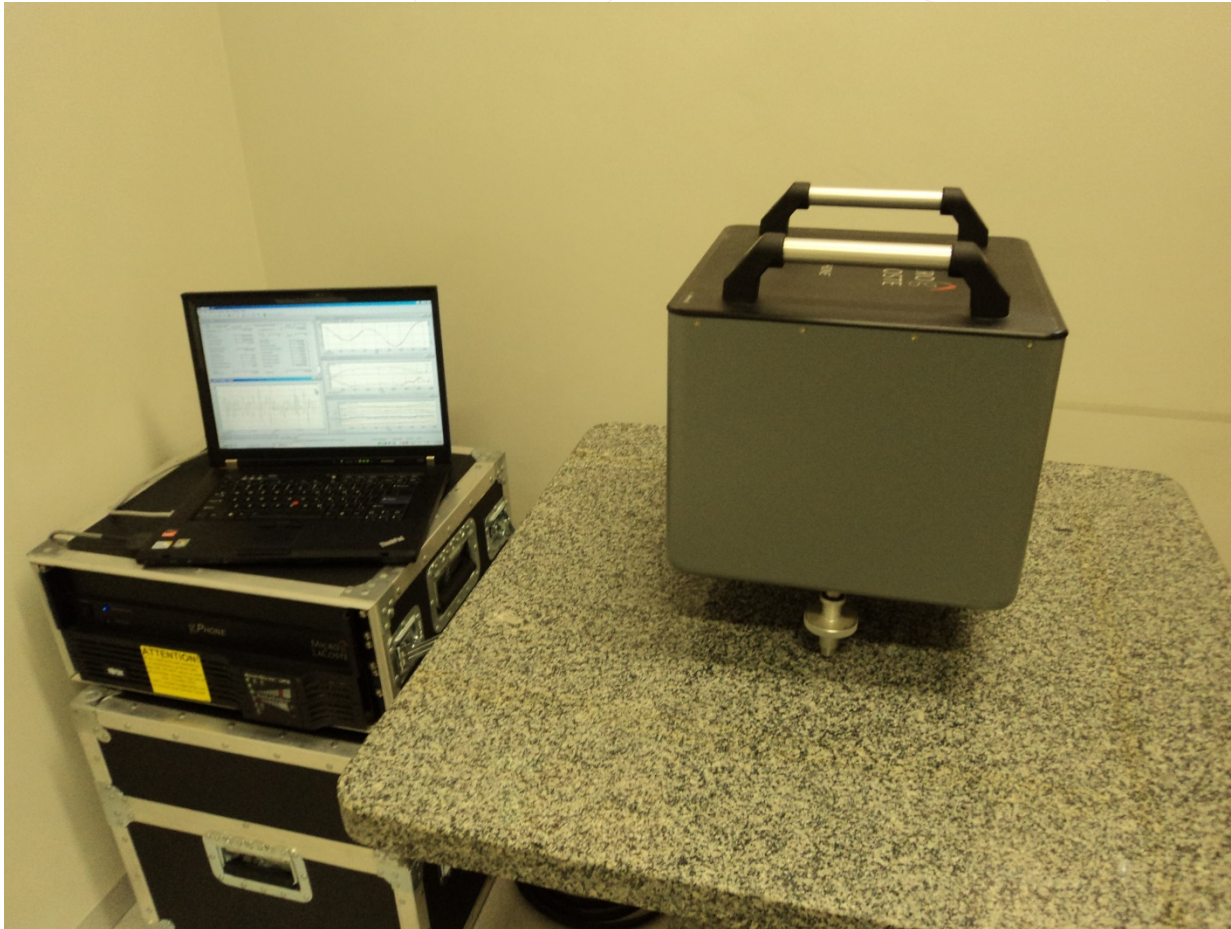


# Medição da Aceleração de Gravidade

– Gravímetro relativo gPhone (estudo de maré terrestre.)



GRAVIDADE E  
GRAVIMETRIA

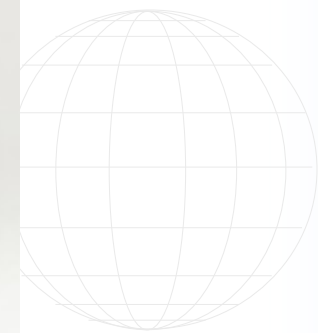
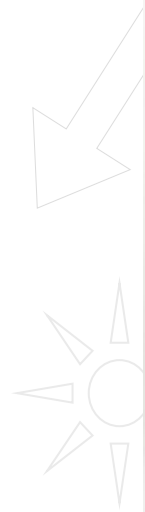


# Medição da Aceleração de Gravidade

- Gravímetro ar e mar (para levantamentos aéreos e marítimos)

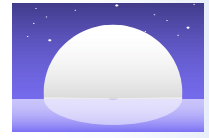


GRAVIDADE E  
GRAVIMETRIA





# Campo de Gravidade e Definição da Forma da Terra



GRAVIDADE E  
GRAVIMETRIA

- As medições da aceleração da gravidade, *gravimetria*, constituem uma das informações que permitem definir o campo de gravidade, e com isso a forma da Terra através do cálculo das **alturas geoidais**. Estas são obtidas através da fórmula de Stokes.

$$N = \frac{R}{4\pi G} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma$$



POTENCIAL  
GRAVITACIONAL

## 2. Potencial Gravitacional

- Define-se potencial gravitacional através da expressão:

$$V = \frac{K \times M}{L}$$

K = constante universal da gravitação

M = massa (da Terra)

L = distância ao centro de massa

No sistema WGS-84, o produto  $K \cdot M$  vale:

$$(3986004,418 \pm 0,008) \times 10^8 \text{m}^3/\text{s}^2$$

# O potencial gravitacional e os satélites

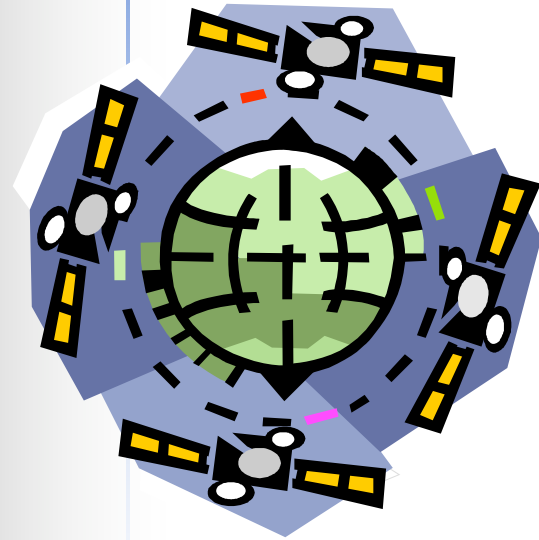


POTENCIAL  
GRAVITACIONAL

- Os satélites artificiais, girando ao redor da Terra, se comportam como sensores do campo gravitacional.

Seu movimento sofre perturbações em função da distribuição não-homogênea de massa da Terra. A análise destas perturbações permite a determinação de um **modelo do potencial gravitacional**.

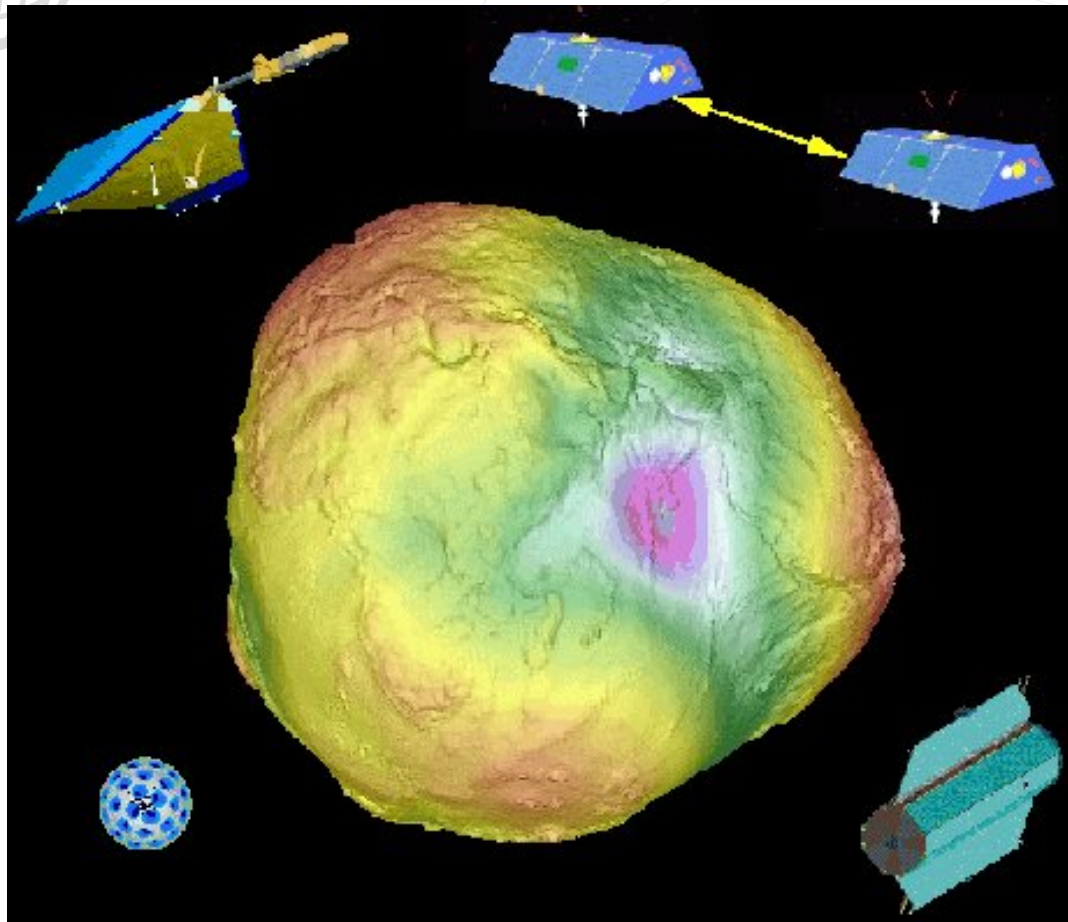
Este, complementado com os dados gravimétricos, resulta na definição da forma da Terra e da superfície de referência para a altitude, a **superfície geoidal**.



# O Potencial Gravitacional e os satélites

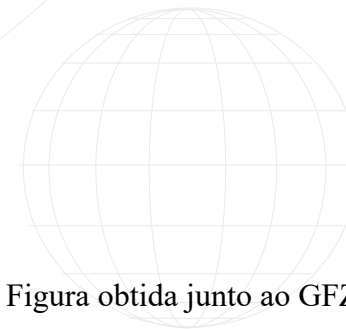


POTENCIAL  
GRAVITACIONAL



Satélites de baixa Órbita ( $\sim 500$  km), sensíveis à distribuição não homogênea de massa na Terra.

Figura obtida junto ao GFZ



# O Potencial de Gravidade



POTENCIAL  
GRAVITACIONAL

- O potencial de gravidade ( $W$ ) é igual a soma do potencial gravitacional ( $V$ ) com o potencial centrífugo ( $\Phi$ ).

$$W = V + \Phi$$

- Por qualquer ponto do espaço passa uma superfície cujo potencial de gravidade da Terra real é constante em todos os seus pontos. Trata-se de uma superfície equipotencial ou superfície de nível.

# 3. Superfície Geoidal

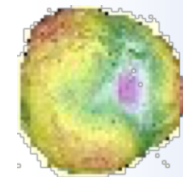


A superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra real, com potencial  $W_0$ , que coincide com o nível médio não perturbado dos mares é chamada **Superfície Geoidal**.

Ela limita uma distribuição de massa chamada **Geoide** que é adotada como forma da Terra real.

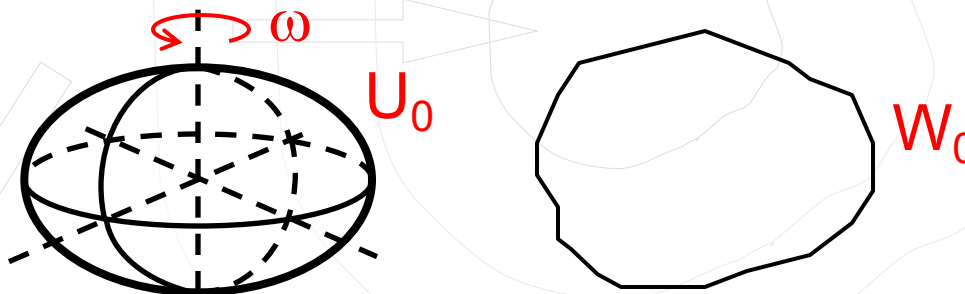
No sistema WGS-84,  $W_0 = 62.636.860,8497\text{m}^2/\text{s}^2$

# Terra Normal e Terra Real



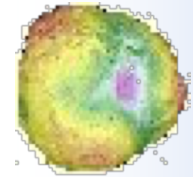
SUPERFÍCIE  
GEOIDAL

■ Chama-se **Terra Normal** a um elipsoide de revolução com a mesma massa ( $M$ ) da *Terra real*, a mesma velocidade angular ( $\omega$ ) e cujo potencial de gravidade normal ( $U_0$ ) sobre sua superfície é igual ao potencial de gravidade da Terra real ( $W_0$ ) sobre o Geóide.



- A **Terra Real** não tem uma forma regular, pois não tem uma distribuição homogênea de massa. A principal irregularidade é o achatamento. As irregularidades secundárias, as alturas geoidais, são da ordem de 100 metros.

# Geoide e Elipsóide

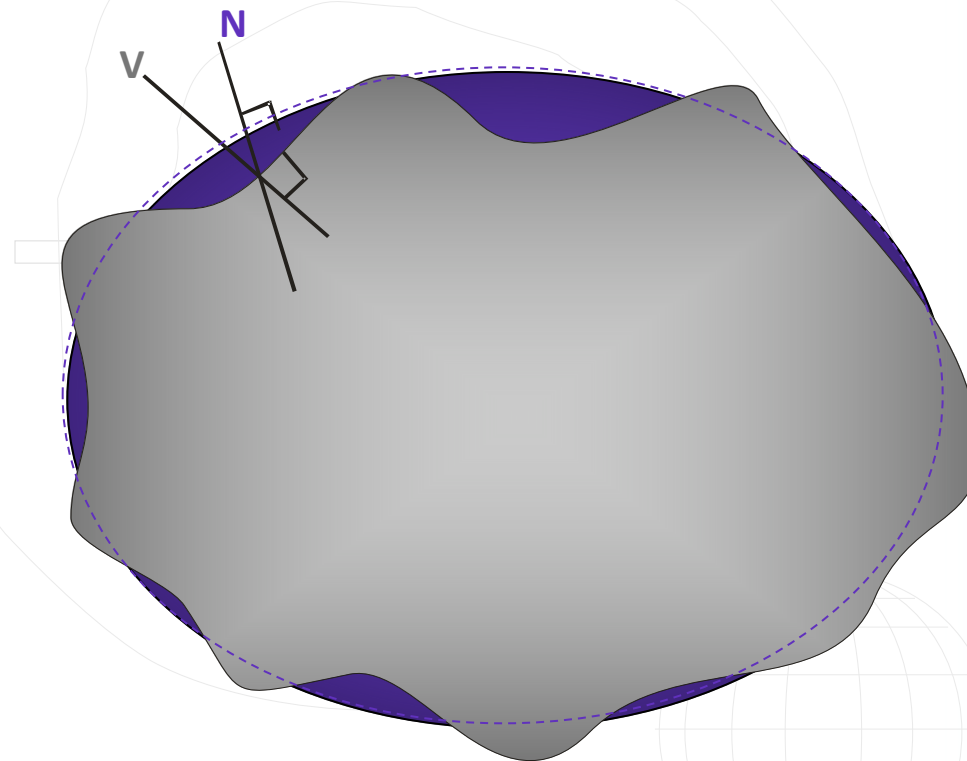


SUPERFÍCIE  
GEOIDAL

Superfície geoidal:  
superfície de nível  
do campo de  
**GRAVIDADE**

(superfície  
ligeiramente  
irregular),  
coincidente com o  
nível médio não  
perturbado dos  
mares.

## Geoide e Elipsoide



V - vertical: perpendicular ao geóide

N - normal : perpendicular ao elipsóide

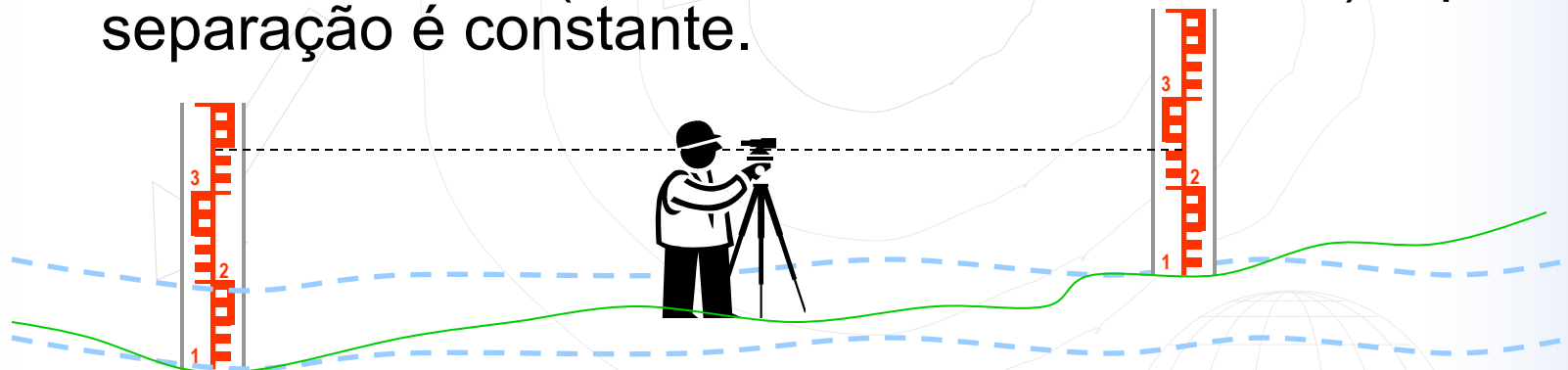


## 4. Nivelamento geométrico



NIVELAMENTO  
GEOMÉTRICO

Na operação de nivelamento, quando se estaciona o nível e se faz leituras das miras, a diferença de leitura traduz a separação entre as duas superfícies de nível que passam pela base das duas miras. Considerando um lance (distância entre duas miras) ou uma sessão (distância entre duas RRNN) aquela separação é constante.

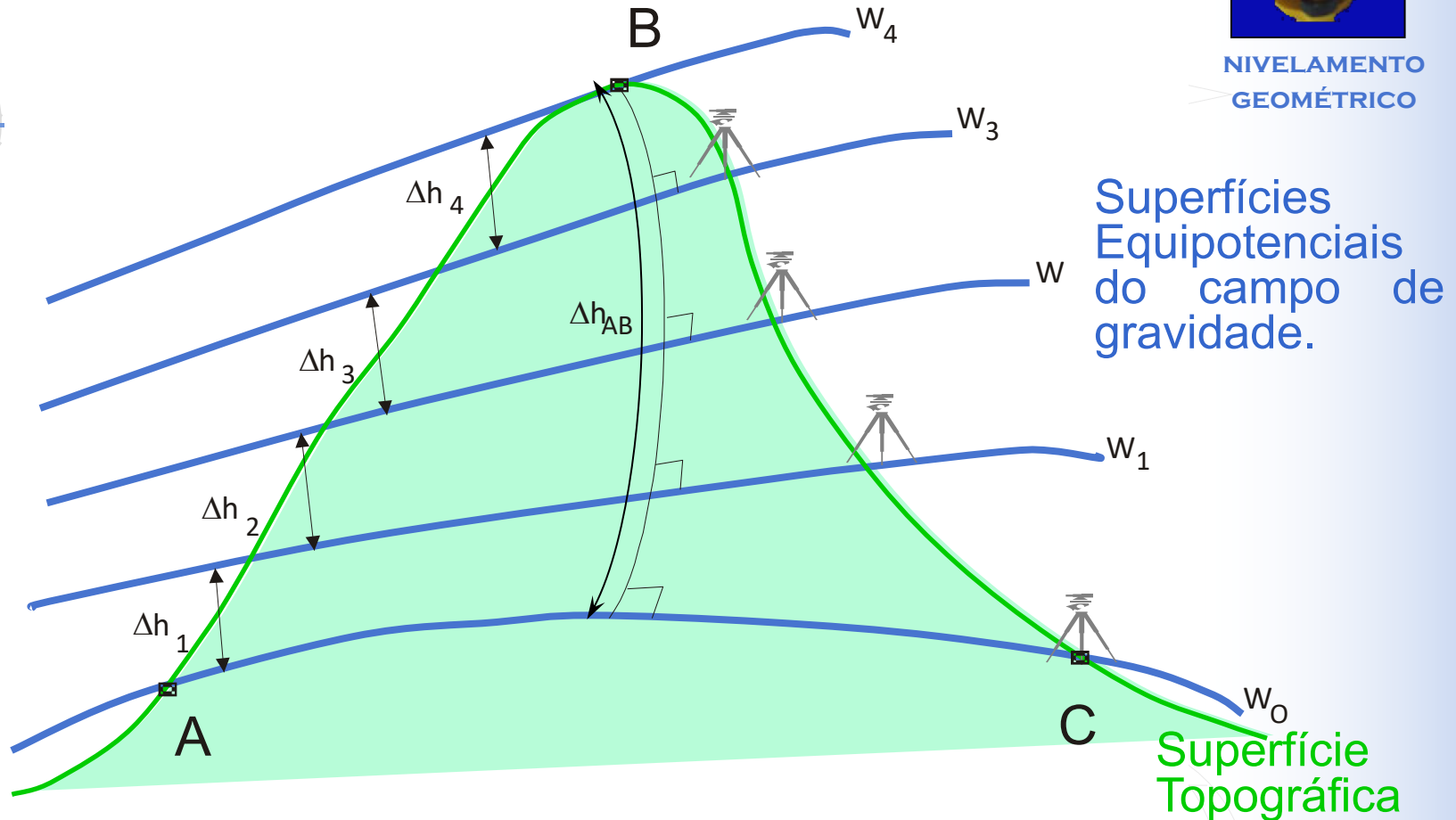


- Porém, no geral, como as superfícies de nível não são paralelas, a separação entre elas não será constante. Portanto, o nivelamento geométrico dependerá do trajeto percorrido.

# Nivelamento geométrico



NIVELAMENTO  
GEOMÉTRICO



$\Delta h_i$  ( $i=1, \dots, 4$ )  $\rightarrow$  desníveis obtidos pelo nivelamento geométrico entre pontos que situam-se na intersecção da superfície topográfica com as superfícies equipotenciais  $W_i$  ( $i=0, \dots, 4$ ).

# O Número Geopotencial



NIVELAMENTO  
GEOMÉTRICO

$$\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 \neq \Delta h_{AB}$$

- Diz-se que a altitude nivelada não satisfaz a condição holonomicidade. Na verdade, o que duas superfícies de nível têm de constante é a *diferença de potencial* e não a *separação entre elas*. Para se equacionar o problema do nivelamento geométrico é necessário dar **significado físico à altitude**.
- Isto é feito definindo uma grandeza física holonômica (não depende do trajeto percorrido) chamada **número geopotencial** ( $C_{AB}$ ), que corresponde à diferença entre os potenciais dos dois pontos em desnível:

$$W_B - W_A = C_{AB} = \int_A^B g dh$$

# O Número Geopotencial

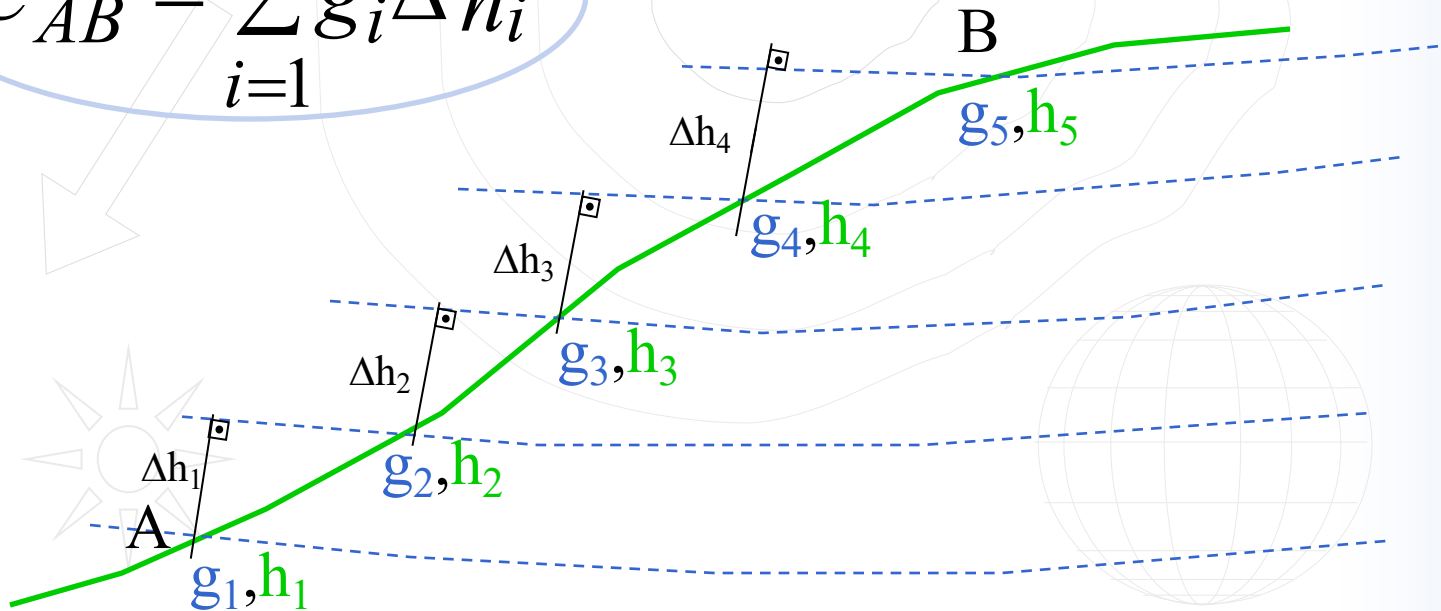
## Definição Discretizada



NIVELAMENTO  
GEOMÉTRICO

- No nivelamento, onde a sessão é constituída de  $n$  lances, discretiza-se a integral, obtendo-se:

$$C_{AB} = \sum_{i=1}^n g_i \Delta h_i$$



# O Número Geopotencial e a Altitude



NIVELAMENTO  
GEOMÉTRICO

- O **número geopotencial** tem significado físico, por exemplo, é uma grandeza respeitada pela água.
- Entretanto, não é conveniente ou usual trabalhar com números geopotenciais. Normalmente trabalha-se com a altitude. Dividindo-se o número geopotencial por um dado valor da aceleração da gravidade tem-se uma determinada altitude.

$$H = \frac{C_{AB}}{g}$$



NIVELAMENTO  
GEOMÉTRICO

## Sistema de altitude: Altitudes Ortométrica e Normal

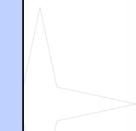
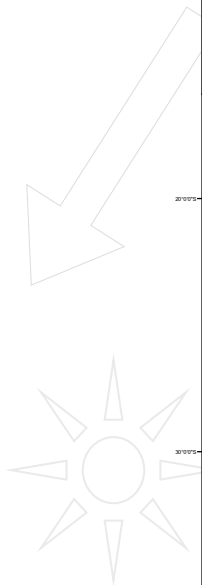
- Se o valor de  $g$  escolhido for a gravidade média entre a superfície física e a geoidal ( $g_m$ ), tem-se a **altitude ortométrica**.

$$H = \frac{C_{AB}}{g_m}$$

- Na prática, calcular esta média é impossível, pois exigiria o conhecimento de um modelo de distribuição de densidades no interior da crosta. Utilizando a aceleração média da gravidade para a Terra normal ( $\gamma_m$ ), determina-se a **altitude normal**.

$$H^N = \frac{C_{AB}}{\gamma_m}$$

# Rede Altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro





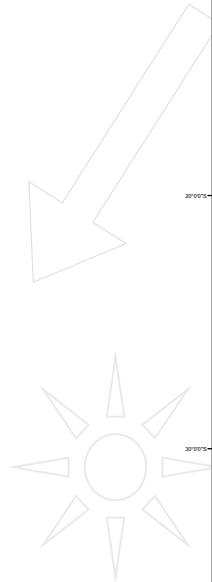
Estações da  
RMPG – Rede  
Maregráfica para  
Geodesia



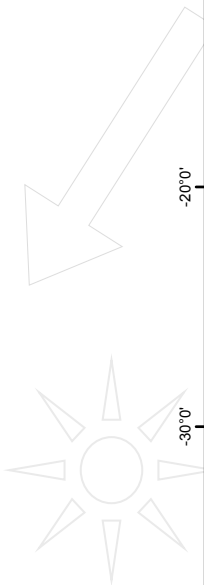
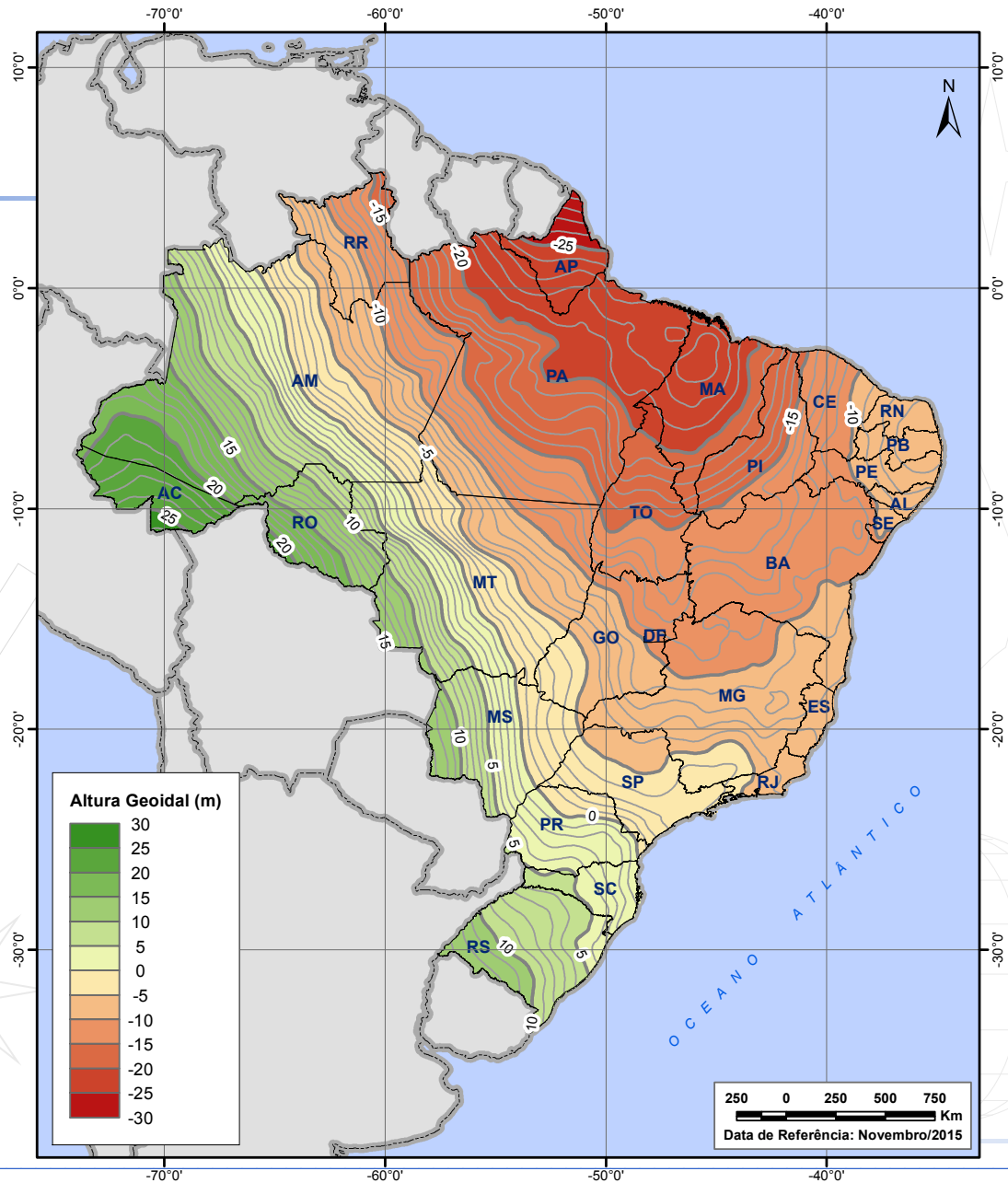
Fonte: [http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rmpg/rmn1199\\_RMPG\\_cinza\\_verm\\_compact.jpg](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rmpg/rmn1199_RMPG_cinza_verm_compact.jpg)

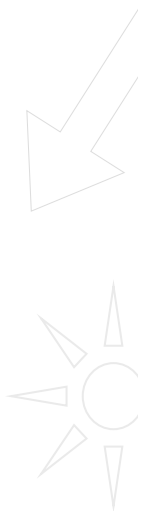
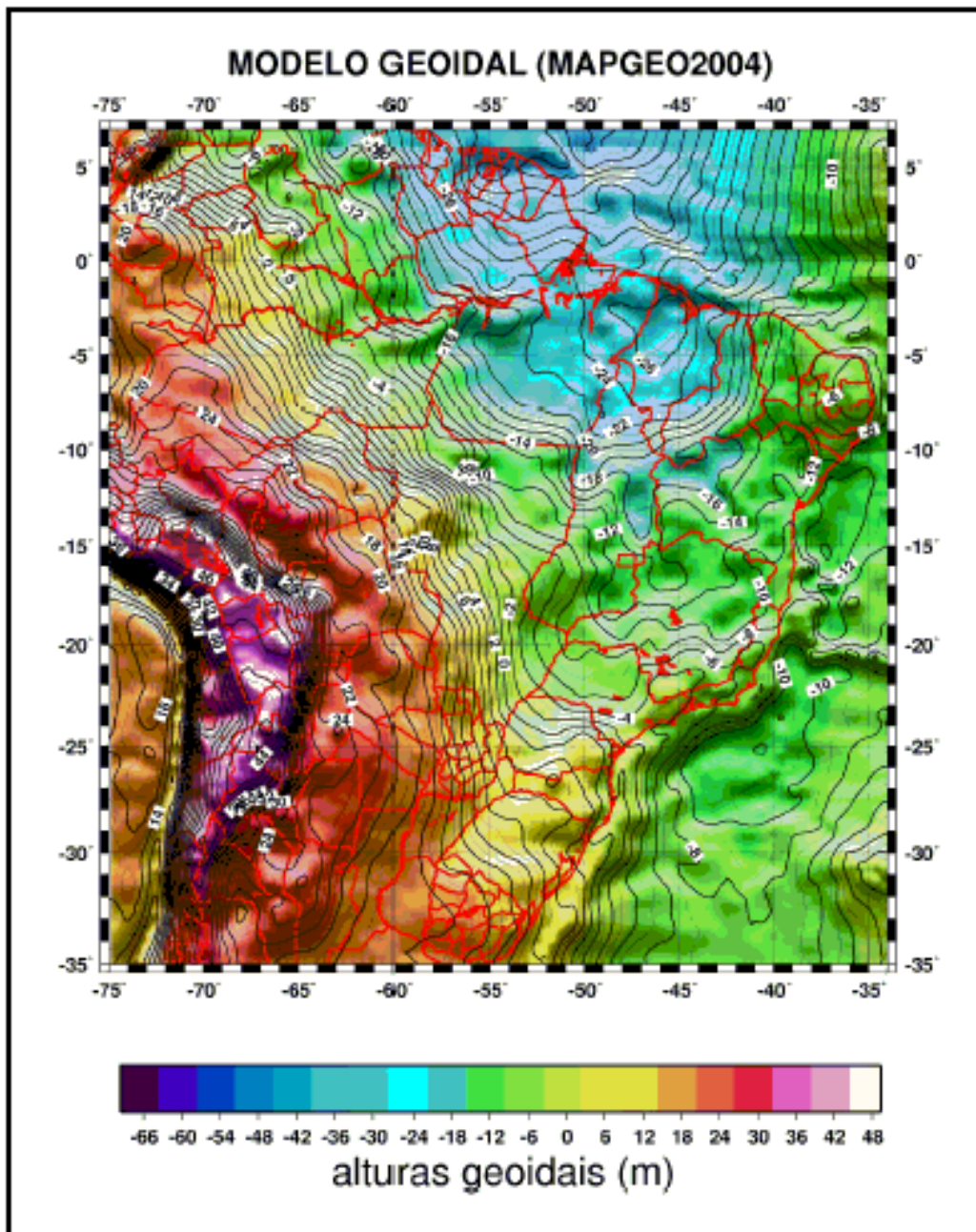


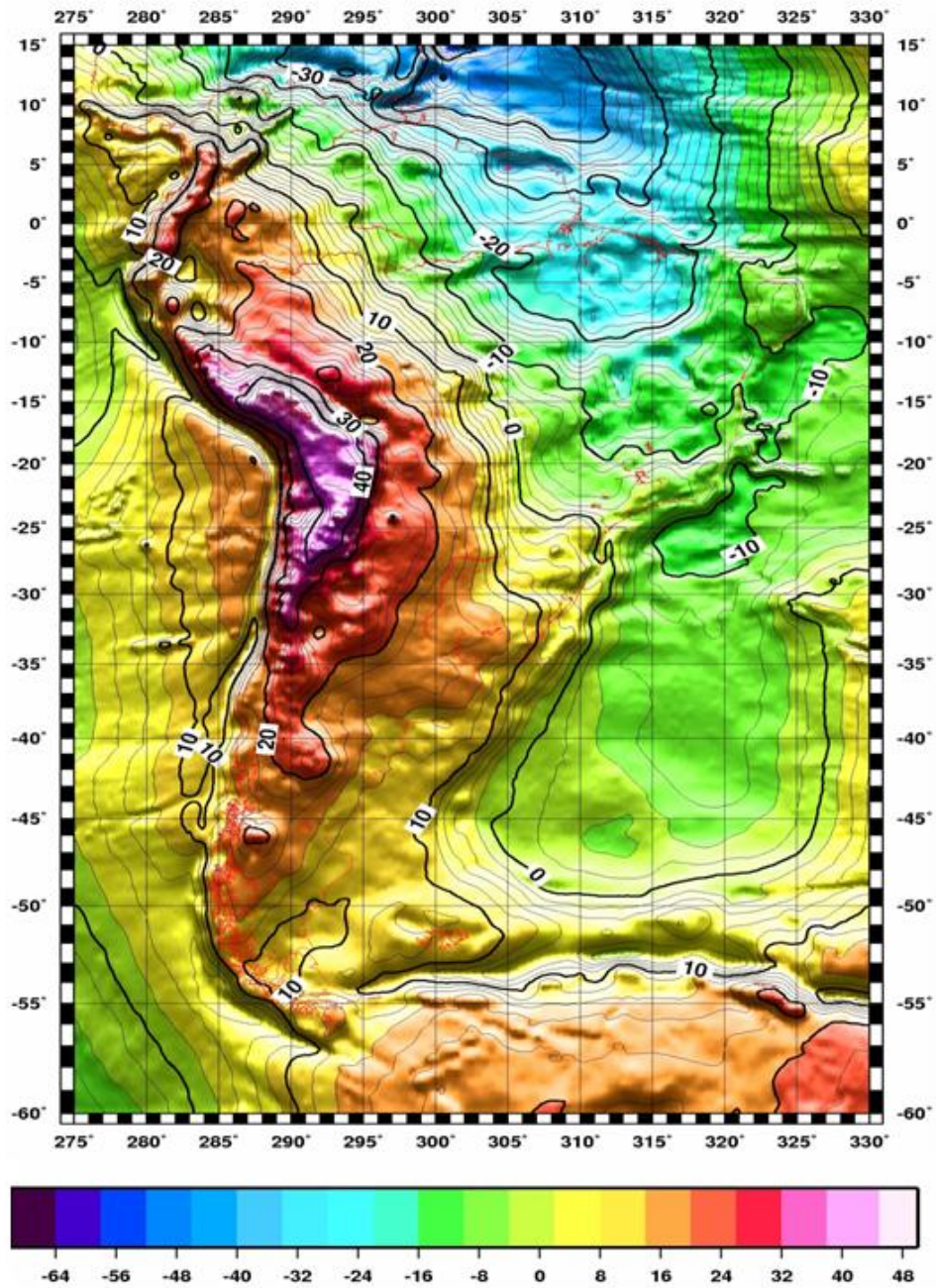
# Rede Gravimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro



# Modelo de Ondulação Geoidal - MAPGEO2015







# O Número Geopotencial e a Altitude



NIVELAMENTO  
GEOMÉTRICO

- O conhecimento altimétrico tem várias aplicações: umas com característica geométrica e outras com característica física. No primeiro caso estão as alturas na construção de ponte, a profundidade do túnel do metrô, a profundidade de uma jazida mineral, a profundidade de uma represa. No segundo caso se enquadra a determinação da área alagada numa represa, fluxo natural num duto.
- Quando se exige um significado físico o mesmo é outorgado pela gravimetria. A combinação do nivelamento geométrico com a gravimetria permite determinar o número geopotencial, respeitado pela água.

# O Número Geopotencial e a Altitude



NIVELAMENTO  
GEOMÉTRICO

■ Nas vizinhanças da represa de Santo Antonio, Rondônia, foi realizado um nivelamento geométrico. O objetivo foi determinar a área alagada. As altitudes determinadas resultaram impróprias para o conhecimento das regiões alagadas. A região tinha um predomínio de programas de assentamento, o que resultou num processo de demandas de desapropriação e de indenização.

■ Imagine-se uma represa em equilíbrio com a água homogênea. A superfície da água será uma equipotencial do campo de gravidade. Entretanto, esta superfície não será paralela à superfície geoidal. Logo, a superfície da água terá o mesmo potencial em todos os pontos, mas não terá a mesma altitude ortométrica nos mesmos.